MATEMÁTICA A - 12º Ano
Probabilidades - Noções gerais
Propostas de resolução

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Organizando todos os resultados possíveis para os dois números possíveis de observar, recorrendo a uma tabela, temos:

Dado tetraédrico \ Dado cúbico	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6

   Assim, podemos verificar que existem $4 \times 6 = 24$ alternativas para os lançamentos das duas pessoas, dos quais apenas 9 tem pelo menos uma face 4, pelo que recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade de, pelo menos, uma pessoa registar o número 4:

$$p = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

   Resposta: **Opção A**

Exame – 2016, Ép. especial

2. Como o zero é o elemento neutro da multiplicação, o produto dos números saídos é zero, se, pelo menos um deles for zero.
   Como no dado não existe qualquer face com o número zero, a ocorrência de um produto igual a zero, depende da bola extraída ter o número zero, independentemente da face do dado que sair.

   Assim, a probabilidade de o produto dos números ser igual a zero é igual à probabilidade de extrair a bola com o número zero do saco, e como existem 5 bolas no saco (número de casos possíveis) e apenas 1 tem o número zero (número de casos possíveis), recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de o produto dos números ser igual a zero é $\frac{1}{5}$

   Resposta: **Opção D**

Exame – 2012, Ép. especial

3. Como só existem bolas azuis e roxas, e a probabilidade de extrair uma bola da caixa, e ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, então existem tantas bolas azuis como roxas, ou seja, existem 8 bolas roxas na caixa.

   Resposta: **Opção C**

Exame – 2010, 2ª Fase

4. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Relativamente ao número de casos possíveis, como existem 18 bolas no saco e são retiradas duas, simultaneamente, podem ser formados 18×17 pares de bolas, considerando a ordenação relevante.
Quanto ao número de casos favoráveis, considerando a ordenação relevante, para garantir a coerência com o cálculo do número de casos possíveis, temos que o par de bolas da mesma cor pode ser formado por duas bolas azuis: 12×11 pares, ou duas bolas vermelhas: 6×5 pares.
Assim temos que o número de casos favoráveis é $12 \times 11 + 6 \times 5$ e a probabilidade de tirar duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, e elas formarem um par da mesma cor é $\dfrac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$

Exame – 2010, 1ª Fase

5. Podemos considerar que uma das crianças escreveu uma das letras no papel. Para que as duas crianças escreverem a mesma letra, a segunda criança deverá escolher a mesma letra que a primeira criança.
Como existem 5 letras (número de casos possíveis) e apenas uma foi escolhida pela primeira criança (número de casos favoráveis) recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade da segunda criança escolher, ao acaso, a letra igual à da primeira criança é $\dfrac{1}{5}$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2009, Ép. especial

6. Como se pretende que as bolas tenham cor diferente, a extração da primeira bola não interfere com a ocorrência do acontecimento, porque existem mais do que uma bola de cada cor.
Como a extração da segunda bola é feita sem reposição e depois da primeira, verificamos que, antes da extração da segunda bola, existem 19 bolas na caixa (número de casos possíveis), das quais 10 são de cor diferente da que já foi extraída (número de casos favoráveis).
Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes, na forma de fração irredutível, é $\dfrac{10}{19}$

Exame – 2009, 1ª Fase

7. Como a probabilidade do João acertar em cada tentativa é 0,8, a probabilidade do João acertar nas 4 tentativas é
$$0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = (0{,}8)^4 = 0{,}4096$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2008, 2ª Fase

8. Podemos considerar que um dos cientistas escolheu um dos hotéis. Para que os dois cientistas escolham o mesmo hotel, o segundo cientista deverá escolher o mesmo hotel.
Como existem 7 hotéis na cidade (número de casos possíveis) e apenas um foi escolhido pelo primeiro cientista (número de casos favoráveis) recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade do segundo cientista escolher, ao acaso, o mesmo hotel do primeiro cientista é $\dfrac{1}{7}$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2007, 2ª Fase

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

9. Uma caixa contém duas bolas pretas e uma bola verde.
Considere que na caixa se colocam mais n bolas, todas amarelas. A caixa fica, assim, com duas bolas pretas, uma bola verde e n bolas amarelas.
Considere a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa.
Sabendo que a probabilidade de uma delas ser amarela e a outra ser verde é $\frac{5}{39}$, determine o valor de n.

