MATEMÁTICA A - 12º Ano
Probabilidades - Teoremas e operações com conjuntos

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória.
   Sejam A e B dois acontecimentos ($A \in \Omega$ e $B \in \Omega$).

   Sabe-se que:

   - A e B são acontecimentos independentes e equiprováveis;
   - $P(A \cup B) = 0{,}64$

   Qual é o valor de $P(A)$?

   (A) 0,42 **(B)** 0,40 **(C)** 0,38 **(D)** 0,36

Exame – 2018, Ép. especial

2. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
   Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
   Sabe-se que:

   - $P(A) = 0{,}4$
   - $P\left(\overline{B}\right) = 0{,}7$
   - $P(A \cup B) = 0{,}5$

   Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$?

   (A) 0,6 **(B)** 0,7 **(C)** 0,8 **(D)** 0,9

Exame – 2015, 1ª Fase

3. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
   Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
   Sabe-se que:

   - A e B são acontecimentos independentes;
   - $P(A) = 0{,}4$
   - $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}48$

   Qual é o valor de $P(B)$?

   (A) 0,08 **(B)** 0,12 **(C)** 0,2 **(D)** 0,6

Exame – 2014, 2ª Fase

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}3$
- $P\left(\overline{A} \cap B\right) = 0{,}55$
- A e B são acontecimentos incompatíveis.

Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$?

(A) 0,85 **(B)** 0,25 **(C)** 0,15 **(D)** 0

Exame – 2013, Ép. especial

5. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}3$
- $P\left(\overline{B}\right) = 0{,}6$
- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}4$

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 28.02.2013

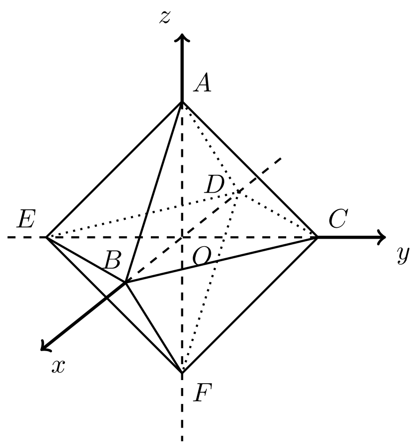
6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cup \left(A \cap \overline{B}\right)\right)$?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{4}{5}$

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

7. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um octaedro regular $[ABCDEF]$, cujos vértices pertencem aos eixos coordenados.
Considere a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos vértices do octaedro.
Sejam X e Y os acontecimentos seguintes.
X : «o vértice escolhido pertence ao plano definido por $y = 0$»
Y : «a soma das coordenadas do vértice escolhido é positiva»
Averigue se os acontecimentos X e Y são independentes. Justifique.
Na sua justificação, deve indicar os vértices que pertencem a cada um dos acontecimentos X, Y e $X \cap Y$



Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

8. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P\left(\overline{A}\right) = \frac{7}{10}$
- $P\left(A \cup B\right) = \frac{3}{4}$

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) $\frac{5}{14}$ **(B)** $\frac{9}{14}$ **(C)** $\frac{9}{20}$ **(D)** $\frac{11}{20}$

Exame – 2012, 1ª Fase

9. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos em todos os anos de escolaridade.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: ≪O aluno é do sexo feminino≫
B: ≪O aluno está no 12.º ano≫
Qual das expressões seguintes designa o acontecimento ≪o aluno é do sexo masculino e não está no 12.º ano≫?

