

MATEMÁTICA A - 12º Ano

Probabilidades - Cálculo combinatório: Cálculo de Probabilidades

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.

Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres.

Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar.

Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Exame – 2018, 2ª Fase

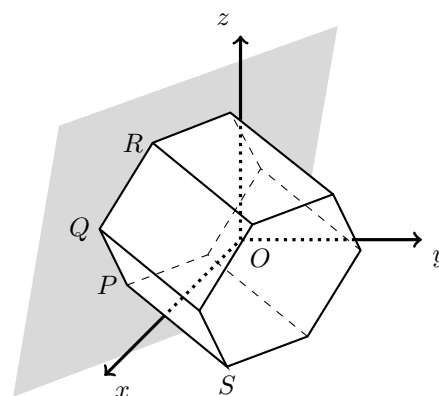
2. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular.

Sabe-se que $[PQ]$ e $[QR]$ são arestas de uma das bases do prisma.

Escolhem-se, ao acaso, dois vértices de cada uma das bases do prisma.

Determine a probabilidade de esses quatro pontos pertencerem a uma mesma face lateral do prisma.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.



Exame – 2018, 1ª Fase

3. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30

Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30. Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso.

Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22 ?

Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Exame – 2017, 2ª Fase



4. Na figura seguinte, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTU]$

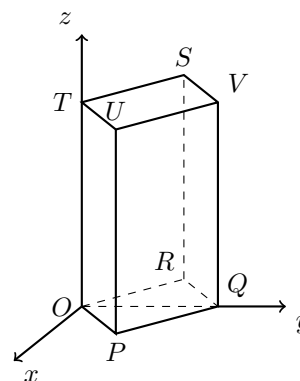
Sabe-se que:

- a face $[OPQR]$ está contida no plano xOy
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz
- o plano STU tem equação $z = 3$

Escolhem-se, ao acaso, três vértices do prisma.

Determine a probabilidade de o plano definido por esses três vértices ser perpendicular ao plano xOy

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Exame – 2018, 1ª Fase

5. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6).

Retira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «o número da bola retirada é menor ou igual a 6»

B : «o número da bola retirada é par»

Escreva o significado de $P(\overline{A} \cup B)$, no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n , que dê esta probabilidade.

Apresente a expressão na forma de uma fração.

Exame – 2017, 1ª Fase

6. Um saco contém n bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n , sendo n um número par maior do que 3

Retiram-se, em simultâneo e ao acaso, três bolas do saco.

Escreva uma expressão, em função de n , que dê a probabilidade de, dessas três bolas, duas terem número par e uma ter número ímpar.

Não simplifique a expressão que escrever.

Exame – 2016, Ép. especial

7. Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato.

Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2 ?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2015, Ép. especial



8. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTU]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

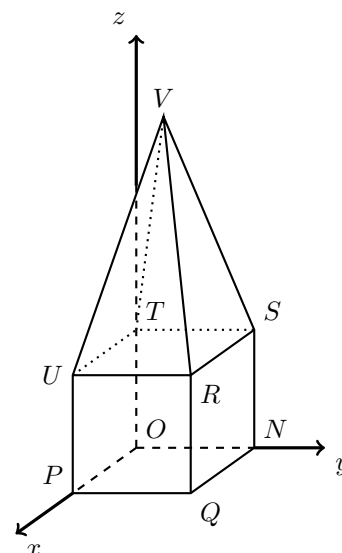
- o vértice P pertence ao eixo Ox
- o vértice N pertence ao eixo Oy
- o vértice T pertence ao eixo Oz
- o vértice R tem coordenadas $(2,2,2)$
- o plano PQV é definido pela equação $6x + z - 12 = 0$

Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro $[NOPQRSTU]$. Cada face vai ser colorida com uma única cor.

Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores.

Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.



Exame – 2015, 2ª Fase

9. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

Considere ainda que a empresa tem oitenta funcionários.

Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa.

A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.

Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;
- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

Exame – 2015, 1ª Fase



10. De uma turma de 12.º ano, sabe-se que:

- 60% dos alunos são rapazes;
- 80% dos alunos estão inscritos no desporto escolar;
- 20% dos rapazes não estão inscritos no desporto escolar.

Considere que essa turma de 12.º ano tem 25 alunos.

Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos dessa turma para a representarem num evento do desporto escolar.

Determine a probabilidade de serem escolhidos, pelo menos, dois alunos que estão inscritos no desporto escolar.

Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

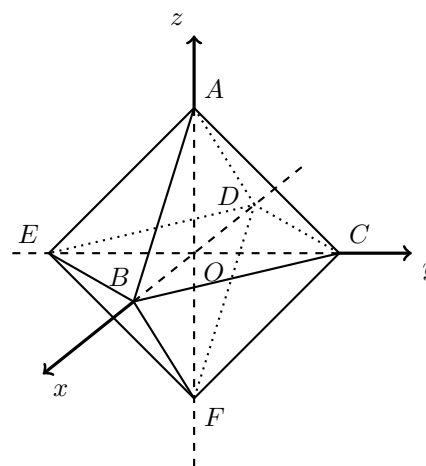
Exame – 2014, Ép. especial

11. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um octaedro $[ABCDEF]$, cujos vértices pertencem aos eixos coordenados.

