

MATEMÁTICA A - 12º Ano

Probabilidades - Teoremas e operações com conjuntos

Propostas de resolução

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Como A e B são acontecimentos equiprováveis, temos que $P(A) = P(B)$

E como A e B são acontecimentos independentes, temos que

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = P(A) \times P(A) = (P(A))^2$$

Logo, como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, temos que:

$$0,64 = P(A) + P(A) - (P(A))^2 \Leftrightarrow (P(A))^2 - 2 \times P(A) + 0,64 = 0$$

Finalmente, usando a fórmula resolvente para equações do segundo grau, temos que:

$$P(A) = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times 0,64}}{2 \times 1} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2 \pm 1,2}{2} \Leftrightarrow P(A) = 1,6 \vee P(A) = 0,4$$

Como $P(A) \leq 1$, então temos que $P(A) = 0,4 = 0,40$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2018, Ép. especial

2. Como $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = P(B) - P(A \cap B)$ vem que $P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$, temos que:

$$P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,5 = 0,2$$

Finalmente, pelas leis de De Morgan, temos que:

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2015, 1ª Fase

3. Usando as leis de DeMorgan, e a probabilidade do acontecimento contrário, temos que:

$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$ então

$$P(\overline{A \cap B}) = 0,48 \Leftrightarrow 1 - P(A \cup B) = 0,48 \Leftrightarrow 1 - 0,48 = P(A \cup B) \Leftrightarrow 0,52 = P(A \cup B)$$

Como A e B são acontecimentos independentes, temos que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, logo

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Leftrightarrow P(A) \times P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Substituindo os valores das probabilidade, vem

$$\begin{aligned} 0,4 \times P(B) &= 0,4 + P(B) - 0,52 \Leftrightarrow 0,4 \times 0,52 - 0,4 = P(B) - 0,4 \times P(B) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0,12 &= P(B) \times (1 - 0,4) \Leftrightarrow 0,12 = P(B) \times 0,6 \Leftrightarrow \frac{0,12}{0,6} = P(B) \Leftrightarrow 0,2 = P(B) \end{aligned}$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2014, 2ª Fase



4. Temos que A e B são acontecimentos incompatíveis, logo $P(A \cap B) = 0$

Como $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$, e $P(A \cap B) = 0$, vem que:
 $P(\overline{A} \cap B) = P(B)$, pelo que $P(B) = 0,55$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, $P(A \cap B) = 0$ e $P(A) = 0,3$, temos que:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,55 = 0,85$

Assim, pelo teorema do acontecimento contrário, $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,85 = 0,15$

Finalmente, pelas leis de De Morgan, temos que:

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0,15$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2013, Ép. especial

5. A e B são independentes se $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$

Temos ainda que

- $P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$, porque $P(B) = 1 - P(\overline{B})$
- $P(\overline{A \cup B}) = 0,4$, porque $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$
- $P(A \cup B) = 1 - 0,4 = 0,6$, porque $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B})$
- $P(A \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0,6 = 0,1$, porque $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

Assim temos que

$$P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$$

porque $0,3 \times 0,4 = 0,12 \neq 0,1$

Logo A e B não são acontecimentos independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 28.02.2013

6. Como

- $\overline{A} \cup (A \cap \overline{B}) = (\overline{A} \cup A) \cap (\overline{A} \cup \overline{B}) = \Omega \cap (\overline{A \cap B}) = \overline{A \cap B}$
- $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$

temos que

$$P(\overline{A} \cup (A \cap \overline{B})) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Resposta: **Opção D**

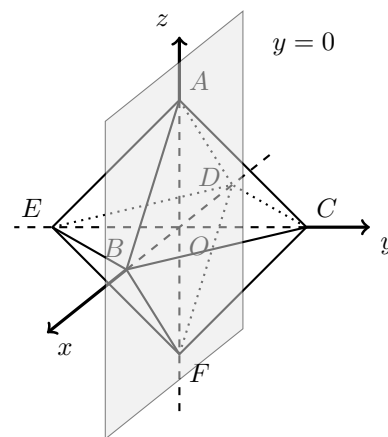
Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013