(A) $A \cap B$ **(B)** $\overline{A \cap B}$ **(C)** $A \cup B$ **(D)** $\overline{A \cup B}$

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2012

10. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos incompatíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) $P(A \cup B) = P(A \cap B)$ **(B)** $P(A) + P(B) = 1$

(C) $P(A \cap B) = 0$ **(D)** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Teste Intermédio 12º ano – 13.03.2012

11. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P\left(\overline{A}\right) = 0{,}9$
- $P\left(A \cup B\right) = 0{,}73$
- A e B são acontecimentos independentes.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 0,63 **(B)** 0,657 **(C)** 0,073 **(D)** 0,7

Exame – 2011, Prova especial

12. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) incompatíveis.
Sabe-se que $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}3$ e que $P(A) = 0{,}5$
Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 0,2 **(B)** 0 **(C)** 0,5 **(D)** 0,4

Exame – 2011, Ép. especial

13. A Ana dispõe de sete cartas todas diferentes: quatro cartas do naipe de espadas e três cartas do naipe de copas.
As cartas de que a Ana dispõe são:

- o ás, o rei, a dama e o valete do naipe de espadas;
- o rei, a dama e o valete do naipe de copas.

Depois de introduzir as sete cartas num saco, a Ana retira uma carta ao acaso.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: ≪A carta retirada é do naipe de espadas≫
B: ≪A carta retirada é um rei≫
Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 19.01.2011

14. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}4$
- $P\left(\overline{B}\right) = 0{,}3$
- $P(A \cap B) = 0{,}3$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) 0,4 **(B)** 0,6 **(C)** 0,7 **(D)** 0,8

Exame – 2010, Ép. especial

15. A Ana e a Joana são amigas e vão acampar nas férias do Carnaval. A mãe da Ana e a mãe da Joana pediram às filhas que, quando chegassem ao acampamento, lhes telefonassem, pedido que é hábito fazerem sempre que as jovens se ausentam de casa por períodos de tempo alargados. Admita-se que o facto de uma delas telefonar é independente de a outra também o fazer.
Sabe-se pela experiência que elas nem sempre satisfazem o pedido das mães.
Considere os acontecimentos:
A: ≪a Ana telefona à mãe≫;
B: ≪a Joana telefona à mãe≫.
Determine a probabilidade de, pelo menos, uma das amigas telefonar à sua mãe, sabendo que $P(A) = 70\%$, que $P(B) = 80\%$ e que A e B são acontecimentos independentes.
Apresente o resultado em percentagem.

Exame – 2010, Ép. especial

16. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 30\%$;
- $P(A \cup B) = 70\%$;
- A e B são incompatíveis.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 21% **(B)** 40% **(C)** 60% **(D)** 61%

Exame – 2010, 1ª Fase

17. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P(A) = 0{,}4$ e $P(B) = 0{,}5$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) 0,6 **(B)** 0,7 **(C)** 0,8 **(D)** 0,9

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2010

18. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que $P(A) = 0{,}5$ e que $P(B) = 0{,}7$
Podemos então garantir que ...

(A) A e B são acontecimentos contrários

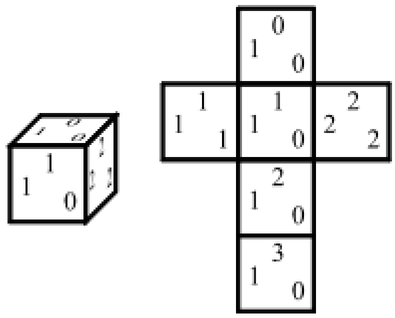
(B) A e B são acontecimentos compatíveis

(C) A está contido em B

(D) o acontecimento $A \cup B$ é certo

Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

19. Na figura ao lado está representado um dado equilibrado, bem como a respetiva planificação.
Conforme se pode observar na figura, existem três números em cada face.
Lança-se este dado **uma só vez** e observam-se os números da face que fica voltada para cima. Diz-se então que saíram esses três números.
Seja R o acontecimento ≪os números saídos são todos iguais≫.
Seja S o acontecimento ≪a **soma** dos números saídos é igual a 3≫.
Os acontecimentos R e S são independentes? Justifique.



Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

20. Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?
Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right) - P(B) + P(A \cup B)$. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

Exame – 2008, 2ª Fase

21. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos.
Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 80\%$
- $P(B) = 60\%$
- $P(A \cap B) = 10\%$

Qual é o valor de $P(A)$?
(P designa probabilidade).