Escolhem-se, ao acaso, três vértices desse octaedro.

Qual é a probabilidade de esses três vértices definirem um plano paralelo ao plano de equação $z = 5$?

- (A) $\frac{1}{6C_3}$ (B) $\frac{4}{6C_3}$
(C) $\frac{8}{6C_3}$ (D) $\frac{12}{6C_3}$



Exame – 2014, 2ª Fase

12. Uma caixa tem seis bolas distinguíveis apenas pela cor: duas azuis e quatro pretas.

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas da caixa. À medida que são retiradas da caixa, as bolas são colocadas lado a lado, da esquerda para a direita.

Determine a probabilidade de as duas bolas azuis ficarem uma ao lado da outra.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2014, 2ª Fase

13. Uma caixa tem nove bolas distinguíveis apenas pela cor: seis pretas, duas brancas e uma amarela.

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas.

Determine a probabilidade de as bolas retiradas não terem todas a mesma cor.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2014, 1ª Fase

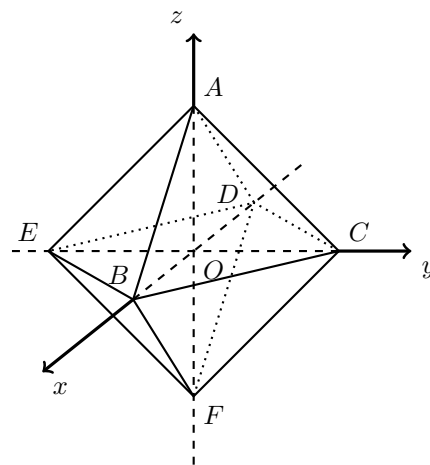


14. Numa certa escola, eclodiu uma epidemia de gripe que está a afetar muitos alunos. Nessa escola, há 300 alunos. Numa altura em que 17 alunos estão com gripe, vão ser escolhidos aleatoriamente 3 alunos, de entre os 300 alunos da escola, para responderem a um inquérito. Qual é a probabilidade de pelo menos um dos alunos escolhidos estar com gripe? Apresente o resultado na forma de dízima, com arredondamento às centésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 30.04.2014

15. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um octaedro regular $[ABCDEF]$, cujos vértices pertencem aos eixos coordenados.

Escolhem-se ao acaso dois vértices distintos do octaedro. Qual é a probabilidade de a reta definida por esses dois vértices ser paralela à reta definida por $x = 1 \wedge y = 2$? Apresente o resultado na forma de fração.



Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

16. Considere uma empresa em que:

- 80% dos funcionários apostam no euromilhões;
- dos funcionários que apostam no euromilhões, 25% apostam no totoloto;
- 5% dos funcionários não apostam no euromilhões nem no totoloto.

Considere que essa empresa tem 50 funcionários. Escolhem-se, ao acaso, oito funcionários dessa empresa. Determine a probabilidade de, pelo menos, sete desses funcionários serem apostadores no euromilhões. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Exame – 2012, Ép. especial

17. Para assistirem a um espetáculo, o João, a Margarida e cinco amigos sentam-se, ao acaso, numa fila com sete lugares. Qual é a probabilidade de o João e a Margarida não ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) $\frac{2 \times 5!}{7!}$ (B) $\frac{5!}{7!}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

Exame – 2012, 1ª Fase

18. Numa escola, realizou-se um estudo sobre os hábitos alimentares dos alunos. No âmbito desse estudo, analisou-se o peso de todos os alunos. Sabe-se que:

- 55% dos alunos são raparigas;
- 30% das raparigas têm excesso de peso;
- 40% dos rapazes não têm excesso de peso.

Considere que a escola onde o estudo foi realizado tem 200 alunos. Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos para representarem a escola num concurso. Determine a probabilidade de serem escolhidos duas raparigas e um rapaz. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Exame – 2012, 1ª Fase



19. Uma caixa, que designaremos por caixa 1, tem uma bola branca e duas bolas pretas. Outra caixa, que designaremos por caixa 2, tem três bolas brancas e quatro bolas pretas. Realiza-se a seguinte experiência: ao acaso, tiram-se duas bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, tiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : «As bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»

B : «As bolas retiradas da caixa 2 são da mesma cor»

Determine o valor de $P(\overline{B}|A)$, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada.

Numa pequena composição, justifique a sua resposta.

A sua composição deve contemplar:

- o significado de $P(\overline{B}|A)$, no contexto da situação descrita;
- a explicação do conteúdo da caixa 2 após a realização do acontecimento
- a explicação do número de casos possíveis;
- a explicação do número de casos favoráveis;
- a apresentação do valor da probabilidade pedida.

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2012

20. Na figura ao lado, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4

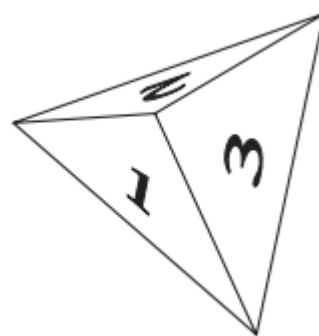
O João tem um catálogo de tintas com 12 cores diferentes, uma das quais é a sua preferida.