7. X e Y são independentes se $P(X) \times P(Y) = P(X \cap Y)$

Observando a figura ao lado, podemos verificar que apenas os pontos A, B, D e E pertencem ao plano de equação $y = 0$, pelo que existem 4 casos favoráveis ao acontecimento X , num total de 6 casos possíveis, ou seja, recorrendo à Regra de Laplace, temos que

$$P(X) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



Analisando as coordenadas dos pontos, podemos verificar que todos os vértices do octaedro têm duas coordenadas nulas, pelo que a soma das coordenadas é igual à coordenada não nula.

Assim temos que os pontos A, B e C têm a coordenada não nula positiva, e por isso a soma das coordenadas é positiva, e para os restantes pontos a coordenada não nula é negativa, e por isso a soma das coordenadas é negativa, pelo que existem 3 casos favoráveis à ocorrência do acontecimento Y , num total de 6 possíveis, e assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos

$$P(Y) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Temos ainda que o acontecimento $X \cap Y$ corresponde a selecionar um vértice que pertence ao plano de equação $y = 0$ e cuja soma das coordenadas seja positiva.

Assim, podemos verificar que apenas os pontos A e B verificam simultaneamente as duas condições, pelo que existem 2 casos favoráveis e 6 possíveis, e assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos

$$P(X \cap Y) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Assim temos que

$$P(X) \times P(Y) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = P(X \cap Y)$$

Logo X e Y são acontecimentos independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 29.11.2013

8. Temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Como A e B são independentes, então $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$, pelo que, podemos escrever que

$$P(A) + P(B) - P(A \cup B) = P(A) \times P(B) \quad (1)$$

Como $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$, substituindo os valores conhecidos na igualdade (1), vem:

$$\frac{3}{10} + P(B) - \frac{3}{4} = \frac{3}{10} \times P(B) \Leftrightarrow \frac{6}{20} + \frac{20P(B)}{20} - \frac{15}{20} = \frac{6P(B)}{20} \Leftrightarrow 6 + 20P(B) - 15 = 6P(B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20P(B) - 6P(B) = 15 - 6 \Leftrightarrow 14P(B) = 9 \Leftrightarrow P(B) = \frac{9}{14}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2012, 1ª Fase



9. O acontecimento «o aluno é do sexo masculino» pode ser representado por \bar{A}
O acontecimento «o aluno não está no 12.º ano» pode ser representado por \bar{B}

Assim, o acontecimento «o aluno é do sexo masculino e não está no 12.º ano» pode ser representado por $\bar{A} \cap \bar{B}$

E, pelas leis de De Morgan, temos $\overline{\bar{A} \cap \bar{B}} = \overline{\bar{A} \cup \bar{B}}$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12º ano – 24.05.2012

10. Se A e B são dois acontecimentos incompatíveis, então não podem ocorrer simultaneamente.

Assim, temos que $A \cap B = \emptyset$, pelo que $P(A \cap B) = 0$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12º ano – 13.03.2012

11. Temos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, e como A e B são acontecimentos independentes, vem que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Assim,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) - P(A) = P(B) - P(A) \times P(B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(A \cup B) - P(A) = P(B)(1 - P(A)) \Leftrightarrow P(A \cup B) - P(A) = P(B) \times P(\bar{A}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{P(A \cup B) - P(A)}{P(\bar{A})} = P(B) \end{aligned}$$

Como $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1$, temos que:

$$P(B) = \frac{0,73 - 0,1}{0,9} = \frac{0,63}{0,9} = 0,7$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2011, Prova especial

12. Como A e B são acontecimentos incompatíveis, temos que $A \cap B = \emptyset$, ou seja, $P(A \cap B) = 0$

Pelas leis de De Morgan temos que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3 \Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) = 0,3$, e assim

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = P(B)$, calculamos o valor de $P(B)$, substituindo os valores conhecidos:

$$P(B) = 0,7 + 0 - 0,5 = 0,2$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2011, Ép. especial