Teste Intermédio 12º ano – 07.12.2005

10. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 12.
Considere que o dado é lançado três vezes.
Qual é a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento?
Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às décimas.

Exame – 2004, 2ª Fase

11. Suponha que o dono de um casino lhe faz uma proposta, no sentido de inventar um jogo, para ser jogado por dois jogadores. Em cada jogada, é **lançado um par de dados**, numerados de um a seis, e observa-se a soma dos números saídos.
O dono do casino coloca ainda algumas restrições:

- o jogo terá de ser justo, isto é, ambos os jogadores deverão ter igual probabilidade de ganhar;
- para que o jogo seja mais emotivo, deverão ocorrer situações em que ninguém ganha, transitando o valor do prémio para a jogada seguinte;
- uma vez que o casino terá de ganhar algum dinheiro, deverá ocorrer uma situação (embora com probabilidade bastante mais pequena do que a probabilidade de cada um dos jogadores ganhar) em que o prémio reverta a favor do casino.

Numa curta composição, com cerca de dez linhas, apresente, ao dono do casino, uma proposta de um jogo que obedeça a tais condições.
Deverá fundamentar a sua proposta indicando, na forma de percentagem, a probabilidade de, em cada jogada:

- cada um dos jogadores ganhar;
- o casino ganhar.

Sugestão: Comece por elaborar uma tabela onde figurem todas as somas possíveis (no lançamento de dois dados).

Exame – 2003, Prova para militares

12. O sangue humano está classificado em quatro grupos distintos: A, B, AB e O.
Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o fator Rhésus.
Se o sangue de uma pessoa possui este fator, diz-se Rhésus positivo (Rh^+); se não possui este fator, diz-se Rhésus negativo (Rh^-).
Na população portuguesa, os grupos sanguíneos e os respetivos Rhésus estão repartidos da seguinte forma:

	A	B	AB	O
Rh^+	40%	6,9%	2,6%	35,4%
Rh^-	6,5%	1,2%	0,4%	6,7%

Escolhido um português ao acaso, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo **não** ser o O?
Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame – 2003, 1ª Fase – 2ª chamada

13. Considere:

- uma caixa com seis bolas, todas brancas;
- seis bolas pretas, fora da caixa;

- um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Lança-se duas vezes o dado.
Tiram-se, da caixa, tantas bolas brancas quantas o número saído no primeiro lançamento.
Colocam-se, na caixa, tantas bolas pretas quantas o número saído no segundo lançamento.
Qual é a probabilidade de a caixa ficar com seis bolas? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame – 2001, Ép. especial

14. Considere:

- uma caixa com nove bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9;
- um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Lança-se o dado e tira-se, ao acaso, uma bola da caixa.
Qual é a probabilidade de os números saídos serem **ambos menores** que 4?

(A) $\frac{1}{9}$ **(B)** $\frac{1}{6}$ **(C)** $\frac{5}{27}$ **(D)** $\frac{5}{54}$

Exame – 2001, 2ª Fase

15. Lança-se duas vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6.
Qual é a probabilidade de sair face 6 em exatamente um dos dois lançamentos?

(A) $\frac{1}{36}$ **(B)** $\frac{5}{36}$ **(C)** $\frac{1}{18}$ **(D)** $\frac{5}{18}$

Exame – 2000, 2ª Fase (prog. antigo)

16. O António escolhe, ao acaso, uma página de um jornal de oito páginas.
A Ana escolhe, ao acaso, uma página de uma revista de quarenta páginas.
Qual é a probabilidade de ambos escolherem a página 5?

(A) $\frac{1}{320}$ **(B)** $\frac{3}{20}$ **(C)** $\frac{1}{48}$ **(D)** $\frac{5}{48}$

Exame – 2000, 1ª Fase – 2ª chamada

17. Um dado equilibrado, com as face numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes.
Qual é a probabilidade de saírem três números ímpares?

(A) $\frac{1}{27}$ **(B)** $\frac{1}{8}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada (prog. antigo)

18. Uma turma de uma escola secundária tem nove rapazes e algumas raparigas.
Escolhendo ao acaso um aluno da turma, a probabilidade de ele ser um rapaz é $\frac{1}{3}$
Quantas raparigas tem a turma?

(A) 27 **(B)** 18 **(C)** 15 **(D)** 12

Exame – 2000, 1ª Fase – 1ª chamada (prog. antigo)

19. Acabou o tempo num jogo de basquetebol, e uma das equipas está a perder por um ponto, mas ainda tem direito a dois lances livres.
O Manuel vai tentar encestar.
Sabendo que este jogador concretiza, em média, 70% dos lances livres que efetua e que cada lance livre concretizado corresponde a um ponto, qual a probabilidade do jogo terminar empatado?

(A) 0,14 **(B)** 0,21 **(C)** 0,42 **(D)** 0,7

20. O João tem no bolso do casaco uma moeda de 50 cêntimos, duas moedas de um euros e três moedas de dois euros.
Retirando duas moedas ao acaso, qual é a probabilidade de, com elas, perfazer a quantia exata de dois euros e 50 cêntimos?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{5}$

Exame – 1999, 1ª Fase – 2ª chamada (prog. antigo)

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

21. Como o dado tem seis faces, existem 5 faces que não correspondem ao número 6, logo a probabilidade não sair o número 6 em cada um dos lançamentos é $\frac{5}{6}$
Desta forma a probabilidade de que nos 3 lançamentos nunca ocorra a face com o número 6 é:

$$p = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}58$$

Para que os números saídos nos três lançamentos sejam diferentes, no primeiro lançamento qualquer face é favorável, no segundo lançamento existem apenas 5 faces que têm números diferentes do primeiro lançamento, e no terceiro lançamento, apenas 4 faces têm números diferentes dos dois anteriores, pelo que a probabilidade é:

$$p = \frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{5 \times 4}{6^2} \approx 0{,}56$$

E assim podemos concluir que o acontecimento mais provável é ≪nunca sair o número 6≫.

Prova Modelo – 1999 (prog. antigo)

22. Serem necessários pelo menos três lançamentos, até sair a face nacional, significa que nos dois primeiros lançamentos não ocorre a face nacional (pelo que será necessário recorrer a um terceiro lançamento ou mais ainda, para observar a face nacional).
Como a probabilidade de não sair face nacional no primeiro lançamento é $\frac{1}{2}$, e a probabilidade de não voltar a sair a face nacional no segundo lançamento também é $\frac{1}{2}$, então a probabilidade de não sair face nacional nos dois primeiros lançamentos, ou seja, a probabilidade de serem necessários pelo menos três lançamentos, até sair a face nacional, é:

$$p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 1998, Prova para militares (prog. antigo)

23. Como o resultado da experiência do lançamento da moeda é independente a cada realização da experiência (a moeda não conserva memória sobre os lançamentos anteriores), a probabilidade de sair a face *cara* em qualquer lançamento da moeda é sempre $\frac{1}{2}$, independentemente das observações dos lançamentos anteriores.

Resposta: **Opção B**

Exame – 1998, 1ª Fase – 2ª chamada (prog. antigo)

24. Como as doze cores são iguais nas aguarelas e nos lápis, e se pretende que sejam da mesma cor, podemos considerar que qualquer cor é favorável para a ocorrência do acontecimento.
Assim, considerando que se extraí uma aguarelas, existem 12 casos possíveis e 12 casos favoráveis. Para a extração do lápis devemos considerar apenas 1 caso favorável, no conjunto dos 12 casos possíveis, pelo que a probabilidade é:

$$p = \frac{12}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 1997, Prova para militares (prog. antigo)

25. Quando se abre um livro, as duas páginas que ficam à vista tê, números inteiros consecutivos, logo, um deles e par e o outro ímpar.
Como a soma de um número par com um número ímpar é um número ímpar, então a soma dos números das duas páginas de um livro aberto é sempre ímpar, ou seja, a soma ser ímpar é o acontecimento certo, e por isso a probabilidade é um.

Resposta: **Opção D**

Exame – 1997, 2ª Fase (progr. antigo)

26. Como a decomposição em fatores primos do número 21 é $21 = 3 \times 7$, e não existe o número 7 nas faces do dado, o acontecimento "o produto dos números saídos é 21" é impossível, ou seja, a probabilidade é nula.

Resposta: **Opção A**

Exame – 1997, 1ª Fase – 1ª chamada (progr. antigo)