O João seleciona, ao acaso, 4 cores diferentes para pintar as quatro faces do tetraedro.

Cada uma das faces é pintada com uma única cor.

Determine a probabilidade de o tetraedro ter uma das faces pintadas com a cor preferida do João.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Exame – 2011, Prova especial

21. Considere as 13 cartas do naipe de copas: ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10).

Determine a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, 4 das 13 cartas do naipe de copas, obter pelo menos duas figuras.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2011, Ép. especial

22. Os medicamentos produzidos num laboratório são embalados em caixas de igual aspeto exterior e indistinguíveis ao tato. Um lote contém dez caixas de um medicamento X e vinte caixas de um medicamento Y. Desse lote, retiram-se, ao acaso, simultaneamente, quatro caixas para controlo de qualidade. Qual é a probabilidade de as caixas retiradas serem todas do medicamento Y ?

(A) $\frac{10C_4}{30C_4}$ (B) $\frac{20C_4}{30C_4}$ (C) $\frac{4}{30C_4}$ (D) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

Exame – 2011, 2ª Fase

23. Um saco contém dezasseis bolas, numeradas de 1 a 16

Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas dessas dezasseis bolas e adicionam-se os respetivos números.

Qual é a probabilidade de a soma obtida ser igual a 7?

(A) $\frac{1}{35}$ (B) $\frac{1}{40}$ (C) $\frac{1}{45}$ (D) $\frac{1}{50}$

Teste Intermédio 12º ano – 26.05.2011



24. A Ana dispõe de sete cartas todas diferentes: quatro cartas do naipe de espadas e três cartas do naipe de copas.

Admita que a Ana baralha essas sete cartas e, em seguida, tira três, ao acaso.

Qual é a probabilidade de, nessas três cartas, haver pelo menos uma carta de copas?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Teste Intermédio 12º ano – 19.01.2011

25. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.

Considere os acontecimentos:

A: «a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo»;

B: «dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas».

Uma resposta correta para a probabilidade condicionada $P(B|A)$ é $\frac{16 \times {}^9C_2}{{}^{25}C_3}$

Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:

- a interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita;
- uma referência à regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Exame – 2010, Ép. especial

26. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma ação de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa ação.

Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exatamente, os três amigos?

(A) $\frac{1}{{}^{10}A_3}$ (B) $\frac{3}{{}^{10}A_3}$ (C) $\frac{1}{{}^{10}C_3}$ (D) $\frac{3}{{}^{10}C_3}$

Exame – 2010, 1ª Fase

27. Um teste é constituído por oito perguntas de escolha múltipla.

A sequência das oito respostas corretas às oito perguntas desse teste é $A A B D A D A A$

O Pedro, que não se preparou para o teste, respondeu ao acaso às oito perguntas.

Qual é a probabilidade de o Pedro ter respondido corretamente a todas as perguntas, sabendo que escolheu cinco opções A , uma opção B e duas opções D ?

(A) $\frac{1}{56}$ (B) $\frac{1}{112}$ (C) $\frac{1}{168}$ (D) $\frac{1}{224}$

Teste Intermédio 12º ano – 19.05.2010



28. Na figura ao lado está representado um prisma pentagonal regular. Quatro dos vértices desse prisma estão designados pelas letras A , B , E e O

28.1. Ao escolhermos **três** vértices do prisma, pode acontecer que eles pertençam todos a uma mesma face. Por exemplo, os vértices A , B e O pertencem todos a uma mesma face, o mesmo acontecendo com os vértices A , E e O .

Escolhem-se aleatoriamente três dos dez vértices do prisma.

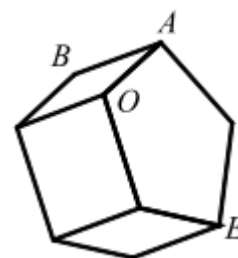
Qual é a probabilidade de esses três vértices pertencerem todos a uma mesma face?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

28.2. Escolhe-se aleatoriamente um vértice **em cada base** do prisma.

Qual é a probabilidade de o segmento de reta definido por esses dois vértices ser diagonal de uma face?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Teste Intermédio 12º ano – 04.12.2009

29. Um saco contém bolas azuis e bolas verdes, indistinguíveis ao tato.

Redija, no contexto desta situação, o enunciado de um problema de cálculo de probabilidade, inventado por si, que admita como resposta correta $\frac{{}^7C_4 \times 3 + {}^7C_5}{{}^{10}C_5}$

No enunciado que apresentar, deve explicitar claramente:

- o número total de bolas existentes no saco;
- o número de bolas de cada cor existentes no saco;
- a experiência aleatória;
- o acontecimento cuja probabilidade pretende que seja calculada (e cujo valor terá de ser dado pela expressão apresentada).

Teste Intermédio 12º ano – 04.12.2009

30. A Maria gravou nove CD, sete com música rock e dois com música popular, mas esqueceu-se de identificar cada um deles.

Qual é a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música rock e o outro ser de música popular?

- (A) $\frac{7}{36}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{7}{18}$

Exame – 2009, 2ª Fase

31. Considere um baralho com cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus).

Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem.

Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exatamente dois ases? Uma resposta correta a esta questão é $\frac{{}^4C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Exame – 2009, 2ª Fase



32. De um baralho com 40 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus), em que cada naipe contém um Ás, uma Dama, um Valete, um Rei e seis cartas (do Dois ao Sete), foram dadas sucessivamente, ao acaso, seis cartas a um jogador, que as coloca na mão, pela ordem que as recebe. Qual é a probabilidade de o jogador obter a sequência 2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei, nas cartas recebidas?

- (A) $\frac{4^6}{{}_{40}A_6}$ (B) $\frac{4^6}{{}_{40}C_6}$ (C) $\frac{1}{{}_{40}A_6}$ (D) $\frac{1}{{}_{40}C_6}$

Exame – 2009, 1ª Fase

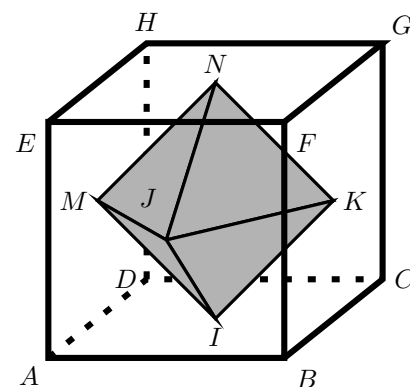
33. Um saco contém onze bolas, numeradas de 1 a 11. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o produto desses números ser ímpar? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 11.03.2009

34. Na figura seguinte estão representados dois poliedros, o cubo $[ABCDEFGH]$ e o octaedro $[JKLMN]$ (o vértice L do octaedro não está visível). Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo.

Escolhem-se ao acaso cinco dos catorze vértices dos dois poliedros.

Qual é a probabilidade de os cinco vértices escolhidos pertencerem todos à mesma face do cubo? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

35. Em cada semana, a chave do Totoloto é formada por seis números inteiros distintos, escolhidos aleatoriamente entre 1 e 49. Qual é a probabilidade de, na próxima semana, a chave do totoloto incluir os números 1, 2 e 3?

- (A) $\frac{{}^{46}C_3}{{}^{46}C_6}$ (B) $\frac{{}^{46}C_3}{{}^{49}C_6}$ (C) $\frac{{}^{46}C_6}{{}^{49}C_6}$ (D) $\frac{{}^{49}C_3}{{}^{49}C_6}$

Exame – 2008, Ép. especial

36. Três rapazes, o João, o Rui e o Paulo, e três raparigas, a Ana, a Maria e a Francisca, decidem passar a tarde juntos.

Depois de ouvirem algumas músicas, os seis jovens resolveram dançar aos pares.

Admita que, numa dança:

- cada rapaz dança com uma rapariga;
- todos os jovens dançam;
- todos os pares são escolhidos ao acaso.

A probabilidade de, nessa dança, a Ana dançar com o João é igual a $\frac{2}{3!}$.

Explique, numa pequena composição, o raciocínio que conduziu a esta expressão.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exame – 2008, Ép. especial



37. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso. Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

Exame – 2008, 1ª Fase

38. Uma turma do 12.º ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.

Os alunos da turma decidiram vender rifas, para angariarem fundos para a viagem.

A numeração das rifas é uma sequência de três algarismos (como, por exemplo, 099), iniciando-se em 000.

De entre as rifas, que foram todas vendidas, será sorteada uma, para atribuir um prémio.

Qual é a probabilidade de a rifa premiada ter um único algarismo cinco?

Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Exame – 2008, 1ª Fase

39. Considere o seguinte problema:

Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e multiplicam-se os números saídos. Qual é a probabilidade de o produto obtido ser igual a 6?

Uma resposta correta a este problema é $\frac{3! + 3}{6^3}$

Numa pequena composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:

- uma referência à Regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Teste Intermédio 12º ano – 29.04.2008

40. Doze amigos vão passear, deslocando-se num automóvel e numa carrinha, ambos alugados.

O automóvel dispõe de cinco lugares: o do condutor e mais quatro. A carrinha dispõe de sete lugares: o do condutor e mais seis.

Apenas dois elementos do grupo, a Filipa e o Gonçalo, têm carta de condução, podendo qualquer um deles conduzir, quer o automóvel, quer a carrinha.

Admita que os doze amigos já se encontram devidamente instalados nos dois veículos. O Gonçalo vai a conduzir a carrinha.

Numa operação STOP, a Brigada de Trânsito mandou parar cinco viaturas, entre as quais a carrinha conduzida pelo Gonçalo.

Se a Brigada de Trânsito escolher, ao acaso, dois dos cinco condutores para fazer o teste de alcoolemia, qual é a probabilidade de o Gonçalo ter de fazer o teste?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Teste Intermédio 12º ano – 17.01.2008

41. De um baralho de cartas, selecionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes).

Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes.

Retiraram-se, ao acaso, duas cartas de cada grupo (sem reposição).

Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2007, 2ª Fase



42. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo retângulo.
Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{8C_2}$ (B) $\frac{12}{8^2}$ (C) $\frac{8}{8C_2}$ (D) $\frac{8}{8A_2}$

Exame – 2007, 1ª Fase

43. Um saco contém vinte bolas, numeradas de 1 a 20.
Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números.
Qual é a probabilidade de o maior desses três números ser 10?

(A) $\frac{24}{20C_3}$ (B) $\frac{28}{20C_3}$ (C) $\frac{32}{20C_3}$ (D) $\frac{36}{20C_3}$

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2007

44. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há 13 cartas: um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais 9 cartas (do Dois ao Dez).

Retirando ao acaso, sucessivamente e sem reposição, seis cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Ás? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

45. Um saco contém dez bolas.
Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.
Do saco tiram-se simultaneamente, ao acaso, **duas** bolas.
Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

46. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

Escolhem-se dois alunos ao acaso.

Qual é a probabilidade de a soma das suas idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2006, 2ª Fase

47. Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. $Oxyz$, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação $z = 2$.
Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta paralela ao eixo Oz ? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2006, 1ª Fase

48. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, um octaedro regular em que cada um dos seus vértices pertence a um dos eixos coordenados (dois vértices em cada eixo).
Escolhendo, ao acaso, três vértices desse octaedro, qual é a probabilidade de eles definirem um plano perpendicular ao eixo Oy ?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

Teste Intermédio 12º ano – 17.03.2006



49. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = x^2 - 9$.
 No gráfico desta função, considere os pontos cujas abcissas são $-4, -2, 0, 2$ e 4 .
 Escolhem-se, ao acaso, dois desses cinco pontos e desenha-se o segmento de reta que tem por extremidades esses dois pontos.
 Qual é a probabilidade de esse segmento intersectar o eixo das abcissas?

(A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7

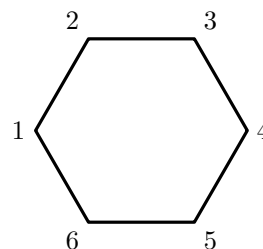
Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

50. Na figura ao lado está representado um hexágono regular com os vértices numerados de 1 a 6.

Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.
 Em cada lançamento, seleciona-se o vértice do hexágono que corresponde ao número saído nesse lançamento.

Note que, no final da experiência, podemos ter um, dois ou três pontos selecionados (por exemplo: se sair o mesmo número três vezes, só é selecionado um ponto).

Qual é a probabilidade de se selecionarem três pontos que sejam os vértices de um triângulo equilátero?



(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{14}$ (D) $\frac{1}{12}$

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

51. Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes.
 Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma bola verde.
 Considere que se realiza a seguinte experiência:
 ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2;
 em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2.
 Sejam os acontecimentos:

A: «as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»;

B: «as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes».

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de $P(B|A)$, apresentando o seu valor na forma de fração irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efetuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

52. Seis amigos, a Ana, o Bruno, a Catarina, o Diogo, e Elsa e o Filipe, vão jantar a um restaurante. Sentam-se, ao acaso, numa mesa redonda, com seis lugares (pode considerar que os lugares estão numerados, de 1 a 6).

Determine a probabilidade do acontecimento A: «O Diogo, a Elsa e o Filipe, sentam-se em lugares consecutivos, ficando a Elsa no meio».

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

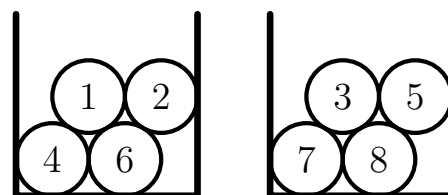
Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

53. Considere duas caixas, A e B, cada uma delas contendo quatro bolas numeradas, tal como a figura ao lado ilustra.

Extraem-se, ao acaso, duas bolas da caixa A e uma bola da caixa B.
 Multiplicam-se os três números das bolas retiradas.

Qual é a probabilidade de o número obtido ser um número par?

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2 \times 1}{4C_2 \times 4C_1}$ (D) $\frac{{}^3C_2 \times {}^1C_1}{{}^4C_2 \times {}^4C_1}$



Caixa A

Caixa B

Exame – 2005, 2ª Fase (cód. 435)



54. Num saco, estão três bolas pretas e nove bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, as doze bolas do saco. Determine:

54.1. A probabilidade de as duas primeiras bolas extraídas não serem da mesma cor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

54.2. A probabilidade de as três bolas pretas serem extraídas consecutivamente (umas a seguir às outras). Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2005, 1ª Fase (cód. 435)

55. Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tato: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correta para este problema é $\frac{{}^3C_2 \times 4 + {}^5C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exame – 2004, 2ª Fase (cód. 435)

56. O João tem, no bolso, **seis** moedas: duas moedas de 1 euro e quatro moedas de 50 cêntimos.

O João retira, simultaneamente e ao acaso, **duas** moedas do bolso.

Depois de ter retirado as duas moedas do bolso, o João informou a sua irmã Inês de que elas eram iguais. Ela apostou, então, que a quantia retirada era de 2 euros.

Qual é a probabilidade de a Inês ganhar a aposta? Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.

Exame – 2004, 1ª Fase (cód. 435)

57. Considere o seguinte problema:

Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegadas lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete.

Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?