13. A e B são independentes se $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$

Pela Regra de Laplace, como existem 4 cartas do naipe de espadas (número de casos favoráveis, no conjunto das 7 cartas que a Ana introduziu no saco (número de casos possíveis), temos que $P(A) = \frac{4}{7}$

Da mesma forma, temos como nas 7 cartas existem 2 reis, temos que $P(B) = \frac{2}{7}$

E assim, vem que

$$P(A) \times P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{49}$$

Temos ainda que $P(A \cap B)$ é a probabilidade de retirar o rei de espadas, ou seja, existe apenas 1 carta cuja extração é favorável a este acontecimento, num conjunto de 7 possíveis, pelo que

$$P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

E assim, como $P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$, podemos afirmar que os acontecimentos A e B não são independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 19.01.2011

14. Como $P(\overline{B}) = 0,3$, pelo teorema $P(X) = 1 - P(\overline{X})$, temos que:

$$P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Assim, pelo teorema $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$, temos que:

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,7 - 0,3 = 0,8$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2010, Ép. especial

15. Como a probabilidade de pelo menos, uma das amigas telefonar à sua mãe, é $P(A \cup B)$
Como os acontecimentos A e B são independentes, temos que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Assim, pelo teorema $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$, temos que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

Pelo que

$$P(A \cup B) = 0,7 + 0,8 - 0,7 \times 0,8 = 0,94$$

Apresentando o valor da probabilidade calculada em percentagem, temos $P(A \cup B) = 94\%$

Exame – 2010, Ép. especial

16. Como A e B são acontecimentos incompatíveis, temos que $A \cap B = \emptyset$, ou seja, $P(A \cap B) = 0$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = P(B)$, calculamos o valor de $P(B)$, substituindo os valores conhecidos:

$$P(B) = 70\% + 0\% - 30\% = 40\%$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2010, 1ª Fase

17. Como A e B são acontecimentos independentes, então

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,5 = 0,2$$

E assim temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2010



18. Como $P(A) = 0,5$ e $P(B) = 0,7$, temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,7 - P(A \cap B) = 1,2 - P(A \cap B)$$

Logo, como $P(A \cup B) \leq 1$, então $P(A \cap B) > 0$

Como $P(A \cap B) > 0$ então $A \cap B \neq \emptyset$, ou seja, A e B são acontecimentos compatíveis.

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

19. R e S são independentes se $P(R) \times P(S) = P(R \cap S)$

Recorrendo à Regra de Laplace, e verificando que o dado tem 2 faces com os números todos iguais (número de casos favoráveis) num total de 6 (número de casos possíveis), podemos calcular a probabilidade do acontecimento R :

$$P(R) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Da mesma forma, observando que o dado tem 2 faces em que a soma dos três algarismos é 3 ($1 + 1 + 1 = 3$ e $2 + 1 + 0 = 3$) num total de 6 faces, temos que a probabilidade do acontecimento S é

$$P(S) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Assim vem que

$$P(R) \times P(S) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Temos ainda que o acontecimento $R \cap S$ corresponde a «os números saídos são todos iguais, e a sua **soma** é igual a 3», pelo que existe apenas uma face do dado ($1 + 1 + 1 = 3$) que é favorável à ocorrência do acontecimento $R \cap S$, e assim vem que

$$P(R \cap S) = \frac{1}{6}$$

Desta forma, verificámos que $P(R) \times P(S) \neq P(R \cap S)$, pelo que os acontecimentos R e S não são independentes.

Teste Intermédio 12º ano – 10.12.2008

20. Como se pretende calcular a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva, para utilizar a igualdade $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$, podemos definir os acontecimentos

- A : O estudante escolhido ser rapaz
- B : O estudante escolhido ter tido classificação positiva

E assim, $\overline{A \cup B}$ é o acontecimento "o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva".

Temos que o número de casos possíveis é $160 + 120 = 280$, correspondendo ao número total de estudantes que realizaram o exame (160 raparigas e 120 rapazes).

- O número de casos favoráveis para o acontecimento \overline{A} é 160, correspondendo ao número de raparigas. E assim temos que $P(\overline{A}) = \frac{160}{280}$
- O número de casos favoráveis para o acontecimento B é $160 \times 0,65 + 120 \times 0,6 = 176$, correspondendo a 65% das raparigas e 60% dos rapazes. E assim temos que $P(B) = \frac{176}{280}$
- O número de casos favoráveis para o acontecimento $A \cup B$ é $120 + 160 \times 0,65 = 224$, correspondendo à soma do número de rapazes com 65% das raparigas que teve positiva. E assim temos que $P(A \cup B) = \frac{224}{280}$

Logo, calculando a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva, e apresentando o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas, vem

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B) = \frac{160}{280} - \frac{176}{280} + \frac{224}{280} = \frac{208}{280} \approx 0,74$$

Exame – 2008, 2ª Fase



21. Como

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = P(A)$$

Vem que

$$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = 80\% - 60\% + 10\% = 30\%$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2008, 1ª Fase

22. Definindo os acontecimentos

- X : «tirar um iogurte de pêssego»
- Y : «tirar um sumo de laranja»

Temos que $a = P(X) = \frac{1}{5}$, $b = P(Y) = \frac{1}{3}$ e admite-se que X e Y são independentes.

Como a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1 - a - b + a \times b$, temos que a probabilidade (na forma de fração irredutível) de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja é:

$$1 - a - b + a \times b = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{3}{15} - \frac{5}{15} + \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

Exame – 2007, 2ª Fase

23. A e B são acontecimentos independentes se

$$P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$$

Assim, sabemos que existem $9 \times 9 \times 9 = 9^3$ algarismos diferentes que se podem formar com os nove algarismos.

Calculando a probabilidade dos acontecimentos A , B e $A \cap B$ temos:

- Apenas os números cujo algarismo das unidades é 5 são múltiplos de 5, pelo que existem $9 \times 9 \times 1 = 9^2$ números diferentes que são múltiplos de 5, e assim vem que $P(A) = \frac{9^2}{9^3} = \frac{1}{9}$
- Existem $9 \times 8 \times 7$ números cujos algarismos são todos diferentes, pelo que $P(B) = \frac{9 \times 8 \times 7}{9^3} = \frac{56}{9^2}$
- Os números que são múltiplos de cinco e cujos algarismos são todos diferentes são $8 \times 7 \times 1 = 56$, pelo que $P(A \cap B) = \frac{56}{9^3}$

Assim, como

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{9} \times \frac{56}{9^2} = \frac{56}{9^3} = P(A \cap B)$$

podemos afirmar que A e B são acontecimentos independentes.

Exame – 2007, 1ª Fase

24. Como

$$(A \cup B) \cap C = \emptyset \Leftrightarrow (A \cap C) \cup (B \cap C) = \emptyset \Leftrightarrow A \cap C = \emptyset \wedge B \cap C = \emptyset$$

E assim, como $A \cap C = \emptyset$, então $P(A \cap C) = 0$, pelo que

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = 0,21 + 0,47 - 0 = 0,68$$

Exame – 2007, 1ª Fase



25. Como $A \subset B$, então $A \cup B = B$, pelo que

$$P[(A \cup B) \cap \overline{B}] = P(B \cap \overline{B}) = P(\emptyset) = 0$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

26. Como A e B são acontecimentos independentes, então $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, pelo que, substituindo os valores conhecidos vem

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = P(A) \times \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{4} = P(A)$$

E assim, calculando o valor de $P(A \cup B)$ e apresente o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$$

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2006

27. Como se pretende que $P(A \cap B) = P(A)$, então $A \cap B = A$, ou seja $A \subset B$

No âmbito da experiência descrita, podemos definir os acontecimentos, nem impossíveis nem certos, tais que $A \neq B$ e $P(A \cap B) = P(A)$:

- A : O produto dos dois números saídos é 48
- B : O produto dos dois números saídos é um número par

Exame – 2006, Ép. especial

28. Relativamente à Opção 1, como todos os alunos da turma têm 16 ou 17 anos ou mais do que 17 anos, vem que $X \cup Y = \Omega$, pelo que $P(X \cup Y) = 1$, e assim a afirmação $P(X \cap Y) < 1$ é falsa.

Relativamente à Opção 2, temos que os alunos da turma cuja idade é par ou um múltiplo de 4, são exatamente os mesmos cuja idade é par, pelo que $X \cup Y = X$, e assim a afirmação $P(X \cup Y) > P(X)$ é falsa.

Relativamente à Opção 3, como não existem raparigas de 18 anos na turma, vem que $X \cap Y = \emptyset$, pelo que $P(X \cap Y) = 0$, e assim a afirmação $P(X \cap Y) > 0$ é falsa.

Temos assim que, relativamente à Opção 4, as três afirmações são verdadeiras.

Exame – 2006, 2ª Fase

29. Como $A = A \cup B \vee A \subset (A \cup B)$, então $P(A) \leq P(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cup B) \geq P(A) \Leftrightarrow P(A \cup B) \geq 0,3$

Como $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$ e $\overline{A} = \overline{A} \cup B \vee \overline{A} \subset (\overline{A} \cup B)$, então $P(\overline{A}) \leq P(\overline{A} \cup B) \Leftrightarrow P(\overline{A} \cup B) \geq P(\overline{A}) \Leftrightarrow P(\overline{A} \cup B) \geq 0,7$

Como $A \cap B = A \vee (A \cap B) \subset A$, então $P(A \cap B) \leq P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B) \leq 0,3$

Como $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$ e $P(A \cap B) \leq 0,3$, vem que $P(\overline{A \cap B}) > 1 - 0,3 \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) > 0,7$

Assim temos que o único acontecimento que pode ter probabilidade inferior a 0,3 é o acontecimento $A \cap B$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2006, 1ª Fase



30. Como o acontecimento $A \cup B$ corresponde a selecionar uma rapariga ou um aluno que não usa óculos, vem que o acontecimento contrário de $A \cup B$, é «selecionar um rapaz e um aluno que usa óculos», ou mais simplesmente

O aluno é um rapaz e usa óculos

Resposta: **Opção A**

Exame – 2005, Ép. especial

31. Recorrendo a um contra-exemplo, considerando a experiência aleatória de lancar uma moeda ao ar e considerando os acontecimentos

- X : Sair cara
- Y : Sair coroa

Temos que $P(X \cap Y) = 0$, mas nem o acontecimento X é impossível, nem o acontecimento Y é impossível.

Resposta: **Opção D**

Exame – 2005, 1ª Fase

32. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A) = P(B)$, calculamos o valor de $P(B)$, substituindo os valores conhecidos:

$$P(B) = 0,8 + 0,1 - 0,3 = 0,6$$

E assim,

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2004, 2ª Fase

33. Dois acontecimentos A e B são incompatíveis se $A \cap B = \emptyset$, ou seja se $P(A \cap B) = 0$. E assim temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A) + P(B) = P(A \cup B)$$

Dois acontecimentos A e \overline{A} são contrários se

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) \Leftrightarrow P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2004, 1ª Fase

34. Como o saco contém bolas azuis, brancas e pretas, ao retirar, ao acaso, uma bola do saco, ela pode ser azul, branca ou preta.

Assim o contrário do acontecimento A é o acontecimento \overline{A} - a bola retirada não é azul, ou seja, a bola retirada é branca ou preta.

O acontecimento contrário de \overline{B} é o acontecimento B .

Os acontecimentos A e B não podem ocorrer simultaneamente, porque só é retirada uma bola, e cada bola só tem uma cor, pelo que são incompatíveis.

Quando é retirada uma bola azul, é também "não branca", pelo que os acontecimentos A e \overline{B} ocorrem simultaneamente, ou seja, não são incompatíveis.

Resposta: **Opção C**

Exame – 2003, 1ª Fase – 2ª chamada



35. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, vem que

$$P(A \cup B) = 0,3 + 0,5 - P(A \cap B) = 0,8 - P(A \cap B)$$

- Como $P(A \cap B) \geq 0$ então $P(A \cup B) \leq 0,8$
- Como $(A \cap B) \subset A$, então $P(A \cap B) \leq P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B) \leq 0,3$
E assim, $P(A \cup B) = 0,8 - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) \geq 0,8 - 0,3 \Leftrightarrow P(A \cup B) \geq 0,5$

Pelo que podemos afirmar que

$$0,5 \leq P(A \cup B) \leq 0,8$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2003, 1ª Fase – 1ª chamada

36. Fazendo a contagem dos alunos que têm dezasseis anos ou são raparigas, temos $5 + 2 + 4 + 4 = 15$ casos favoráveis, num conjunto de 25 casos possíveis, pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, e apresentando o resultado na forma de fração irredutível temos

Idade	Rapazes	Raparigas
15	4	2
16	5	4
17	6	4

$$p = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

*** Outra resolução: ***

Definindo os acontecimentos

- D : O aluno selecionado ter 16 anos
- R : O aluno selecionado ser rapariga

Temos que $P(D) = \frac{5+4}{25} = \frac{9}{25}$; $P(R) = \frac{2+4+4}{25} = \frac{10}{25}$ e $P(D \cap R) = \frac{4}{25} = \frac{4}{25}$ e assim, a probabilidade, na forma de fração irredutível, de que o representante, escolhido ao acaso, que tenha dezasseis anos ou seja uma rapariga é

$$P(D \cup R) = P(D) + P(R) - P(D \cap R) = \frac{9}{25} + \frac{10}{25} - \frac{4}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Exame – 2002, Prova para militares

37. Definindo os acontecimentos

- A : «O António acerta no alvo»
- B : «O Belmiro acerta no alvo»

Como A e B são acontecimentos independentes, temos que

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,7 \times 0,8 = 0,42$$

Como o alvo é atingido se ocorrer o acontecimento A ou o acontecimento B , temos que a probabilidade de o alvo ser atingido é

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,42 = 0,88$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2001, Ép. especial



38. Definindo os acontecimentos

- A : A bola retirada é amarela
- N : A bola retirada é tem o número 1

Temos que a bola amarela número 1 está no saco é equivalente a $P(A \cap N) > 0$

Como sabemos que $P(A) \geq 0,5$, $P(N) = 0,25$ e $P(A \cup N) = 0,625$, então

$$P(A \cap N) = P(A) + P(N) - P(A \cup N) = 0,5 + 0,25 - 0,625 = 0,125$$

E assim podemos concluir que a probabilidade de extrair a bola amarela com o número 1 é superior a zero, ou seja a bola amarela com o número 1 está no saco.

Exame – 2001, 1ª Fase – 1ª chamada

39. Como $A \subset B$, então

- $P(A) \leq P(B)$
- $(A \cap B) = A$, pelo que $P(A \cap B) = P(A)$ (e $P(A) \neq 0$ porque A não é um acontecimento impossível)
- $(A \cup B) = B$, pelo que $P(A \cup B) = P(B)$ (e $P(B) \neq 1$ porque B não é um acontecimento certo)
- Como $P(A) \leq P(B)$, $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ e $P(B) = 1 - P(\bar{B})$ então

$$P(A) \leq P(B) \Leftrightarrow 1 - P(\bar{A}) \leq 1 - P(\bar{B}) \Leftrightarrow -P(\bar{A}) \leq -P(\bar{B}) \Leftrightarrow P(\bar{A}) \geq P(\bar{B})$$

Resposta: **Opção D**

Prova modelo – 2001

40. O acontecimento $A \cup B$ corresponde a «sair face ímpar ou número maior ou igual a 4», o que corresponde a verificar-se a ocorrência das faces 1, 3, 4, 5, ou 6

Assim o acontecimento contrário de $A \cup B$ corresponde a «não sair uma das faces 1, 3, 4, 5 ou 6», o que significa

«sair face 2»

Resposta: **Opção C**

Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada

