

$$P(A) = P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Probabilidades (12.º ano)

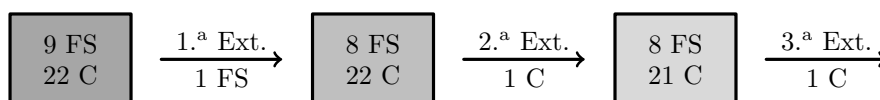
Probabilidade condicionada

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução



1. No contexto da situação descrita $A \cap \bar{B}$ representa o acontecimento: «o primeiro bombom ter recheio de frutos secos e o segundo não ter recheio de frutos secos», pelo que $P(C|A \cap \bar{B})$ é a probabilidade de que o terceiro bombom tenha recheio de caramelo, sabendo que o primeiro tinha de frutos secos e o segundo de caramelo.

Como na primeira extração existiam 9 bombons com recheio de frutos secos e 22 de caramelo, na segunda extração deverão existir 8 de frutos secos e 22 de caramelo e na terceira extração deverão existir 8 de frutos secos e 21 de caramelo.



Assim, como sabendo que o acontecimento representado por $A \cap \bar{B}$ ocorreu, para a probabilidade $P(C|A \cap \bar{B})$, existem na terceira extração 21 bombons de caramelo, ou seja, 21 casos favoráveis; num total de $8 + 21 = 29$ bombons, ou seja, 29 pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, temos:

$$P(C|A \cap \bar{B}) = \frac{21}{29}$$

Exame – 2023, Ép. especial

2. Observando que $P((A \cup \bar{B})|B) = \frac{P((A \cup \bar{B}) \cap B)}{P(B)}$, temos:

- $(A \cup \bar{B}) \cap B = (A \cap B) \cup (\bar{B} \cap B) = (A \cap B) \cup \emptyset = A \cap B$
- $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$
- Como A e B são equiprováveis $P(B) = P(A) = 0,4$ e $P(\bar{B}) = P(\bar{A}) = 0,6$;
- $P(A \cup \bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) \Leftrightarrow 0,7 = 0,4 + 0,6 - P(A \cap \bar{B}) \Leftrightarrow P(A \cap \bar{B}) = 1 - 0,7 \Leftrightarrow P(A \cap \bar{B}) = 0,3$
- $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 0,3 = 0,4 - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,4 - 0,3 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,1$

E assim, o valor de $P((A \cup \bar{B})|B)$, na forma de fração irredutível, é:

$$P((A \cup \bar{B})|B) = \frac{P((A \cup \bar{B}) \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}$$

Exame – 2023, 2.ª Fase

3. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um jovem que respondeu ao questionário, e os acontecimentos:

F : «O jovem respondeu que praticava surf»

K : «O jovem respondeu que praticava skate»

Temos que: $P(F) = 0,65$; $P(K \cap \bar{F}) = 0,2$ e $P(K|F) = \frac{4}{5} = 0,8$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(K \cap F) = P(K|F) \times P(F) = 0,8 \times 0,65 = 0,52$
- $P(F \cap \bar{K}) = P(F) - P(F \cap K) = 0,65 - 0,52 = 0,13$
- $P(K) = P(F \cap K) + P(\bar{F} \cap K) = 0,52 - 0,2 = 0,72$
- $P(\bar{K}) = 1 - P(K) = 1 - 0,72 = 0,28$

	K	\bar{K}	
F	0,52	0,13	0,65
\bar{F}	0,2		
	0,72		1

Assim, calculando a probabilidade de que o jovem selecionado que, no questionário, ter respondido que praticava surf sabendo que tinha respondido que não praticava skate, na forma de fração irredutível, é:

$$P(F|\bar{K}) = \frac{P(F \cap \bar{K})}{P(\bar{K})} = \frac{0,13}{0,28} = \frac{13}{28}$$

Exame – 2023, 1.ª Fase

4. Considerando a experiência aleatória que consiste analisar o passageiro que saiu em primeiro lugar do avião, e os acontecimentos:

A : «O passageiro já tinha viajado de avião»

F : «O passageiro já tinha estado em Faro»

Temos que $P(\bar{A}) = 0,7 = \frac{7}{10}$, $P(F) = \frac{2}{5}$ e $P(A|F) = \frac{1}{2}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$
- $P(A \cap F) = P(F) \times P(A|F) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- $P(\bar{A} \cap F) = P(F) - P(A \cap F) = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$
- $P(\bar{A} \cap \bar{F}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap F) = \frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$
- $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

	A	\bar{A}	
F	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
\bar{F}		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$
	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$	1

Assim, a probabilidade de esta ter sido a primeira viagem de avião do passageiro, ou seja, nunca ter viajado de avião, do qual sabemos que nunca tinha estado em Faro, na forma de fração irredutível, é:

$$P(\bar{A}|\bar{F}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{6}$$

Exame – 2022, 2.ª Fase



5. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da que participou no torneio de jogos matemáticos, e os acontecimentos:

S : «O aluno jogou Semáforo»

R : «O aluno jogou Rastros»

Temos que $P(S) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{R}) = \frac{1}{4}$ e $P(S|\bar{R}) = \frac{1}{5}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(S \cap \bar{R}) = P(\bar{R}) \times P(S|\bar{R}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$
- $P(S \cap R) = P(S) - P(S \cap \bar{R}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$
- $P(R) = 1 - P(\bar{R}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

	S	\bar{S}	
R	$\frac{9}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{4}$
\bar{R}	$\frac{1}{20}$		$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$		1

Assim, a probabilidade de um aluno que participou no torneio escolhido, ao acaso, não ter jogado Semáforo e ter jogado Rastros, na forma de fração irredutível, é:

$$P(\bar{S} \cap R) = P(R) - P(S \cap R) = \frac{3}{4} - \frac{9}{20} = \frac{3}{10}$$

Exame – 2022, 1.ª Fase

6. Temos que:

- $P(B|A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + \frac{3}{2}P(A) - \frac{1}{2}P(A) = P(A) + \frac{2}{2}P(A) = 2P(A)$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 2P(A)$

E assim, temos que:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) + 2P(A) = 1 - 2P(A) + 2P(A) = 1$$

Exame – 2021, Ép. especial



7. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um sócio do clube, e os acontecimentos:

M : «O sócio é uma Mulher»

B : «O sócio pratica badminton»

Temos que $P(M) = 0,65$; $P(B|\bar{M}) = \frac{1}{7}$ e $P(M|B) = \frac{5}{6}$

Assim, considerando $P(B) = k$ e organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,65 = 0,35$
- $P(M \cap B) = P(B) \times P(M|B) = k \times \frac{5}{6} = \frac{5k}{6}$
- $P(\bar{M} \cap B) = P(\bar{M}) \times P(B|\bar{M}) = 0,35 \times \frac{1}{7} = 0,05$

	B	\bar{B}	
M	$\frac{5k}{6}$		0,65
\bar{M}	0,05		0,35
	k		1

Logo, temos que:

$$P(B) = P(M \cap B) + P(\bar{M} \cap B) \Leftrightarrow k = \frac{5k}{6} + 0,05 \Leftrightarrow \frac{6k}{6} - \frac{5k}{6} = 0,05 \Leftrightarrow \frac{k}{6} = 0,05 \Leftrightarrow k = 0,3$$

Assim, temos que:

$$P(M \cap B) = \frac{5k}{6} \underset{k=0,3}{=} \frac{5 \times 0,3}{6} = 0,25$$

Logo, a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis, na forma de percentagem, é 40%, é:

$$P(M \cap \bar{B}) = P(M) - P(M \cap B) = 0,65 - 0,25 = 0,4$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

8. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da escola, e os acontecimentos:

Pt : «O estudante ser português»

R : «O estudante ser um rapaz»

Temos que $P(\bar{R}) = 60\%$ e $P(R \cap \bar{Pt}) = 15\%$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(R) = 100 - P(\bar{R}) = 100\% - 60\% = 40\%$
- $P(Pt \cap R) = 40\% - 15\% = 25\%$

	Pt	\bar{Pt}	
R	25%	15%	40%
\bar{R}			60%
			100%

Assim, a probabilidade de um aluno da escola escolhido, ao acaso, ser português sabendo que era um rapaz, na forma de percentagem, é 62,5%, porque:

$$P(Pt|R) = \frac{P(Pt \cap R)}{P(R)} = \frac{25}{40} = 0,625$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2021, 1.ª Fase



9. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos hóspedes do hotel, e os acontecimentos:

E : «O hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela»

Z : «O hóspede ter participado na descida do rio Zêzere»

Temos que $P(E) = 0,8$; $P(Z) = 0,5$ e $P(\bar{E}|Z) = 0,3$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

	Z	\bar{Z}	
E	0,35	0,45	0,8
\bar{E}	0,15		
	0,5		1

- $P(\bar{E} \cap Z) = P(Z) \times P(\bar{E}|Z) = 0,5 \times 0,3 = 0,15$

- $P(E \cap Z) = P(Z) - P(\bar{E} \cap Z) = 0,5 - 0,15 = 0,35$

Assim, a probabilidade do hóspede, selecionado ao acaso, ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere, na forma de percentagem, é 45%, porque

$$P(E \cap \bar{Z}) = P(E) - P(E \cap Z) = 0,8 - 0,35 = 0,45$$

Exame – 2020, Ép. especial

10. De acordo com os acontecimentos A e B definidos, e os dados do enunciado, temos que:

- $P(A) = 0,3$

- $P(B) = 0,4$

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9$

Assim, usando as Leis de De Morgan, e o teorema do acontecimento contrário, temos que:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9 \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0,9 \Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) = 0,9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = 1 - 0,9 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,1$$

E assim, podemos calcular $P(A \cup B)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0,1 = 0,6$$

Como $A \cap (A \cup B) = (A \cap A) \cup (A \cap B) = A \cup (A \cap B) = A$, porque $(A \cap B) \subset A$, então, usando a definição de probabilidade condicionada, podemos calcular $P(A|(A \cup B))$, e apresentar o resultado na forma de fração irredutível:

$$P(A|(A \cup B)) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0,3}{0,6} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{6}{10}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exame – 2020, 2.ª Fase



11. Podemos observar que:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A) \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow P(B|A) = \frac{1}{3}$$

E assim, designando por a o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco, temos que o número de bolas brancas na segunda extração, sabendo que a primeira bola extraída foi azul, é b e o número total de bolas é $a - 1 + b$

Assim, como a probabilidade de retirar uma bola branca na segunda extração, sabendo que foi retirada uma bola azul na primeira extração, é $\frac{1}{3}$, temos que:

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{b}{a-1+b} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3b = a-1+b \Leftrightarrow 3b-b+1 = a \Leftrightarrow 2b+1 = a$$

Desta forma, como b é um número natural, $2b+1$ é um número ímpar, ou seja, a , o número de bolas azuis que inicialmente existia no saco era ímpar.

Exame – 2020, 1.ª Fase

12. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da turma, e os acontecimentos:

Q : «O aluno está matriculado na disciplina de Química»

H : «O aluno é um rapaz»

Temos que $P(\overline{H}) = 2 \times P(Q)$; $P(\overline{H}|Q) = \frac{1}{3}$ e $P(\overline{Q}|H) = \frac{1}{2}$

Assim, considerando $P(Q) = k$ e organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\overline{H}) = 2k$
- $P(\overline{H} \cap Q) = P(Q) \times P(\overline{H}|Q) = k \times \frac{1}{3} = \frac{k}{3}$
- $P(H) = 1 - P(\overline{H}) = 1 - 2k$
- $P(\overline{Q} \cap H) = P(H) \times P(\overline{Q}|H) = (1 - 2k) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - k$
- $P(H \cap Q) = P(H) - P(\overline{Q} \cap H) = 1 - 2k - \left(\frac{1}{2} - k\right) = 1 - 2k - \frac{1}{2} + k = \frac{1}{2} - k$

	Q	\overline{Q}	
H	$\frac{1}{2} - k$	$\frac{1}{2} - k$	$1 - 2k$
\overline{H}	$\frac{k}{3}$		$2k$
	k		1

Assim, temos que probabilidade do aluno escolhido ao acaso estar matriculado na disciplina de Química é o valor de k , ou seja a solução da equação:

$$P(Q) = P(H \cap Q) + P(\overline{H} \cap Q) \Leftrightarrow k = \frac{1}{2} - k + \frac{k}{3} \Leftrightarrow 6k = 3 - 6k + 2k \Leftrightarrow 10k = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{10}$$

Exame – 2019, Ép. especial



13. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da escola, e os acontecimentos:

R : «O aluno é um rapaz»

D : «O aluno frequenta o décimo ano»

Temos que $P(R|D) = \frac{3}{5}$; $P(R) = \frac{11}{21}$ e $P(R \cap D) = \frac{1}{7}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(D) = \frac{P(R \cap D)}{P(R|D)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{21}$
- $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$
- $P(R \cap \bar{D}) = P(R) - P(D \cap R) = \frac{11}{21} - \frac{1}{7} = \frac{8}{21}$

	R	\bar{R}	
D	$\frac{1}{7}$		$\frac{5}{21}$
\bar{D}	$\frac{8}{21}$		$\frac{16}{21}$
	$\frac{11}{21}$		1

Assim, a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10.º ano, na forma de dízima, arredondado às centésimas, é:

$$P(\bar{R} \cap \bar{D}) = P(\bar{D}) - P(R \cap \bar{D}) = \frac{16}{21} - \frac{8}{21} = \frac{8}{21} \approx 0,38$$

Exame – 2019, 2.ª Fase

14. Considerando a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma bola da caixa, e os acontecimentos:

- A : A bola ser amarela
- L : A bola ter o logotipo desenhado

Designando por n o número de bolas que a caixa contém, de acordo com o enunciado, temos que:

- $P(A) = \frac{10}{n}$
- $P(L|A) = \frac{3}{10}$
- $P(\bar{A} \cup \bar{L}) = \frac{15}{16}$

Desta forma, usando as leis de DeMorgan, e a probabilidade do acontecimento contrário, temos que:

$$P(\bar{A} \cup \bar{L}) = P(\overline{A \cap L}) = 1 - P(A \cap L)$$

E assim, vem que:

$$P(\bar{A} \cup \bar{L}) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow 1 - P(A \cap L) = \frac{15}{16} \Leftrightarrow 1 - \frac{15}{16} = P(A \cap L) \Leftrightarrow \frac{1}{16} = P(A \cap L)$$

Logo, recorrendo à definição de probabilidade condicionada, podemos determinar o valor de n , ou seja, o número de bolas que a caixa contém:

$$P(L|A) = \frac{P(L \cap A)}{P(A)} \Leftrightarrow \frac{3}{10} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{10}{n}} \Leftrightarrow \frac{3 \times 10}{10 \times n} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow 16 \times 3 = n \Leftrightarrow 48 = n$$

Exame – 2019, 1.ª Fase



15. Como $P(A \cup B) \leq 1$ e $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, temos que:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow 0,6 + 0,7 - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow 1,3 - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow \\ -P(A \cap B) \leq 1 - 1,3 \Leftrightarrow -P(A \cap B) \leq -0,3 \Leftrightarrow P(A \cap B) \geq 0,3$$

Assim, usando a definição de probabilidade condicionada e como $P(A) = 0,6$, vem que:

$$P(A \cap B) \geq 0,3 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \geq \frac{0,3}{0,6} \Leftrightarrow P(B|A) \geq \frac{3}{6} \Leftrightarrow P(B|A) \geq \frac{1}{2}$$

Exame – 2018, Ép. especial

16. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um atleta do clube, e os acontecimentos:

B : «O atleta praticar basquetebol»

F : «O atleta praticar futebol»

Temos que $P(B) = \frac{1}{5}$; $P(F) = \frac{2}{5}$ e $P(\overline{B}|\overline{F}) = \frac{3}{4}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$
- $P(\overline{B} \cap \overline{F}) = P(\overline{F}) \times P(\overline{B}|\overline{F}) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$
- $P(\overline{B} \cap F) = P(\overline{B}) - P(\overline{B} \cap \overline{F}) = \frac{4}{5} - \frac{9}{20} = \frac{16 - 9}{20} = \frac{7}{20}$
- $P(B \cap F) = P(F) - P(\overline{B} \cap F) = \frac{2}{5} - \frac{7}{20} = \frac{1}{20}$

	F	\overline{F}	
B	$\frac{1}{20}$		
\overline{B}	$\frac{7}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{4}{5}$
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

Desta forma, como $P(B \cap F) > 0$, temos que, existe pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

Exame – 2018, 2.ª Fase



17. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da escola, e os acontecimentos:

I : «O aluno estudar Inglês»

E : «O aluno estudar Espanhol»

Temos que:

- como o número de alunos que estudam Espanhol e Inglês é igual, então $P(I) = P(E)$
- como a probabilidade de um aluno estudar pelo menos uma das duas línguas é dada por $P(I \cup E)$ e como a probabilidade de um aluno estudar as duas línguas é dada por $P(I \cap E)$, logo $P(I \cup E) = 4 \times P(I \cap E)$

Podemos ainda verificar que:

$$P(I \cup E) = P(I) + P(E) - P(I \cap E) \Leftrightarrow 4 \times P(I \cap E) = P(E) + P(E) - P(I \cap E) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \times P(I \cap E) + P(I \cap E) = 2 \times P(E) \Leftrightarrow 5 \times P(I \cap E) = 2 \times P(E) \Leftrightarrow P(I \cap E) = \frac{2}{5} \times P(E)$$

Desta forma, recorrendo à definição de probabilidade condicionada vem que a probabilidade, de um aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol, é:

$$P(I|E) = \frac{P(I \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{5} \times P(E)}{P(E)} = \frac{2}{5} = 0,4$$

O que corresponde a uma probabilidade de 40%

Exame – 2018, 1.ª Fase



18. No contexto do problema $P(B|\bar{A})$ é a probabilidade de retirar uma bola branca da caixa C_2 após terem sido lá colocadas duas bolas retiradas da caixa C_1 que não têm a mesma cor. Como é sabido que ocorre o acontecimento \bar{A} , ou seja, que as bolas retiradas da caixa C_1 não têm a mesma cor, então duas as bolas retiradas da caixa C_1 são uma preta e uma branca.

Como a caixa C_2 tem sete bolas antes da realização da experiência, e serão colocadas nesta caixa 2 bolas, a caixa C_2 ficará com 9 bolas, ou seja o número de casos possíveis é 9, pelo que o número de casos favoráveis é 6, porque o valor da probabilidade é $\frac{2}{3}$:

$$P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

Assim, o número de casos favoráveis é 6, ou seja, existem 6 bolas brancas na caixa C_2 , num total de 9, ou seja, existem 3 bolas pretas na caixa C_2 .

Como foram lá colocadas 1 bola preta e 1 bola branca, inicialmente, na caixa C_2 existiam:

- $6 - 1 = 5$ bolas brancas
- $3 - 1 = 2$ bolas pretas

Exame – 2017, Ép. especial

19. De acordo com os acontecimentos A e B definidos, e os dados do enunciado, temos que:

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,82$
- $P(B|A) = \frac{1}{3}$

Assim, usando as Leis de De Morgan, e o teorema do acontecimento contrário, temos que:

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,82 &\Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0,82 \Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) = 0,82 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(A \cap B) = 1 - 0,82 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,18 \end{aligned}$$

Usando a definição de probabilidade condicional, podemos calcular $P(A)$:

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{0,18}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0,18 \times 3 = P(A) \Leftrightarrow P(A) = 0,54$$

Exame – 2017, 2.ª Fase



20. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da turma, e os acontecimentos:

V : «O aluno ter olhos verdes»

R : «O aluno é um rapaz»

Temos que $P(V|R) = \frac{1}{4}$ e $P(V \cap R) = \frac{1}{10}$

Assim, temos que:

$$P(R) = \frac{P(V \cap R)}{P(V|R)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Ou seja a probabilidade de escolher um aluno da turma e ele ser rapaz, ou seja, a proporção de rapazes relativamente ao total de alunos da turma é $\frac{2}{5}$. Como existem 20 alunos na turma o número de rapazes da turma é:

$$\frac{2}{5} \times 20 = \frac{40}{5} = 8$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, 1.ª Fase

21. No contexto da situação descrita, $P(A \cap B)$ é a probabilidade de que a primeira bola extraída tenha um número par e que a segunda bola extraída também tenha um número par, ou seja, a probabilidade de que as duas bolas tenham um número par.

No caso de a extração ser feita com reposição, para calcular a probabilidade de que a segunda bola tenha um número par, sabendo que a primeira também tem um número par, devemos considerar 8 casos possíveis (as 8 bolas do saco, porque a primeira bola foi repostada), e 4 casos favoráveis (as 4 bolas com um número par, porque como a primeira bola foi repostada, existem 4 números pares), ou seja:

$$P(B|A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

No caso de a extração ser feita sem reposição, para calcular a probabilidade de que a segunda bola tenha um número par, sabendo que a primeira também tem um número par, devemos considerar 7 casos possíveis (porque das 8 bolas do saco, foi extraída uma que não foi repostada), e 3 casos favoráveis (porque das 4 bolas com um número par existentes inicialmente, uma foi retirada e não foi repostada), ou seja:

$$P(B|A) = \frac{3}{7}$$

Assim, como a probabilidade de que a primeira bola extraída tenha um número par é $P(A) = \frac{1}{2}$, temos que os valores de $P(A \cap B)$ são:

- Com reposição: $a = P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
- Sem reposição: $b = P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$

Exame – 2016, Ép. especial



22. Como $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$, temos que:

$$P(\overline{A \cap B}) = 0,6 \Leftrightarrow 1 - P(A \cup B) = 0,6 \Leftrightarrow P(A \cup B) = 1 - 0,6 \Leftrightarrow P(A \cup B) = 0,4$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$, temos que:

$$P(A \cap B) = 0,2 + 0,3 - 0,4 = 0,1$$

E assim, vem que:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2016, 2.ª Fase

23. No contexto da situação descrita $P(B|A)$ é a probabilidade de que, retirando uma ficha da caixa U e uma ficha da caixa V, o produto dos números das fichas retiradas seja ímpar, sabendo que a soma dos números das fichas retiradas é igual a 10.

Como se retira uma bola de cada caixa, o número de casos possíveis é 4 e correspondem a pares de bolas (em que cada uma é retirada de uma caixa) cuja soma é 10, ou seja:

$$(1,9); (2,8); (3,7) \text{ e } (4,6)$$

De entre estes pares os que correspondem a produtos ímpares são (1,9), porque $1 \times 9 = 9$ e (3,7), porque $3 \times 7 = 21$; (os restantes pares de números, por serem constituídos por números pares resultam num produto par).

Assim, existem 2 casos favoráveis, e, recorrendo à Regra de Laplace para o cálculo da probabilidade, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, vem:

$$P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Exame – 2016, 1.ª Fase

24. Como $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$ vem que:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, temos que:

$$P(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20} = \frac{8}{20} + \frac{6}{20} - \frac{1}{20} = \frac{13}{20}$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2016, 1.ª Fase



25. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, substituindo os valores conhecidos, podemos calcular $P(A)$:

$$0,7 = P(A) + 0,4 - 0,2 \Leftrightarrow 0,7 - 0,4 + 0,2 = P(A) \Leftrightarrow 0,5 = P(A)$$

Como $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, vem que

$$P(B|A) = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2015, Ép. especial

26. No contexto da situação descrita $P(A|B)$ é a probabilidade de que, retirando ao acaso uma bola do saco, ela seja preta sabendo que tem um número par.

Como existem apenas 4 bolas numeradas com números pares (nomeadamente as bolas com os números 2, 4, 6 e 8), temos que o número de casos possíveis é 4.

Destas, apenas as bolas com os números 2 e 4 são pretas (porque "As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas"), pelo que existem 2 casos favoráveis, e assim, recorrendo à Regra de Laplace para o cálculo da probabilidade, vem:

$$P(A|B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2015, 2.ª Fase

27. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um funcionário da empresa, e os acontecimentos:

M : «O funcionário ser mulher»

C : «O funcionário residir em Coimbra»

Temos que $P(\overline{C}) = 0,6$; $P(M) = P(\overline{M})$ e $P(\overline{C}|\overline{M}) = 0,3$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 0,6 = 0,4$
- $P(M) = 1 - P(\overline{M}) \Leftrightarrow P(M) = 1 - P(M) \Leftrightarrow P(M) + P(M) = 1 \Leftrightarrow 2P(M) = 1 \Leftrightarrow P(M) = 0,5$
- $P(\overline{C} \cap \overline{M}) = P(\overline{M}) \times P(\overline{C}|\overline{M}) = 0,5 \times 0,3 = 0,15$
- $P(M \cap \overline{C}) = P(\overline{C}) - P(\overline{C} \cap \overline{M}) = 0,6 - 0,15 = 0,45$
- $P(M \cap C) = P(M) - P(M \cap \overline{C}) = 0,5 - 0,45 = 0,05$

	M	\overline{M}	
C	0,05		0,4
\overline{C}	0,45	0,15	0,6
	0,5	0,5	1

Assim, calculando a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(M|C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0,05}{0,4} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

Exame – 2015, 1.ª Fase



28. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno nesta turma, e os acontecimentos:

R : «O aluno ser rapariga»

D : «O aluno está inscrito no desporto escolar»

Temos que $P(\bar{R}) = 0,6$; $P(D) = 0,8$ e $P(\bar{D}|\bar{R}) = 0,2$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(R) = 1 - P(\bar{R}) = 1 - 0,6 = 0,4$
- $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,8 = 0,2$
- $P(\bar{D} \cap \bar{R}) = P(\bar{R}) \times P(\bar{D}|\bar{R}) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$
- $P(R \cap \bar{D}) = P(\bar{D}) - P(\bar{D} \cap \bar{R}) = 0,2 - 0,12 = 0,08$
- $P(R \cap D) = P(R) - P(R \cap \bar{D}) = 0,4 - 0,08 = 0,32$

	R	\bar{R}	
D	0,32		0,8
\bar{D}	0,08	0,12	0,2
	0,4	0,6	1

Assim, calculando a probabilidade de um aluno dessa turma, escolhido ao acaso, ser rapariga, sabendo que está inscrito no desporto escolar e, escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(R|D) = \frac{P(R \cap D)}{P(D)} = \frac{0,32}{0,8} = \frac{2}{5}$$

Exame – 2014, Ép. especial

29. Sabemos que $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} \Leftrightarrow P(B \cap \bar{A}) = P(B|\bar{A}) \times P(\bar{A})$

Como $P(A) = 0,4$, temos que $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$

Como $P(B|\bar{A}) = 0,8$ e $P(\bar{A}) = 0,6$, temos que $P(B \cap \bar{A}) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$

Como $P(B \cap \bar{A}) = P(B \setminus A) = P(B - A)$, temos que

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(B) = P(B \cap \bar{A}) + P(A \cap B)$$

Como $P(B \cap \bar{A}) = 0,48$ e $P(A \cap B) = 0,2$, vem que

$$P(B) = 0,48 + 0,2 = 0,68$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2014, 1.ª Fase

30. De acordo com o enunciado $P(A|B)$ é a probabilidade de, lançar o dado o dado duas vezes, e obter um número negativo no primeiro lançamento, sabendo que o produto dos dois números obtidos é positivo. Como sabemos que o produto dos números obtidos é positivo, pode ter resultado da multiplicação de dois números positivos ou de dois números negativos.

De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

Assim, temos que o número de casos possíveis resulta de considerar o produto de dois números negativos (1×1) ou dois números positivos (3×3), ou seja, um total de $1 + 9 = 10$ casos possíveis.

Destes, apenas um (1) caso é favorável, nomeadamente o que corresponde à hipótese do produto positivo ter resultado da multiplicação de dois valores negativos, o que garante que o número saído no primeiro lançamento é negativo.

Assim temos que

$$P(A|B) = \frac{1}{10}$$

Exame – 2014, 1.ª Fase



31. A probabilidade de o professor escolhido ensinar Matemática, sabendo que é do sexo feminino, pode ser escrita como $P(B|\bar{A})$ e $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$

Como $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$, então $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$

Assim, temos que $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,92 = 0,08$ e que $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,44 = 0,56$, logo

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,08}{0,56} = \frac{1}{7}$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

32. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos dados da coleção, e os acontecimentos:

O : «O dado escolhido é octaédrico»

V : «O dado escolhido é verde»

A probabilidade pedida pode ser escrita como $P(O|V)$

Temos que $P(\bar{V}) = 0,1 = \frac{1}{10}$; $P(\bar{O}) = 3 \times P(O)$ e $P(\bar{O}|\bar{V}) = 0,2 = \frac{2}{10}$

Como $P(O) + P(\bar{O}) = 1$, temos que $P(O) + 3 \times P(O) + P(\bar{O}) = 1 \Leftrightarrow 4 \times P(O) = 1 \Leftrightarrow P(O) = \frac{1}{4}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{O} \cap \bar{V}) = P(\bar{V}) \times P(\bar{O}|\bar{V}) = \frac{1}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{50}$
- $P(\bar{O}) = 1 - P(O) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- $P(\bar{O} \cap V) = P(\bar{O}) - P(\bar{O} \cap \bar{V}) = \frac{3}{4} - \frac{1}{50} = \frac{73}{100}$
- $P(V) = 1 - P(\bar{V}) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$
- $P(O \cap V) = P(V) - P(\bar{O} \cap V) = \frac{9}{10} - \frac{73}{100} = \frac{17}{100}$

	V	\bar{V}	
O	$\frac{17}{100}$		$\frac{1}{4}$
\bar{O}	$\frac{73}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

Assim, calculando a probabilidade de, escolher um dado octaédrico, sabendo que é verde, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(O|V) = \frac{P(O \cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{17}{100}}{\frac{9}{10}} = \frac{17}{90}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 29.11.2013



33. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma lâmpada produzida nessa empresa, e os acontecimentos:

F : «A lâmpada escolhida é fluorescente»

T : «A lâmpada escolhida tem a forma tubular»

Temos que $P(F) = 0,55$, $P(T|F) = 0,5$ e $P(\bar{T}|\bar{F}) = 0,9$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,55 = 0,45$
- $P(T \cap F) = P(F) \times P(T|F) = 0,55 \times 0,5 = 0,275$
- $P(\bar{T} \cap F) = P(F) - P(T \cap F) = 0,55 - 0,275 = 0,275$
- $P(\bar{T} \cap \bar{F}) = P(\bar{F}) \times P(\bar{T}|\bar{F}) = 0,45 \times 0,9 = 0,405$
- $P(\bar{T}) = P(\bar{T} \cap \bar{F}) + P(\bar{T} \cap F) = 0,405 + 0,275 = 0,68$
- $P(T) = 1 - P(\bar{T}) = 1 - 0,68 = 0,32$

	F	\bar{F}	
T	0,275		0,32
\bar{T}	0,275	0,405	0,68
	0,55	0,45	1

Assim, calculando a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, uma lâmpada produzida nessa empresa, ela ser fluorescente, sabendo que tem a forma tubular, e escrevendo o resultado com arredondamento às centésimas, temos

$$P(F|T) = \frac{P(F \cap T)}{P(T)} = \frac{0,275}{0,32} \approx 0,86$$

Exame – 2013, Ép. especial

34. Pelas leis de De Morgan, e pelo teorema do acontecimento contrário, temos que:

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

Assim, vem que:

$$\begin{aligned} P(\overline{A \cup B}) - P(A \cap B) &= \frac{5}{9} \Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow 1 - 2P(A \cap B) = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{5}{9} = 2P(A \cap B) \Leftrightarrow \frac{4}{9} = 2P(A \cap B) \Leftrightarrow \frac{2}{9} = P(A \cap B) \end{aligned}$$

Como $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(B|A)}$; $P(B \cap A) = \frac{2}{9}$ e $P(B|A) = \frac{2}{7}$, temos que

$$P(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(B|A)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{7}} = \frac{7}{9}$$

Logo, temos que $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

E que $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

Se repararmos que $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset$, ou seja que \bar{A} e \bar{B} são acontecimentos incompatíveis (porque não existem números pares iguais ou maiores que 3), temos que:

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) \Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) - P(\bar{A}) = P(\bar{B})$$

E assim a probabilidade de sair o número 3, ou seja ocorrer o acontecimento \bar{B} , é,

$$P(\bar{B}) = \frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

Exame – 2013, 2.ª Fase



35.

35.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma bola da caixa, e os acontecimentos:

B : «A bola retirada é branca»

I : «A bola retirada tem número ímpar»

Temos que $P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$, $P(\bar{I}|\bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ e $P(I|B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{I} \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) \times P(\bar{I}|\bar{B}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$
- $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$
- $P(I \cap B) = P(B) \times P(I|B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$
- $P(B \cap \bar{I}) = P(B) - P(B \cap I) = \frac{3}{5} - \frac{6}{25} = \frac{9}{25}$
- $P(\bar{I}) = P(B \cap \bar{I}) + P(\bar{B} \cap \bar{I}) = \frac{9}{25} + \frac{2}{25} = \frac{11}{25}$

	B	\bar{B}	
I	$\frac{6}{25}$		
\bar{I}	$\frac{9}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{11}{25}$
	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Assim, calculando a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, uma bola da caixa, ela ser preta, sabendo que tem um número par, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$P(\bar{B}|\bar{I}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{I})}{P(\bar{I})} = \frac{\frac{2}{25}}{\frac{11}{25}} = \frac{2}{11}$$

35.2. Como a caixa tem n bolas e 2 em cada 5 são pretas, o número de bolas pretas é $n \times \frac{2}{5}$

Logo, o número de bolas brancas é $n \times \frac{3}{5}$

Como a extração é feita sem reposição, a probabilidade da primeira bola extraída ser branca é

$\frac{n \times \frac{3}{5}}{n} = \frac{3}{5}$ e a probabilidade da segunda bola ser branca, sabendo que a primeira também é branca

é $\frac{n \times \frac{3}{5} - 1}{n - 1}$

Assim, usando a probabilidade conhecida podemos escrever e resolver a equação:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times \frac{n \times \frac{3}{5} - 1}{n - 1} = \frac{7}{20} &\Leftrightarrow \frac{3n - 5}{5(n - 1)} = \frac{35}{60} \Leftrightarrow \frac{3n - 5}{5(n - 1)} = \frac{35}{60} \Leftrightarrow \frac{3n - 5}{n - 1} = \frac{5 \times 35}{5 \times 12} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 12(3n - 5) = 35(n - 1) \Leftrightarrow 36n - 60 = 35n - 35 \Leftrightarrow 36n - 35n = 60 - 35 \Leftrightarrow n = 25 \end{aligned}$$

Exame – 2013, 1.ª Fase



36. Pelas leis de De Morgan, e usando o teorema do acontecimento contrário temos que

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B), \text{ e assim } \frac{15}{16} = 1 - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16}$$

Assim, organizando este e os restantes dados do enunciado numa tabela obtemos:

- $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- $P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{B}) \times P(A|\overline{B}) = \frac{3}{4} \times \frac{7}{12} = \frac{21}{48}$

E assim

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{16} + \frac{21}{48} = \frac{1}{2}$$

	A	\overline{A}	
B	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{4}$
\overline{B}	$\frac{21}{48}$		$\frac{3}{4}$
	$\frac{1}{2}$		1

Exame – 2013, 1.ª Fase

37. No contexto da situação descrita, $P(B|A)$ representa a probabilidade de que, na extração das bolas do saco, a bola com o número 2 seja a segunda bola retirada, sabendo que bolas com o número 0 não saem em extrações sucessivas.

Como existem 4 bolas com o número 0, e sabemos que não saem em extrações sucessivas, significa que entre duas bolas com o número 0 existe sempre uma bola com outro número, e como no total são 7 bolas, significa que as bolas com o número 0 saem em todas as extrações de ordem ímpar, ou seja são as bolas que saem nas 1ª, 3ª, 5ª e 7ª extrações.

Desta forma, a bola com o número 2 pode ocupar sair na 2ª, 4ª ou 6ª posições, ficando as restantes ocupadas com as restantes duas posições bolas com as bolas de número 3.

Com o objetivo de usar a Regra de Laplace, podemos considerar 3 casos possíveis, correspondendo às 3 posições de ordem par que a bola 2 pode ocupar na ordenação, uma vez que esta escolha define imediatamente uma sequência em que as bolas com o número 0 não saem em extrações sucessivas.

Considerando os 3 casos possíveis, apenas 1 é favorável, precisamente a situação em que a bola 2 saem na 2ª posição.

Desta forma, temos que

$$P(B|A) = \frac{1}{3}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013



38.

38.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher ao acaso um aluno da turma, e os acontecimentos:

R : «O aluno é uma rapariga»

S : «O aluno pretende frequentar um curso na área da saúde»

Temos que $P(R) = \frac{1}{2}$, $P(S) = \frac{3}{4}$ e $P(R|\bar{S}) = \frac{2}{7}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
- $P(R \cap \bar{S}) = P(\bar{S}) \times P(R|\bar{S}) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$
- $P(S \cap R) = P(R) - P(\bar{S} \cap R) = \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{3}{7}$

	R	\bar{R}	
S	$\frac{3}{7}$		$\frac{3}{4}$
\bar{S}	$\frac{1}{14}$		$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$		1

Assim, calculando a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, um aluno da turma ele pretender frequentar um curso da área de saúde, sabendo que é uma rapariga, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$P(S|R) = \frac{P(S \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{7}$$

38.2. Como o número de rapazes é igual ao número de raparigas, e existem n rapazes, o número total de alunos é $2n$.

Ao seleccionar dois alunos da turma, a probabilidade de que o primeiro aluno seleccionado seja um rapaz é $\frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$

A probabilidade de seleccionar um segundo rapaz, sabendo que o primeiro aluno seleccionado também é um rapaz, é $\frac{n-1}{2n-1}$

Assim, usando a probabilidade conhecida podemos escrever e resolver a equação:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times \frac{n-1}{2n-1} = \frac{13}{54} &\Leftrightarrow \frac{n-1}{2n-1} = \frac{26}{54} \Leftrightarrow \frac{n-1}{2n-1} = \frac{13}{27} \Leftrightarrow 27(n-1) = 13(2n-1) \Leftrightarrow 27n - 27 = 26n - 13 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 27n - 26n = 27 - 13 \Leftrightarrow n = 14 \end{aligned}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013



39. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um funcionário desta empresa, e os acontecimentos:

T : «O funcionário aposta no totoloto»

E : «O funcionário aposta no euromilhões»

Temos que $P(E) = 0,8$, $P(T|E) = 0,25$ e $P(\bar{T} \cap \bar{E}) = 0,05$

Organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(T \cap E) = P(E) \times P(T|E) = 0,8 \times 0,25 = 0,2$
- $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,8 = 0,2$
- $P(T \cap \bar{E}) = P(\bar{E}) - P(\bar{T} \cap \bar{E}) = 0,2 - 0,05 = 0,15$

	T	\bar{T}	
E	0,2		0,8
\bar{E}	0,15	0,05	0,2
	0,35		1

Assim, a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, um funcionário dessa empresa, ele apostar no totoloto é

$$P(T) = P(T \cap E) + P(T \cap \bar{E}) = 0,2 + 0,15 = 0,35$$

Exame – 2012, Ép. especial

40. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno dessa escola, e os acontecimentos:

R : «O aluno é um rapaz»

E : «O aluno tem excesso de peso»

Temos que $P(\bar{R}) = 0,55$, $P(E|\bar{R}) = 0,3$ e $P(\bar{E}|R) = 0,4$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(E \cap \bar{R}) = P(\bar{R}) \times P(E|\bar{R}) = 0,55 \times 0,3 = 0,165$
- $P(R) = 1 - P(\bar{R}) = 1 - 0,55 = 0,45$
- $P(\bar{E} \cap R) = P(R) \times P(\bar{E}|R) = 0,45 \times 0,4 = 0,18$
- $P(R \cap E) = P(R) - P(\bar{E} \cap R) = 0,45 - 0,18 = 0,27$
- $P(E) = P(R \cap E) + P(\bar{R} \cap E) = 0,27 + 0,165 = 0,435$

	R	\bar{R}	
E	0,27	0,165	0,435
\bar{E}	0,18		
	0,45	0,55	1

Assim, calculando a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz, sabendo que tem excesso de peso, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(R|E) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0,27}{0,435} = \frac{18}{29}$$

Exame – 2012, 1.ª Fase



41. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um frango do aviário e aplicar o teste para detetar a presença do vírus, e os acontecimentos:

I : «O frango estar infetado»

T : «O teste dar positivo»

Temos que $P(I) = \frac{50}{500} = 0,1$, $P(\bar{I}) = \frac{50}{500} = 0,1$, $P(T|I) = 0,96$ e $P(\bar{T}|\bar{I}) = 0,9$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(I \cap T) = P(I) \times P(T|I) = 0,1 \times 0,96 = 0,096$
- $P(I \cap \bar{T}) = P(I) - P(I \cap T) = 0,1 - 0,096 = 0,004$
- $P(\bar{I} \cap \bar{T}) = P(\bar{I}) \times P(\bar{T}|\bar{I}) = 0,9 \times 0,9 = 0,81$
- $P(\bar{T}) = P(I \cap \bar{T}) + P(\bar{I} \cap \bar{T}) = 0,004 + 0,81 = 0,814$

	I	\bar{I}	
T	0,096		
\bar{T}	0,004	0,81	0,814
	0,1	0,9	1

Assim, calculando a probabilidade do aluno escolhido frango escolhido não estar infetado, sabendo que teste deu negativo, e escrevendo o resultado na forma de dízima, arredondado às milésimas, temos

$$P(\bar{I}|\bar{T}) = \frac{P(\bar{I} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,81}{0,814} \approx 0,995$$

Teste Intermédio 12.º ano – 13.03.2012

42. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno da turma, e os acontecimentos:

R : «O aluno ser uma rapariga»

I : «O ter Inglês»

O número de raparigas que tem Inglês é $20 - 4 = 16$

Assim, como a turma tem 18 raparigas, o número de raparigas que não tem Inglês é $18 - 16 = 2$

Logo a probabilidade de selecionar um aluno que não tem inglês, de entre o conjunto das raparigas é

$$P(\bar{I}|R) = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2011, Prova especial

43. No contexto da situação descrita, $P(J|I)$ é a probabilidade de que ao lançar 4 vezes o tetraedro, a soma dos números registados nos quatro lançamentos seja menor do que 10, sabendo que nos 3 primeiros lançamentos saiu sempre o número dois.

Como sabemos que a soma relativa aos 3 primeiros lançamentos é $2 + 2 + 2 = 6$, para que a soma dos 4 lançamentos seja inferior a 10, no último lançamento podem sair as faces com os números, um (que resultará na soma 7), dois (soma 8) ou três (soma 9).

Assim, usando a Regra de Laplace, para a determinação da probabilidade, temos 4 casos possíveis, correspondentes às faces que podem sair no quarto lançamento, e 3 casos favoráveis, correspondendo às faces que correspondem a uma soma inferior a 10, pelo que

$$P(J|I) = \frac{3}{4}$$

Exame – 2011, Prova especial



44. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um jovem inscrito no clube, e os acontecimentos:

A : «O jovem pratica andebol»

F : «O jovem pratica futebol»

Sabemos que existem 28 jogadores que jogam apenas futebol e 12 que jogam futebol e andebol, ou seja, o número total de praticantes de futebol é de $28 + 12 = 40$

De entre estes, apenas 12 jogam andebol, pelo que a probabilidade de selecionar ao acaso um jovem inscrito, de entre os praticantes de futebol, e ele também jogar andebol é

$$P(A|F) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2011, Ép. especial

45. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher ao acaso um funcionário da empresa, e os acontecimentos:

L : «O funcionário é licenciado»

Q : «O funcionário tem idade não inferior a 40 anos»

Temos que $P(L) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$, $P(\bar{Q}|L) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ e $P(\bar{Q}|\bar{L}) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(L \cap \bar{Q}) = P(L) \times P(\bar{Q}|L) = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$
- $P(\bar{L}) = 1 - P(L) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
- $P(\bar{L} \cap \bar{Q}) = P(\bar{L}) \times P(\bar{Q}|\bar{L}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$
- $P(\bar{Q}) = P(L \cap \bar{Q}) + P(\bar{L} \cap \bar{Q}) = \frac{12}{25} + \frac{1}{25} = \frac{13}{25}$
- $P(L \cap Q) = P(L) - P(L \cap \bar{Q}) = \frac{3}{5} - \frac{12}{25} = \frac{3}{25}$
- $P(Q) = 1 - P(\bar{Q}) = 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25}$

	L	\bar{L}	
Q	$\frac{3}{25}$		$\frac{12}{25}$
\bar{Q}	$\frac{12}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{13}{25}$
	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Assim, calculando a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, um funcionário desta empresa e ele ser licenciado, sabendo que tem uma idade não inferior a 40 anos, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$P(L|Q) = \frac{P(L \cap Q)}{P(Q)} = \frac{\frac{3}{25}}{\frac{12}{25}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Exame – 2011, 2.ª Fase

46. A igualdade da opção A é válida para acontecimentos contrários, a igualdade da opção B é válida para acontecimentos incompatíveis e a condição da opção C é válida para acontecimentos não equiprováveis. Como A e B são dois acontecimentos independentes, sabemos que $P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$ e assim temos que

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A)} = P(B)$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2011, 1.ª Fase



47. Considerando a experiência aleatória que consiste em seleccionar, ao acaso, um cliente desta companhia aérea, e os acontecimentos:

B : «O cliente ter comprado um bilhete para Berlim»

V : «O cliente faz a viagem sem perder o voo»

Temos que $P(\bar{V}|B) = \frac{5}{100} = 0,05$, $P(V|\bar{B}) = \frac{92}{100} = 0,92$ e $P(B) = \frac{30}{100} = 0,3$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{V} \cap B) = P(B) \times P(\bar{V}|B) = 0,3 \times 0,05 = 0,015$
- $P(\bar{B}) = P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$
- $P(V \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) \times P(V|\bar{B}) = 0,7 \times 0,92 = 0,644$
- $P(\bar{V} \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) - P(V \cap \bar{B}) = 0,7 - 0,644 = 0,056$

	B	\bar{B}	
V		0,644	
\bar{V}	0,015	0,056	0,071
	0,3	0,7	1

Assim, calculando a probabilidade de um passageiro desta companhia aérea perder o voo, e escrevendo o resultado na forma de dízima, temos

$$P(\bar{V}) = P(\bar{V} \cap B) + P(\bar{V} \cap \bar{B}) = 0,015 + 0,056 = 0,071$$

Exame – 2011, 1.ª Fase

48. Podemos observar que existem $8 + 2 = 10$ alunos do sexo masculino.

Destes, apenas 2 têm 18 anos, pelo que a probabilidade de seleccionar, ao acaso, de entre os rapazes da turma, um que tenha 18 anos, é

$$P(B|A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 19.01.2011

49. Organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B) = 0,2 \times 0,3 = 0,06$
- $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$
- $P(\bar{B} \cap \bar{Q}) = P(\bar{B}) \times P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,7 \times 0,4 = 0,28$
- $P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{Q}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,7 - 0,28 = 0,42$
- $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 0,06 + 0,42 = 0,48$

	A	\bar{A}	
B	0,06		0,3
\bar{B}	0,42	0,28	0,7
	0,48		1

Assim, calculando a probabilidade e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,06}{0,48} = \frac{1}{8}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 19.01.2011

50. No contexto da situação descrita, $P(L|J)$ é a probabilidade de que lançando os dois dados e usando os números indicados pelos dados como coordenadas do ponto Q , este ponto pertença ao terceiro quadrante, sabendo que o número indicado pelo dado A é negativo.

Como é sabido que a abcissa do ponto Q é negativa, este ponto pertence ao terceiro quadrante se a ordenada também for negativa, o que ocorre 1 em cada 6 vezes, visto que das 6 faces do dado B , apenas uma tem um número negativo inscrito.

Assim, usando a Regra de Laplace, e escrevendo o resultado na forma de fração, temos

$$P(L|J) = \frac{1}{6}$$

Exame – 2010, 2.ª Fase



51. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos alunos da escola, e os acontecimentos:

C : «O aluno tem computador portátil»

D : «O aluno sabe o nome do diretor»

Temos que $P(C) = \frac{1}{5}$; $P(\overline{D}) = \frac{1}{2}$ e $P(C|\overline{D}) = \frac{1}{3}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(C|\overline{D}) = P(\overline{D}) \times P(C|\overline{D}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
- $P(C \cap D) = P(C) - P(C|\overline{D}) = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$
- $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

	C	\overline{C}	
D	$\frac{1}{30}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{2}$
\overline{D}	$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{5}$		1

Assim, calculando a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, não ter computador portátil e saber o nome do diretor, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(\overline{C} \cap D) = P(D) - P(C \cap D) = \frac{1}{2} - \frac{1}{30} = \frac{7}{15}$$

Exame – 2010, 1.ª Fase

52. No contexto da experiência aleatória definida, $P(A|B)$ é a probabilidade de que os números sejam iguais, sabendo que a soma dos números saídos nas duas bolas é igual a 1.

Como todas as bolas têm números inteiros e não é possível que a soma de dois números inteiros iguais seja 1, então é impossível que os números extraídos sejam iguais, sabendo que a soma é 1, ou seja

$$P(A|B) = 0$$

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010

53. No contexto da experiência aleatória definida, $P(A|B)$ é a probabilidade de selecionar um cartão com um número inferior a $\sqrt{30}$, sabendo que o cartão escolhido tem a forma de um círculo.

Como $\sqrt{30} \approx 5,48$ e, dos números dos 4 cartões com a forma de um círculo, apenas um deles é maior que $\sqrt{30}$, nomeadamente o 7, então, recorrendo à Regra de Laplace, temos 1 caso possível e 4 casos favoráveis, pelo que

$$P(A|B) = \frac{1}{4}$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009



54. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso um atleta participante no encontro desportivo, e com o objetivo de utilizar a igualdade indicada, e uma vez que sabemos que "Metade dos atletas portugueses que participam no encontro são do sexo feminino", podemos definir que $P(B|A) = \frac{1}{2}$, para os acontecimentos:

A : «O atleta é português»

B : «O atleta é do sexo feminino»

E assim, para além de $P(B|A) = \frac{1}{2}$, sabemos também que $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$ e que $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Assim, substituindo em $P(A) \times [P(B|A) - 1] + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A})$, vem:

$$\begin{aligned} P(A) \times \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \frac{9}{10} &= 1 - P(A) \Leftrightarrow P(A) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + P(A) = 1 - \frac{9}{10} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}P(A) &= \frac{1}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Como existiam 200 participantes no encontro, e sabemos que o número de portugueses é $\frac{1}{5}$, temos que o número de atletas portugueses é $\frac{1}{5} \times 200 = \frac{200}{5} = 40$

Teste Intermédio 12.º ano – 04.12.2009

55. Considerando a experiência aleatória que na realização dos dois testes no mesmo dia, pelo estudante, e os acontecimentos:

T_1 : «Ter positiva no primeiro teste»

T_2 : «Ter positiva no segundo teste»

Temos que $P(T_1) = 0,7$; $P(T_2) = 0,8$ e $P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = 0,1$

Pelo teorema do acontecimento contrário, vem que $P(\overline{T_1}) = 1 - P(T_1) = 1 - 0,7 = 0,3$

Assim, a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste, é

$$P(\overline{T_2}|\overline{T_1}) = \frac{P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2})}{P(\overline{T_1})} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2009, 2.ª Fase

56. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$, temos que:

$$P(A \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0,5 = 0,2$$

Logo, a probabilidade de se realizar A , sabendo que B se realiza, é

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2009, 1.ª Fase

57. No contexto da situação descrita $P((B \cap C)|A)$ é a probabilidade de a segunda bola retirada da caixa seja amarela e tenha um número par, sabendo que a primeira bola retirada é verde.

De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.

Como a caixa tem 20 bolas e sabemos que foi extraída uma bola de cor verde, que não foi resposta, ficaram na caixa 19 bolas, ou seja, existem 19 casos possíveis, para a extração da segunda bola.

Como sabemos que a primeira bola extraída é verde, logo tem um número inferior ou igual a 10, pelo que das bolas amarelas que estão na caixa, numeradas de 11 a 20, 5 têm números pares. Logo, o número de casos favoráveis é 5.

Desta forma temos que $P((B \cap C)|A) = \frac{5}{19}$

Exame – 2009, 1.ª Fase



58. No contexto da situação descrita, $P(B|\bar{A})$ é a probabilidade de que, ao retirar sucessivamente e sem reposição duas bolas do saco, o número da segunda bola retirada seja par, sabendo que o número da primeira bola retirada não seja para, isto é, sabendo que o número da primeira bola retirada seja ímpar. Assim, quando se faz a extração da segunda bola, existem no saco 10 bolas (menos uma que as 11 que estavam inicialmente porque a primeira bola não foi repostas), das quais 5 têm um número par (porque sabemos que na primeira extração não foi retirada nenhuma das bolas com número par). Desta forma, recorrendo à Regra de Laplace existem 10 casos possíveis e 5 favoráveis, pelo que

$$P(B|\bar{A}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

59. Com o objetivo de usar a fórmula $P(A|\bar{B}) - P(\bar{B}) \times P(A|B) = P(A) \times P(B|A)$, podemos verificar que

$$\begin{aligned} P(A|\bar{B}) - P(\bar{B}) \times P(A|B) &= P(A) \times P(B|A) \Leftrightarrow P(A|\bar{B}) (1 - P(\bar{B})) = P(A) \times P(B|A) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow P(A|\bar{B}) \times P(B) = P(A) \times P(B|A) \Leftrightarrow P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)} \end{aligned}$$

Como se pretende calcular a probabilidade de um aluno da turma, escolhido ao acaso, ser praticante de desporto, sabendo que é uma rapariga, vamos definir os acontecimentos:

A: «O aluno é praticante de desporto»

B: «O aluno é uma rapariga»

E assim temos que $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,4$ e $P(B|A) = 0,5$

Logo, a probabilidade de um aluno da turma, escolhido ao acaso, ser praticante de desporto, sabendo que é uma rapariga, é

$$P(A|B) = \frac{0,6 \times 0,5}{0,4} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

A que corresponde uma probabilidade de 75%

Teste Intermédio 12.º ano – 10.12.2008

60. Como na experiência aleatória descrita, foi definido que «Se sair o número 5, tira-se uma bola da caixa A», para calcular a probabilidade de a bola retirada ser verde, consideramos apenas o conteúdo da caixa A (duas bolas verdes e uma bola amarela). Assim temos que existem 2 bolas verdes (número de casos favoráveis) num total de 3 bolas (número de casos possíveis), pelo que a probabilidade é de $\frac{2}{3}$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2008, 2.ª Fase

61. Se a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, e na caixa B só existem bolas verdes e azuis, então o número de bolas azuis e verde é igual. Como a composição inicial era de 3 bolas verdes e 4 bolas azuis, então a bola retirada da caixa A (e colocada na caixa B) tinha cor verde.

Exame – 2008, 1.ª Fase



62. Sabemos que $P(A \cup B) = 5P(A \cap B)$, pelo que, substituindo na igualdade $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, vem que:

$$\begin{aligned} 5P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 5P(A \cap B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 6P(A \cap B) = P(A) + P(B) \end{aligned}$$

Como $P(A) = P(B)$, temos que

$$\Leftrightarrow 6P(A \cap B) = P(B) + P(B) \Leftrightarrow 6P(A \cap B) = 2P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{6}P(B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(B)$$

Assim, a probabilidade de A acontecer, sabendo que B aconteceu é dada por

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}P(B)}{P(B)} \underset{P(B) \neq 0}{=} \frac{1}{3}$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 29.04.2008

63. Assumir a ocorrência do acontecimento \overline{M} , significa que as bolas retiradas da caixa 1 (e colocadas na caixa 2) não têm a mesma cor, ou seja, são de cores diferentes.

Como na caixa 1, só existia uma bola de cor verde e as restantes eram azuis, se foram retiradas duas bolas de cores diferentes, sabemos que estas duas bolas eram, uma de cor verde e outra de cor azul.

Assim, a caixa 2 passou a ter duas bolas de cor verde e uma de cor azul, pelo que ao retirar uma bola da caixa 2, temos 3 bolas possíveis, das quais duas são verdes, pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, temos

$$P(V|\overline{M}) = \frac{2}{3}$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 12.º ano – 17.01.2008

64. Quando se lançam dois dados numerados de 1 a 6, existem apenas 3 hipóteses de obter uma soma igual a 4 (3 + 1, 1 + 3 e 2 + 2).

Assim, para calcular a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados, sabendo que a soma dos números saídos foi quatro, consideramos 3 casos possíveis e apenas 1 favorável (2 + 2), pelo que, a probabilidade é $\frac{1}{3}$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2007, 2.ª Fase

65. Como a extração é feita sem reposição, no final da terceira extração restam 2 bolas no saco.

Como sabemos que as primeiras 3 extrações formaram a sucessão de letras TIM, existem apenas duas hipóteses para formar a sucessão das 5 letras: TIMOR e TIMRO, uma vez, que depois de extraída a quarta bola, não existe nenhuma incerteza relativamente à última.

Assim, a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extração, estava formada a sucessão de letras TIM é $\frac{1}{2}$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2007, 1.ª Fase

66. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ quaisquer que sejam os acontecimentos A e B , e neste caso, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, podemos concluir que $P(A \cap B) = 0$

$$\text{Assim, temos que } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007



67. Sabemos que um número é múltiplo de 10, se for múltiplo de 5 e de 2 simultaneamente; ou seja, no contexto da situação descrita $C = A \cap B$, pelo que $P(C) = P(A \cap B)$

Assim, vem que

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Leftrightarrow P(B|A) = \frac{P(C)}{P(A)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{P(C)}{P(B|A)}$$

Substituindo os valores de $P(C)$ e de $P(A|B)$ vem que $P(A) = \frac{\frac{3}{15}}{\frac{2}{16}} = \frac{2}{5}$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006

68. No contexto da situação descrita, $P(B|A)$ é a probabilidade de sair bola com número 1 na segunda extração sabendo que a bola saída na primeira extração tinha o mesmo número.

Assim, como sabemos que na primeira extração saiu bola com o número 1, ela foi resposta no saco e foram adicionadas mais 10 bolas com o número 1, pelo que no saco ficaram $10 + 4 = 14$ bolas numeradas com o número 1, 5 com o número 2 e 1 com o número 3.

Desta forma o número de casos possíveis para a extração da segunda bola é de $14 + 5 + 1 = 20$ e o número de casos favoráveis é de 14.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace temos que

$$P(B|A) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2006

69. No contexto da situação descrita, $P(C|D)$ é a probabilidade de saírem números cujo produto é 16, sabendo que são números iguais.

Analogamente, $P(D|C)$ é a probabilidade de saírem números iguais, sabendo que o produto desses números é 16.

Para determinar $P(C|D)$, temos que o número de casos possíveis é 6, porque como um dos dados está numerado de 1 a 6 (e também existem estes números no outro dado), existem 6 pares de números iguais. Destes apenas 1 resulta num produto 16, o que acontece quando ambos os números são quatro ($4 \times 4 = 16$), e assim, recorrendo à Regra de Laplace temos que:

$$P(C|D) = \frac{1}{6}$$

Para determinar $P(D|C)$, observamos que o número de casos possíveis é 2, porque como 16 é múltiplo de 2, 4 e 8, só é possível obter um produto igual a 16 em duas combinações ($4 \times 4 = 16$ e $2 \times 8 = 16$). Como destas duas apenas uma resulta do produto de números iguais ($4 \times 4 = 16$), recorrendo à Regra de Laplace temos que:

$$P(D|C) = \frac{1}{2}$$

Exame – 2006, Ép. especial

70. Como $P(B|A)$ é a probabilidade de, ao selecionar um aluno ao acaso, escolher um rapaz, sabendo que o aluno tem 7 anos, existem 9 casos possíveis, que correspondem ao total de alunos com 7 anos ($2 + 7 = 9$). Como se pretende que o aluno seja um rapaz, o número de casos favoráveis é 2, que corresponde ao número de rapazes com 7 anos.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace temos que $P(B|A) = \frac{2}{9}$

Exame – 2006, 2.ª Fase



71. No contexto da situação descrita, $P(B|A)$ é a probabilidade de que a segunda bola extraída da caixa seja branca, sabendo que a primeira bola extraída é preta.

Como $P(B|A) = \frac{1}{2}$, então no momento da extração da segunda bola, o número de bolas pretas e brancas, dentro da caixa é igual.

Como é sabido que a primeira bola extraída é preta, no momento da extração da segunda bola, ainda estão as 10 bolas brancas na caixa.

Assim, como no momento da extração da segunda bola, existem 10 bolas brancas e o mesmo número de bolas pretas, e já tinha sido extraída uma bola preta, sem ter sido repostas, o número de bolas pretas que estão inicialmente na caixa é $10 + 1 = 11$

Exame – 2006, 1.ª Fase

72. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos alunos da turma, e os acontecimentos:

A : «O aluno pratica andebol»

B : «O aluno pratica basquetebol»

Temos que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,7$ e $P(A \cup B) = 1$ (porque todos os alunos da turma praticam pelo menos um dos desportos).

Pretendemos determinar o valor de $P(B|A)$, que é dado por

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Assim, como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$, vem que

$$P(A \cap B) = 0,5 + 0,7 - 1 = 0,2$$

e logo, temos que:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

73. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um jovem, participante no acampamento, e os acontecimentos:

F : «O jovem ser uma rapariga»

N : «O jovem ser de nacionalidade portuguesa»

Temos que $P(N) = \frac{1}{4} = 0,25$, $P(F) = 0,52$ e $P(\overline{F}|N) = \frac{3}{5} = 0,6$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\overline{F} \cap N) = P(N) \times P(\overline{F}|N) = 0,25 \times 0,6 = 0,15$
- $P(N \cap F) = P(N) - P(\overline{F} \cap N) = 0,25 - 0,15 = 0,1$

	N	\overline{N}	
F	0,1	0,42	0,52
\overline{F}	0,15		
	0,25		1

Assim, calculando a probabilidade de o prémio sair a um jovem do sexo feminino que seja de nacionalidade estrangeira, temos:

$$P(\overline{N} \cap F) = P(F) - P(N \cap F) = 0,52 - 0,1 = 0,42$$

a que corresponde um probabilidade de 42 %

Teste Intermédio 12.º ano – 07.12.2005



74. No contexto da situação descrita, $P(B|A)$ é a probabilidade de que a Catarina e o Filipe fiquem sentados ao lado um do outro, sabendo que o Diogo, a Elsa e o Filipe, se sentam em lugares consecutivos, ficando a Elsa no meio.

Como sabemos que a Elsa se sentou entre o Diogo e o Filipe, em lugares consecutivos, e a mesa é circular e tem 6 lugares, existem 3 lugares disponíveis - um junto do Filipe, e outros dois (que não estão junto do Filipe).

Assim, a Catarina deve sentar-se num dos 3 lugares disponíveis (número de casos possíveis), sendo que em apenas 1 deles, ficará sentada ao lado do Filipe (número de casos favoráveis).

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que $P(B|A) = \frac{1}{3}$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

75. No contexto da situação descrita $P(X|Y) = \frac{1}{2}$ significa que, de entre as figuras pintadas de preto, metade são quadrados.

Assim, o único conjunto que obedece a esta condição é o da opção (B).

Podemos observar apenas as figuras pintadas de preto e verificar que

- na opção (A), temos que $P(X|Y) = \frac{2}{2} = 1$
- na opção (B), temos que $P(X|Y) = \frac{1}{2}$
- na opção (C), temos que $P(X|Y) = \frac{1}{3}$
- na opção (D), temos que $P(X|Y) = \frac{1}{1} = 1$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2005, 2.ª Fase (cód. 435)

76. Considerando a experiência aleatória que extrair sucessivamente duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola na caixa, antes de retirar a segunda, e os acontecimentos:

A: «a primeira bola retirada é preta»

B: «a segunda bola retirada é branca»

Temos que $P(B|A)$ é a probabilidade de que a segunda bola retirada seja branca, sabendo que a primeira é preta. Como a primeira bola retirada não é repostada, antes da segunda extração existem 7 bolas - 2 pretas e 5 brancas, pelo que, usando a Regra de Laplace, vem que

$$P(B|A) = \frac{5}{7}$$

Da mesma forma, $P(B|\bar{A})$ é a probabilidade de que a segunda bola retirada seja branca, sabendo que a primeira não é preta, ou seja, é branca. Nestas circunstâncias, o conteúdo da caixa, antes da segunda extração é de 3 bolas pretas e 4 brancas, num total de 7 bolas, pelo que

$$P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7}$$

Logo, como $P(B|A) \neq P(B|\bar{A})$ então A e B **não** são independentes.

Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)

77. No contexto da situação descrita $P(B|A)$ é a probabilidade de lançar um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6 e sair um número menor do que 4, sabendo que saiu face par.

Como é sabido que saiu face par, o número de casos possíveis é 3 (correspondendo às faces 2, 4 ou 6). Destes 3 casos apenas 1 é favorável (o 2).

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que $P(B|A) = \frac{1}{3}$

Exame – 2004, 2.ª Fase (cód. 435)



78.

78.1. Como o Manuel vai comprar pão em 40% dos dias e a Adelaide nos restantes dias, a Adelaide vai comprar pão em 60% dos dias ($100 - 40 = 60$), ou seja, vai comprar pão em mais dias que o Manuel, pelo que é mais provável que o vizinho encontre, na padaria, a Adelaide.

78.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso um dia, e os acontecimentos:

A : «A Adelaide foi comprar pão»

C : «A Adelaide comprou pão de centeio»

Temos que $P(A) = 0,6$ e $P(\overline{C}|A) = 0,2$ e pretendemos calcular $P(A \cap C)$

Como $P(C|A) = 1 - P(\overline{C}|A)$, temos que $P(C|A) = 1 - 0,2 = 0,8$ (ou seja, quando a Adelaide vai comprar pão, compra pão de centeio em 80% das vezes).

Assim, como $P(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} \Leftrightarrow P(A \cap C) = P(C|A) \times P(A)$, pelo que a probabilidade de que, num dia escolhido ao acaso, seja a Adelaide a ir à padaria e traga pão de centeio é

$$P(A \cap C) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$$

o que corresponde a uma probabilidade de 48%

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

79. Como $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)}$, vem que

$$P(B) = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B)$, temos que

$$P(A) = 0,8 - 0,4 + 0,1 = 0,5$$

Como $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, vem que

$$P(\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Logo $P(A) = 0,5 = P(\overline{A})$

Exame – 2003, 2.ª Fase (cód. 435)

80. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar um português ao acaso, e os acontecimentos:

N : «Ser Rhésus negativo»

A : «Ter sangue do tipo A»

Temos que $P(N) = 6,5 + 1,2 + 0,4 + 6,7 = 14,8\%$ e $P(A \cap N) = 6,5\%$

Assim, calculando a probabilidade de escolher um português ao acaso, ele ter sangue do tipo A, sabendo que é Rhésus negativo, é

$$P(A|N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{6,5\%}{14,8\%} \approx 0,44$$

a que corresponde um probabilidade aproximada de 44%

Exame – 2003, 1.ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

81. No contexto da situação descrita $P(Y|X)$ é a probabilidade de sair bola verde, depois de lançar o dado, escolher a caixa e retirar uma bola da caixa escolhida, sabendo que saiu face par no lançamento do dado. Como sabemos que saiu face para no lançamento do dado, e como 1 não é par, então a bola é retirada da caixa B.

Como a caixa B contém seis bolas verdes e uma bola amarela, existem 6 casos favoráveis (número de bolas verdes), e 7 casos possíveis (número de bolas na caixa), pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, temos

$$P(Y|X) = \frac{6}{7}$$

Exame – 2003, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 435)



82. Como se sabe que a probabilidade de a segunda bola extraída ser preta, sabendo que a primeira bola extraída foi verde, é $\frac{1}{2}$, então na caixa, antes da segunda extração existem o mesmo número de bolas verdes e pretas.

Assim, como antes da primeira extração existiam 6 bolas verdes e uma foi retirada, e a segunda extração é feita sem reposição da primeira bola, então, antes da segunda extração existem 5 bolas verdes.

Logo, como antes da segunda extração o número de bolas verdes é igual ao número de bolas pretas, antes da segunda extração, e também inicialmente, o número de bolas pretas na caixa é 5.

Resposta: **Opção B**

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

83. No contexto da situação descrita $P((F_2 \cap C_2)|E_1)$ é a probabilidade de sair uma figura de copas - carta que é simultaneamente figura e do naipe de copas - na segunda extração, sabendo que saiu uma carta de espadas na primeira extração.

Assim, como a extração das duas cartas é feita sucessivamente e sem reposição, antes da segunda extração existem $52 - 1 = 51$ cartas, porque a carta retirada não voltou a ser colocada no baralho, ou seja, 51 casos possíveis para a segunda extração.

Como sabemos que a primeira carta extraída era uma carta de espadas, todas as figuras de copas continuam no baralho, incluindo as 3 figuras de copas, pelo que o número de casos favoráveis é 3.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, vem que

$$P((F_2 \cap C_2)|E_1) = \frac{3}{51}$$

Exame – 2002, 2.ª Fase (cód. 435)

84. Como a afirmação só se reporta ao conjunto dos dias em que «o João vai de autocarro para a escola», este acontecimento é condicionante da probabilidade referida. Assim, só podemos afirmar que «o João chega atrasado à escola» em metade das vezes, se considerarmos que foi de autocarro para a escola, ou seja a afirmação «*Metade dos dias em que vai de autocarro para a escola, o João chega atrasado*» é equivalente a «*A probabilidade de o João chegar atrasado à escola, sabendo que foi de autocarro, é 0,5*», ou seja, $P(B|A) = 0,5$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2002, 1.ª Fase – 2.ª chamada (cód. 435)



85. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, aleatoriamente, uma rapariga de Vale do Rei, e os acontecimentos:

L : «A rapariga tem cabelo louro»

V : «A rapariga tem olhos verdes»

Temos que $P(V) = \frac{1}{4}$; $P(L) = \frac{1}{3}$ e $P(V|L) = \frac{1}{2}$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
- $P(\bar{L}) = 1 - P(L) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- $P(V \cap L) = P(V|L) \times P(L) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
- $P(V \cap \bar{L}) = P(V) - P(V \cap L) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

	L	\bar{L}	
V	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$
\bar{V}		$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

Assim, calculando a probabilidade de escolher aleatoriamente uma rapariga de Vale do Rei, ela não ser loura nem ter olhos verdes, é

$$P(\bar{V} \cap \bar{L}) = P(\bar{V}) - P(\bar{V} \cap L) = \frac{2}{3} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

Exame – 2002, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 435)

86. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, aleatoriamente, um estudante da turma, e os acontecimentos:

I : «O estudante ter escolhido a disciplina de Inglês»

A : «O estudante ter escolhido a disciplina de Alemão»

Temos que $P(I) = 0,25$; $P(A) = 0,15$ e $P(A \cap I) = 0,1$

Assim, a probabilidade de um estudante dessa turma, selecionado aleatoriamente, ter escolhido Alemão sabendo que ele escolheu Inglês, é

$$P(A|I) = \frac{P(A \cap I)}{P(I)} = \frac{0,1}{0,25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

87. No contexto da situação descrita $P(B|A)$ é a probabilidade de ficarem, na caixa, menos bolas brancas do que pretas, sabendo que sai face 5 no primeiro lançamento do dado.

Como sabemos que sai face 5 no primeiro lançamento o conteúdo da caixa, antes do segundo lançamento passou a ser de 1 bola branca, porque se retiraram 5 das 6 que estavam no interior da caixa.

Assim, para que fiquem na caixa menos bolas brancas que pretas, devem ser colocadas 2, 3, 4, 5 ou 6 bolas pretas, ou seja, existem 5 casos favoráveis em 6 possíveis para o segundo lançamento do dado.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que

$$P(B|A) = \frac{5}{6}$$

Exame – 2001, Ép. especial (cód. 435)



88. No contexto da situação descrita $P(C|A \cap B)$ é a probabilidade de que a comissão seja formada só por raparigas, sabendo que o presidente e o tesoureiro são ambos, raparigas.

Como é sabido que o presidente e o tesoureiro são ambos raparigas, então, antes da extração da terceira folha de papel, no saco estão 23 nomes - os 25 iniciais, menos os dois que foram entretanto retirados para a definição dos cargos de presidente e tesoureiro. Assim, antes da terceira extração, existem 23 casos possíveis.

Como a turma tem 15 raparigas, e já se sabe que foram selecionadas 2, restam 13. Para que «a comissão é formada só por raparigas», ou seja, para que ocorra o acontecimento C , na terceira extração deve sair o nome de uma rapariga, ou seja, existem 13 casos favoráveis.

Assim, recorrendo à Regra de LaPlace, vem que

$$P(C|A \cap B) = \frac{13}{23}$$

Exame – 2001, 2.ª Fase (cód. 435)

89. Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$, ou seja

$$P(B) = 0,8 - 0,6 + 0,1 = 0,3$$

Como $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, temos que

$$P(A|B) = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2001, 1.ª Fase – 2ª chamada (cód. 435)

90. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, aleatoriamente, um dos carros vendidos no *stand*, e os acontecimentos:

A : «O automóvel está equipado com alarme»

R : «O automóvel está equipado com rádio»

Temos que $P(A \cap R) = 0,15$; $P(\bar{A} \cap \bar{R}) = 0,2$ e $P(A) = 0,45$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

	A	\bar{A}	
R	0,15		
\bar{R}		0,2	
	0,45		1

90.1. Pretendemos calcular $P(R \cap \bar{A})$, e temos que

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,45 = 0,55$$

E assim:

$$P(R \cap \bar{A}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap \bar{R}) = 0,55 - 0,2 = 0,35$$

Logo a probabilidade da Marina acertar é de 35%

90.2. A probabilidade da Marina ganhar a aposta é $P(R|A)$. Calculando o valor da probabilidade e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, temos

$$P(R|A) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,45} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

Prova modelo – 2001 (cód. 435)



91. Considerando a experiência aleatória que consiste em extrair, sucessivamente e sem reposição, duas cartas de um baralho completo e os acontecimentos:

E_1 : «Sair carta de espadas na primeira extração»

E_2 : «Sair carta de espadas na segunda extração»

Assim, vem que a probabilidade de pelo menos uma das cartas extraídas não seja do naipe de espadas, é equivalente a considerar que a primeira carta não é de espadas, ou a segunda carta não é de espadas, isto é, $P(\overline{E_1} \cup \overline{E_2})$

Assim, como

- $P(E_1) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
- $P(E_2|E_1) = \frac{12}{51}$ (na segunda extração restam 12 cartas de espadas num total de 51 cartas)

Assim, utilizando a igualdade $P(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}) = 1 - P(E_1) \times P(E_2|E_1)$, e escrevendo o resultado na forma de fração irredutível, vem que

$$P(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}) = 1 - \frac{1}{4} \times \frac{12}{51} = \frac{16}{17}$$

Exame – 2000, 2.^a Fase (cód. 435)

92. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um dos 10 iogurtes desta marca e os acontecimentos:

V : «O iogurte está dentro do prazo de validade»

E : «O iogurte está estragado»

Assim, de acordo com o enunciado temos que

- $P(E|V) = 0,005$
- $P(E|\overline{V}) = 0,65$

Como se pretende calcular a probabilidade de escolher, ao acaso, um dos dez iogurtes ele estar estragado, podemos considerar que o iogurte estragado pode ser um dos 8 iogurtes dentro do prazo, ou então um dos 2 que estão fora do prazo, e a soma das respetivas probabilidades:

$$P(E) = P(V) \times P(E|V) + P(\overline{V}) \times P(E|\overline{V})$$

$$P(E) = \frac{8}{10} \times 0,005 + \frac{2}{10} \times 0,65 = 0,134$$

Exame – 2000, 1.^a Fase – 2.^a chamada (cód. 435)

93. Podemos interpretar que se é garantida a ocorrência do acontecimento A , então a probabilidade do próprio acontecimento ocorrer é 1, ou seja $P(A|A) = 1$

Em alternativa podemos verificar que $A \cap A = A$, pelo que, recorrendo à definição de probabilidade condicionada, vem

$$P(A|A) = \frac{P(A \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2001, 1.^a Fase – 1.^a chamada (cód. 435)



94. Como $P(B_2|B_1)$ é a probabilidade de que a bola retirada em segundo lugar seja branca, sabendo que a que foi retirada em primeiro lugar também era branca, sabemos que o conteúdo da caixa (antes da segunda extração, o conteúdo da caixa era de 4 bolas brancas e 5 bolas pretas. Assim, existem 4 bolas brancas (casos favoráveis), num total de 9 bolas (casos possíveis), pelo que recorrendo à Regra de Laplace temos $p = \frac{4}{9}$

Resposta: **Opção C**

Prova modelo – 2000 (cód. 435)

95. Como é sabido que os dois primeiros lançamentos já foram realizados, e para que os números saídos nos quatro lançamentos sejam diferentes, no terceiro lançamento existem apenas 4 faces que têm números diferentes dos primeiros dois lançamentos, e no quarto lançamento, apenas 3 faces têm números diferentes dos três anteriores, pelo que a probabilidade é:

$$p = \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{4 \times 3}{6^2}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 1999, 1.ª Fase – 1.ª chamada (cód. 135)

96. Para calcular a probabilidade da segunda bola retirada ser par, sabendo que a primeira também é par, como a primeira bola não foi repostada, temos 11 casos possíveis ($12 - 1 = 11$) correspondentes às 11 bolas que ainda estão no saco, e 5 casos favoráveis ($6 - 1 = 5$) correspondentes às 5 bolas com o número par que ainda permanecem no saco.

Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade é $\frac{5}{11}$

Resposta: **Opção D**

Exame – 1998, 2.ª Fase (cód. 135)(prog. antigo)