Uma resposta correta para este problema é: $\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique **esta resposta**.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exame – 2003, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

58. Numa turma de vinte e cinco jovens, as suas idades e sexos estão distribuídos como indica a tabela:

Idade	Rapazes	Raparigas
15	4	2
16	5	4
17	6	4

Ao escolher dois jovens ao acaso, qual é a probabilidade de eles serem de sexo diferente e terem a mesma idade? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)



59. Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem **três figuras**: Rei, Dama e Valete.

Retirando, ao acaso, seis cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei?

Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

Exame – 2002, 2ª Fase (cód. 435)

60. Considere todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Escolhe-se, ao acaso, um desses números.

60.1. Determine a probabilidade de o número escolhido ter exatamente dois algarismos iguais a 1. Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

60.2. Determine a probabilidade de o número escolhido ter os algarismos todos diferentes e ser maior do que 9800. Apresente o resultado na forma de dízima, com três casas decimais.

Exame – 2002, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

61. Um saco contém cinco cartões, numerados de 1 a 5.

A Joana retira sucessivamente, ao acaso, os cinco cartões do saco e alinha-os, da esquerda para a direita, pela ordem de saída, de maneira a formar um número de cinco algarismos.

Qual é a probabilidade de esse número ser par e de ter o algarismo das dezenas também par?

(A) $\frac{{}^5C_2}{{}^5A_2}$ (B) $\frac{{}^5C_2}{5!}$ (C) $\frac{2 \times 3!}{{}^5A_2}$ (D) $\frac{2 \times 3!}{5!}$

Exame – 2002, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

62. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos vão ao cinema.

62.1. Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as três mulheres, paga três bilhetes, e que um homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os três homens, paga outros três bilhetes.

Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os seis bilhetes? Apresente o resultado na forma de fração.

62.2. Considere o seguinte problema:

«Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade dos membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?»

Numa pequena composição, com cerca de quinze linhas, explique porque razão $\frac{2^4}{6!}$ é uma resposta correta a este problema.

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exame – 2001, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

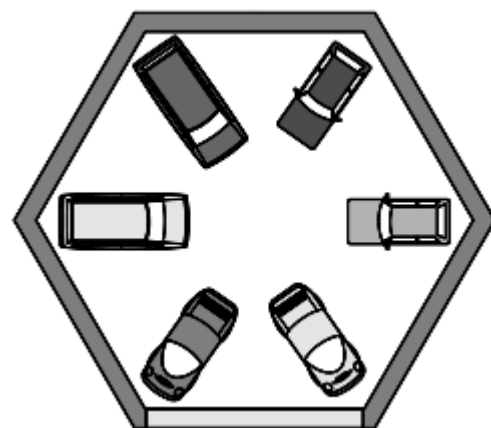


63. Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tato.
Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas.
Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.
- 63.1. Retirando todas as bolas do saco e dispoñdo-as ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas?
Apresente o resultado na forma de dízima, com sete casas decimais.
- 63.2. Admita que as quinze bolas estão novamente colocadas no saco.
Extraíndo simultaneamente três bolas, ao acaso, qual é a probabilidade de elas terem cores e números diferentes?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2001, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)

64. O AUTO-HEXÁGONO é um *stand* de venda de automóveis.
Num certo dia, este stand tem para exibição seis automóveis diferentes, de três tipos (dois utilitários, dois desportivos e dois comerciais).

- 64.1. Este *stand*, de forma hexagonal, tem uma montra que se situa num dos lados do hexágono (ver figura).
Pretende-se arrumar os seis automóveis, de tal forma que cada automóvel fique voltado para um vértice do hexágono.
Supondo que se arrumam os seis automóveis ao acaso, qual é a probabilidade de os dois desportivos ficarem voltados para os vértices que se encontram nas extremidades da montra? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
- 64.2. Nesse mesmo dia, o gerente do *stand* pretende oferecer dois automóveis a uma instituição.
Supondo que os dois automóveis vão ser escolhidos ao acaso, de entre os seis automóveis em exibição, qual é a probabilidade de os dois automóveis selecionados serem de tipos diferentes? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Montra

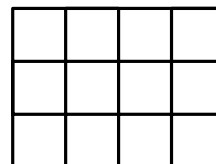
Prova modelo – 2001
Exame – 2000, Ép. especial (cód. 135)

65. Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho completo (que tem treze cartas do naipe de espadas) e dão-se treze cartas a cada jogador.
Imagine que está a participar nesse jogo.
Qual é a probabilidade de, nas treze cartas que vai receber, haver exatamente seis cartas do naipe de espadas? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2000, 2ª Fase (cód. 435)

66. Uma caixa tem doze compartimentos para colocar iogurtes (ver figura). Em cada compartimento cabe apenas um iogurte.

Colocando ao acaso, na caixa vazia, quatro iogurtes, qual é a probabilidade de ficarem todos na mesma fila? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



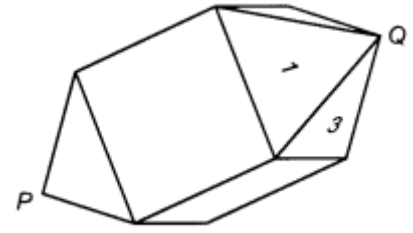
Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada
Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)



67. Na figura está representado um poliedro com doze faces, que pode ser decomposto num cubo e em duas pirâmides quadrangulares regulares.

Considere o poliedro num referencial o.n $Oxyz$, de tal forma que o vértice P coincida com a origem do referencial, e o vértice Q esteja no semieixo positivo Oy .

Escolhidos ao acaso três vértices distintos, qual é a probabilidade deles definirem um plano paralelo ao plano de equação $y = 0$? Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.



Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 435)

68. Cada uma de seis pessoas lança um dado equilibrado, com as faces numeradas de de 1 a 6. Qual é a probabilidade de os números saídos serem todos diferentes?

- (A) $\frac{6!}{6^6}$ (B) $\frac{1}{6^6}$ (C) $\frac{1}{6!}$ (D) $\frac{1}{6}$

Prova modelo – 2000

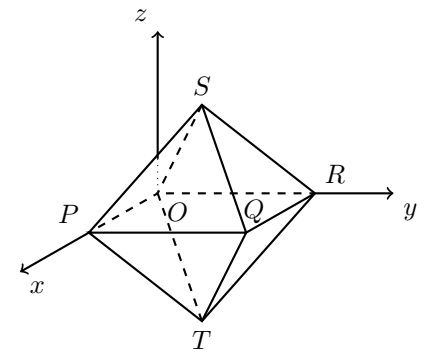
69. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n $Oxyz$, um octaedro regular.

Sabe-se que:

- um dos vértices do octaedro é a origem O do referencial
- a reta ST é paralela ao eixo Oz
- o ponto P pertence ao semieixo positivo Ox
- o ponto R pertence ao semieixo positivo Oy

Escolhidos ao acaso dois vértices do octaedro, qual é a probabilidade de estes definirem uma reta contida no plano de equação $x = y$?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



Prova modelo – 2000 (cód. 435)

70. Sete amigos vão ao futebol ver um desafio entre o clube Alfa e o clube Beta. Três deles são adeptos do clube Alfa e quatro são adeptos do clube Beta. No estádio sentam-se na mesma fila, uns ao lado dos outros, distribuídos ao acaso. Qual é a probabilidade de os adeptos do clube Alfa ficarem todos juntos e os adeptos do clube Beta ficarem também todos juntos?

- (A) $\frac{3! \times 4!}{7!}$ (B) $\frac{2 \times 3! \times 4!}{7!}$ (C) $\frac{2}{3! \times 4!}$ (D) $\frac{1}{3! \times 4!}$

Exame – 1999, Prova para militares (cód. 135)

71. Na figura está representado o sólido [ABCDEFGHI]

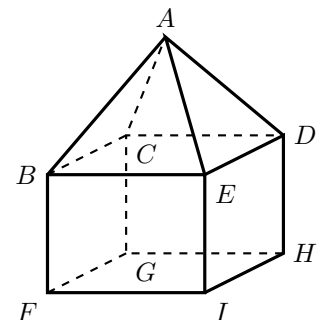
Dispomos de cinco cores (amarelo, branco, castanho, preto e vermelho) para colorir as suas nove faces.

Cada face é colorida por uma única cor.

Admita que o sólido vai ser colorido ao acaso, podendo qualquer cor colorir qualquer face.

Determine a probabilidade de exatamente cinco faces ficarem coloridas de branco e as restantes faces com cores todas distintas.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.



Exame – 1999, Prova para militares (prog. antigo)



72. Escolhem-se aleatoriamente dois vértices distintos de um cubo.
Qual é a probabilidade de o centro do cubo ser o ponto médio do segmento por eles definido?

(A) $\frac{1}{8C_2}$ (B) $\frac{4}{8C_2}$ (C) $\frac{1}{8!}$ (D) $\frac{4}{8!}$

Exame – 1999, Ép. especial (cód. 135)

73. Um grupo de jovens, formado por cinco rapazes e cinco raparigas, vai dividir-se em duas equipas, de cinco elementos cada uma, para disputarem um jogo de basquetebol.
Supondo que a divisão dos dez jovens pelas duas equipas é feita ao acaso, determine a probabilidade de as equipas ficarem constituídas por elementos do mesmo sexo, isto é, de uma das equipas ficar só com rapazes e a outra, só com raparigas.
Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

Exame – 1999, Ép. especial (cód. 135)

74. Para representar Portugal num campeonato internacional de hóquei em patins foram seleccionados dez jogadores: dois guarda-redes, quatro defesas e quatro avançados.

Um patrocinador da seleção nacional oferece uma viagem a cinco dos dez jogadores seleccionados, escolhidos ao acaso.

Qual é a probabilidade dos dois guarda-redes serem contemplados com essa viagem?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 1999, 2ª Fase (cód. 135)

75. A Joana tem na estante do seu quarto três livros de José Saramago, quatro de Sophia Mello Breyner Andresen e cinco de Carl Sagan.

Quando soube que ia passar férias a casa da sua avó, decidiu escolher seis desses livros, para ler durante este período de lazer. A Joana pretende levar dois livros de José Saramago, um de Sophia Mello Breyner Andresen e três de Carl Sagan.

Admita agora que a Joana **já seleccionou** os seis livros que irá ler em casa da sua avó.

Supondo aleatória a sequência pela qual estes seis livros vão ser lidos, qual é a probabilidade de os dois livros de José Saramago serem lidos um a seguir ao outro? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 1999, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)

76. Trinta soldados participam num exercício. A Marina Santos é um dos trinta soldados.
É necessário escolher três dos trinta soldados para ficarem de sentinela durante a noite.
Admitindo que a escolha é feita ao acaso, qual é a probabilidade de a Marina Santos ficar de sentinela?
Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame – 1998, Prova para militares (prog. antigo)

77. Um fiscal do Ministério das Finanças vai inspecionar a contabilidade de sete empresas, das quais três são clubes de futebol profissional.

A sequência segundo a qual as inspeções vão ser feitas é aleatória.

Qual é a probabilidade de que as três primeiras empresas inspeccionadas sejam exatamente os três clubes de futebol?

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 1998, 2ª Fase (cód. 135)

78. O código de um cartão multibanco é uma sequência de quatro algarismos como, por exemplo, 0559.

Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco.

Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter os quatro algarismos diferentes?

Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame – 1998, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)



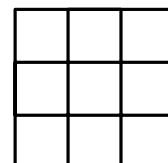
79. Uma turma de uma escola secundária tem 27 alunos: 15 raparigas e 12 rapazes. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se constituir uma comissão para organizar um passeio. A comissão deverá ser constituída por 4 raparigas e 3 rapazes. Acordou-se que um dos 3 rapazes da comissão será necessariamente o delegado de turma.

Admita que os 7 membros da comissão, depois de constituída, vão posar para uma fotografia, colocando-se uns ao lado dos outros.

Supondo que eles se colocam ao acaso, qual é a probabilidade de as raparigas ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

Exame – 1998, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)

80. Pretende-se colocar, sobre um tabuleiro situado à nossa frente, como o representado na figura, nove peças de igual tamanho e feição, das quais quatro são brancas e cinco são pretas. Cada casa do tabuleiro é ocupada por uma só peça.

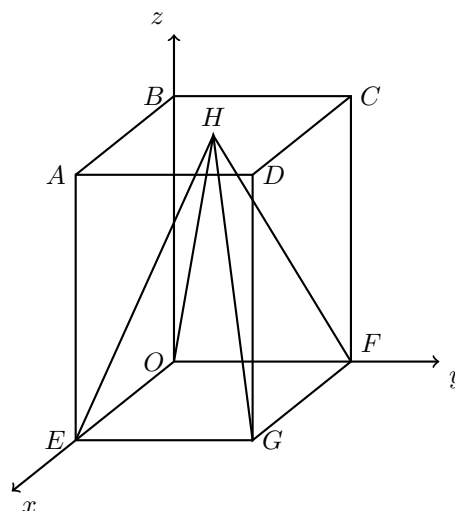


Supondo que as peças são colocadas ao acaso, determine a probabilidade de uma das diagonais ficar só com peças brancas.

Prova modelo – 1998 (cód. 135)

81. Na figura ao lado estão representados em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base $[OFGE]$ coincide com a do prisma e está assente no plano xOy . O vértice da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.

Considerando, ao acaso, cinco dos nove vértices da figura representada, qual a probabilidade de que pelo menos quatro sejam da pirâmide?



Exame – 1997, Prova para militares (cód. 135)

82. Uma embalagem de pastilhas contém doze pastilhas com igual aspeto exterior, sendo três de ananás, três de cereja, três de laranja e três de morango. Esvaziando a embalagem e retirando quatro pastilhas ao acaso, qual é a probabilidade de se retirar uma de cada sabor?

Exame – 1997, 2ª Fase (cód. 135)

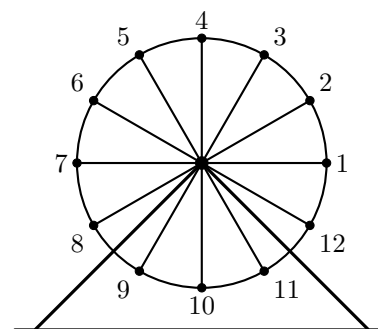
83. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por quatro algarismos, por uma certa ordem. Escolhe-se um cofre ao acaso, qual é a probabilidade de o código ter exatamente três zeros?

(A) 0,0004 (B) 0,0027 (C) 0,0036 (D) 0,004

Exame – 1997, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)

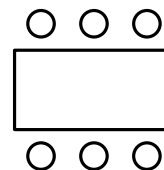


84. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, cada uma com um lugar (ver figura ao lado). Seis raparigas e seis rapazes vão andar na roda gigante e sorteiam entre si os lugares que vão ocupar. Qual é a probabilidade de rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente, isto é, cada rapaz entre duas raparigas e cada rapariga entre dois rapazes? Apresente o resultado na forma de percentagem.



Exame – 1997, 1ª Fase – 2ª chamada (cód. 135)

85. Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa retangular com três lugares de cada lado, como esquematizado na figura junta. Determine a probabilidade de dois desses amigos, a Joana e o Rui, ficarem sentados em frente um do outro.



Exame – 1997, 1ª Fase – 1ª chamada (cód. 135)