(A) 10% **(B)** 20% **(C)** 30% **(D)** 40%

Exame – 2008, 1ª Fase

22. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória.
A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que,

- $P(X) = a$
- $P(Y) = b$
- X e Y são independentes

A probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1 - a - b + a \times b$
Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo.
Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$.
Admita que os acontecimentos «tirar um iogurte de pêssego» e «tirar um sumo de laranja» são independentes.

Utilizando a expressão $1 - a - b + a \times b$, determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2007, 2ª Fase

23. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
Escolhe-se, ao acaso, um desses números.
Sejam os acontecimentos:
A: «O número escolhido é múltiplo de 5»
B: «O número escolhido tem os algarismos todos diferentes».
Averigue se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

Exame – 2007, 1ª Fase

24. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A, B e C três acontecimentos ($A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $C \subset \Omega$) tais que $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
Sabe-se que $P(A) = 0{,}21$ e que $P(C) = 0{,}47$.
Calcule $P(A \cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades.

Exame – 2007, 1ª Fase

25. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) tais que $0 < P(A) < 1$ e $0 < P(B) < 1$
Sabe-se que $A \subset B$. Qual é o valor de $P\left[(A \cup B) \cap \overline{B}\right]$?

(A) 0 **(B)** $P(A)$ **(C)** $P(B)$ **(D)** 1

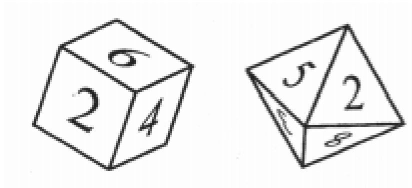
Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

26. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que A e B são acontecimentos independentes, que $P(B) = \frac{2}{3}$ e que $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$.
Determine o valor de $P(A \cup B)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

27. A Sofia tem dois dados equilibrados.
Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6.
O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.

A Sofia lança os dois dados e observa os números saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).



No âmbito desta experiência, dê o exemplo de dois acontecimentos, A e B, nem impossíveis nem certos, e tais que, $A \neq B$ e $P(A \cap B) = P(A)$.

Exame – 2006, Ép. especial

28. Uma turma de 12.º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos.
Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno.
Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.
Opção 1: X : ≪O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos≫
Y: ≪O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos≫
Opção 2: X : ≪O número do aluno escolhido é par≫
Y: ≪O número do aluno escolhido é múltiplo de 4≫
Opção 3: X : ≪O aluno escolhido tem 18 anos≫
Y: ≪O aluno escolhido é rapariga≫
Opção 4: X : ≪O aluno escolhido é rapaz≫
Y: ≪O aluno escolhido tem 17 anos≫
Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos, X e Y, são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:

$$P(X \cup Y) > P(X),\ P(X \cup Y) < 1,\ P(X \cap Y) > 0$$

Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, **justificando**, qual é a afirmação falsa).

Exame – 2006, 2ª Fase

29. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que $P(A) = 0{,}3$
Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a 0,3.
Qual deles?

(A) $A \cup B$ **(B)** $\overline{A} \cup B$ **(C)** $A \cap B$ **(D)** $\overline{A \cap B}$

Exame – 2006, 1ª Fase

30. Escolhe-se, ao acaso, um aluno de uma turma de uma escola secundária.
Considere os acontecimentos:
A: ≪O aluno é uma rapariga≫
B: ≪O aluno não usa óculos≫
Qual é o acontecimento **contrário** de $A \cup B$?

(A) O aluno é um rapaz e usa óculos **(B)** O aluno é um rapaz e não usa óculos

(C) O aluno é um rapaz ou usa óculos **(D)** O aluno é um rapaz ou não usa óculos

Exame – 2005, Ép. especial

31. Seja Ω o espaço de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam X e Y dois acontecimentos ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$).
Apenas uma das afirmações seguintes **não** é equivalente à igualdade $P(X \cap Y) = 0$.
Qual?

(A) X e Y são acontecimentos incompatíveis.

(B) X e Y não podem ocorrer simultaneamente.

(C) Se X ocorreu, Y não pode ocorrer.

(D) X e Y são ambos impossíveis.

Exame – 2005, 1ª Fase

32. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Sabe-se que:

$$P(A) = 0{,}3 \qquad P(A \cap B) = 0{,}1 \qquad P(A \cup B) = 0{,}8$$

Qual é o valor de $P\left(\overline{B}\right)$?

(A) 0,1 **(B)** 0,2 **(C)** 0,3 **(D)** 0,4

Exame – 2004, 2ª Fase

33. Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A) A soma das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1

(B) O produto das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1

(C) A soma das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1

(D) O produto das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1

Exame – 2004, 1ª Fase

34. Um saco contém bolas azuis, brancas e pretas.
Tira-se, ao acaso, uma bola do saco.
Sejam os acontecimentos:

A – a bola retirada é azul
B – a bola retirada é branca

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A e B são contrários **(B)** A e $\overline{B}$ são contrários

(C) A e B são incompatíveis **(D)** A e $\overline{B}$ são incompatíveis

Exame – 2003, 1ª Fase – 2ª chamada

35. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).
Tem-se que:

$P(A) = 0{,}3$ e $P(B) = 0{,}5$

Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(A \cup B)$?

(A) 0,1 **(B)** 0,4 **(C)** 0,6 **(D)** 0,9

Exame – 2003, 1ª Fase – 1ª chamada

36. Numa turma de vinte e cinco jovens, as suas idades e sexos estão distribuídos como indica a tabela:

Idade	Rapazes	Raparigas
15	4	2
16	5	4
17	6	4

Pretende-se escolher um jovem para representar a turma. Sabendo que esse representante é escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de que tenha dezasseis anos ou seja uma rapariga? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2002, Prova para militares

37. Dois atiradores, António e Belmiro, disparam simultaneamente sobre um alvo.
A probabilidade de o António acertar no alvo é 0,7.
A probabilidade de o Belmiro acertar no alvo é 0,6.
Admita que são independentes os acontecimentos ≪O António acerta no alvo≫ e ≪O Belmiro acerta no alvo≫.
Qual é a probabilidade de o alvo ser atingido ?

(A) 0,86 **(B)** 0,88 **(C)** 0,90 **(D)** 0,92

Exame – 2001, Ép. especial

38. Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tato.
Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas.
Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.
Suponha que, no saco, estão apenas **algumas** das quinze bolas.
Nestas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade dessa bola ser amarela é 50%
- a probabilidade dessa bola ter o número 1 é 25%
- a probabilidade dessa bola ser amarela ou ter o número 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela número 1 está no saco.

Exame – 2001, 1ª Fase – 1ª chamada

39. Seja S o conjunto de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos, contidos em S, nenhum deles impossível nem certo.
Sabe-se que $A \subset B$
Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira (P designa probabilidade, e $\overline{A}$ e $\overline{B}$ designam os acontecimentos contrários de A e B, respetivamente).

(A) $P(A) > P(B)$ **(B)** $P(A \cap B) = 0$

(C) $P(A \cup B) = 1$ **(D)** $P\left(\overline{A}\right) \geq P\left(\overline{B}\right)$

Prova modelo – 2001

40. Lança-se um dado com as faces numeradas de 1 a 6.
Considere os acontecimentos:
A: ≪sair face ímpar≫;
B: ≪sair face de número maior ou igual a 4≫.

Qual é o acontecimento **contrário** de $A \cup B$?

(A) sair a face 1 ou a face 5 **(B)** sair a face 4 ou a face 6

(C) sair a face 2 **(D)** sair a face 5

Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada