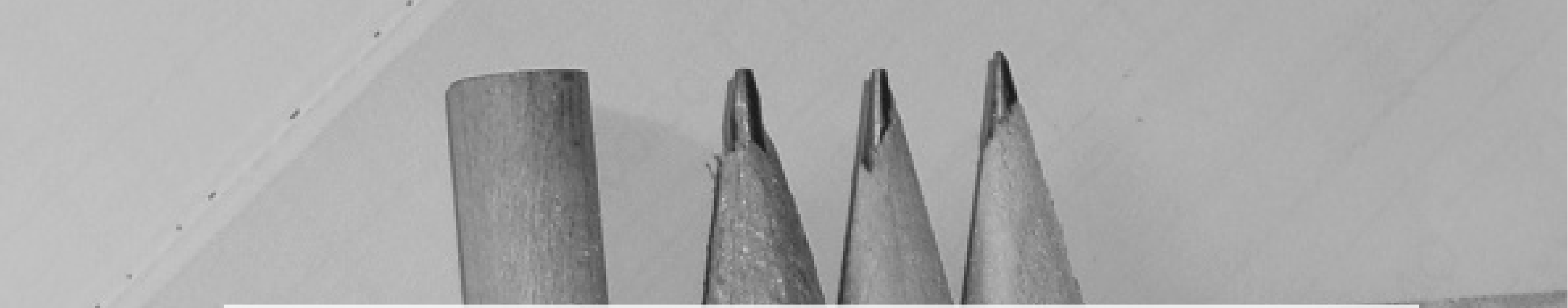


Áreas e volumes (8.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Como o raio de cada uma das bases é 2,5 m, então a área é:

$$A_\circ = \pi \times 2{,}5^2 = \pi \times 6{,}25$$

Assim, o volume do cilindro, é:

$$V_{\text{cilindro}} = A_\circ \times 4 = 4 \times \pi \times 6{,}2 = 25\pi$$

Como as bases do cone e do cilindro são iguais, temos que:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times A_\circ \times 2 = \frac{12{,}5\pi}{3}$$

E desta forma, calculando a soma dos volumes do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos a volume do sólido:

$$V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}} = 25\pi + \frac{12{,}5\pi}{3} \approx 92 \text{ m}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2023, Época especial

2. De acordo com os dados o volume de água presente no recipiente é igual ao volume de um cilindro cuja altura é 3 dm e o raio da base é $\frac{2{,}5}{2} = 1{,}25$ dm, ou seja:

$$V = \pi \times 1{,}25^2 \times 3 \approx 14{,}726 \text{ dm}^3$$

Assim, dividindo este volume de água pela capacidade de cada copo, temos:

$$\frac{14{,}726}{0{,}2} = 73{,}63$$

Logo, a água do recipiente é suficiente para encher, no máximo, 73 copos de 0,2 litros.

Prova Final 3.º Ciclo – 2023, 2.ª fase

3. Como a área do retângulo $[GHIJ]$ é 25,8 m^2, e a altura do prisma é $\overline{BH} = 4$ m, temos que o seu volume é:
$$V_{[BCEFGHIJ]} = A_{[GHIJ]} \times \overline{BH} = 25{,}8 \times 4 = 103{,}2 \text{ m}^3$$
Assim, o volume do prisma triangular $[ABCDEF]$, é a diferença entre o volume do sólido e do volume do prisma retangular $[BCEFGHIJ]$:
$$V_{[ABCDEF]} = V_{\text{total}} - V_{[BCEFGHIJ]} = 134{,}1 - 103{,}2 = 30{,}9 \text{ m}^3$$
Prova Final 3.º Ciclo – 2023, 1.ª fase

4. Como a altura do cilindro é igual ao seu diâmetro, ou seja o dobro do raio, temos que a altura do cilindro é:
$$\overline{CV} = 2 \times \overline{BC} = 2 \times 4{,}5 = 9$$
E a área de cada uma das bases é:
$$A_\circ = \pi \times \overline{BC}^2 = \pi \times 20{,}25$$
Assim, o volume do cilindro, é:
$$V_{\text{cilindro}} = A_\circ \times \overline{CV} = 182{,}25\pi$$
Como as bases do cone e do cilindro, e também as alturas são iguais, temos que:
$$V_{\text{cone}} = \frac{V_{\text{cilindro}}}{3} = \frac{182{,}25\pi}{3} = 60{,}75\pi$$
E desta forma, calculando a diferença entre o volume do cilindro e do cone, e arredondando o resultado às unidades, temos:
$$V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}} = 182{,}25\pi - 60{,}75\pi = (182{,}25 - 60{,}75)\pi = 121{,}5\pi \approx 382$$
Prova de Aferição 8.º ano - 2023

5. Podemos calcular o volume do tronco de cone, como a diferença dos volumes dos cones cujas bases têm diâmetros $[AB]$ e $[CD]$
Assim, calculando o volume dos dois cones, temos que:
   - a altura do cone cuja base tem diâmetro $[AB]$ é 160 m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 4 m, a medida do raio da base é 2 m, e assim vem que:
   $$V_{C_{[AB]}} = \frac{A_\circ \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 2^2 \times 160}{3} = \frac{\pi \times 4 \times 160}{3} = \frac{640\pi}{3} \text{ m}^3$$
   - a altura do cone cuja base tem diâmetro $[CD]$ é 80 m e como a base é um círculo cujo diâmetro mede 2 m, a medida do raio da base é 1 m, e assim vem que:
   $$V_{C_{[CD]}} = \frac{A_\circ \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times 1^2 \times 80}{3} = \frac{80\pi}{3} \text{ m}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de cone, em metros cúbicos, arredondado às unidades, é:
$$V = V_{C_{[AB]}} - V_{C_{[CD]}} = \frac{640\pi}{3} - \frac{80\pi}{3} = \frac{640\pi - 80\pi}{3} = \frac{560\pi}{3} \approx 586 \text{ m}^3$$
Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 2.ª fase

6. Podemos calcular o volume do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, como a diferença dos volumes das duas pirâmides $[ABCDI]$ e $[EFGHI]$
Assim, calculando o volume das duas pirâmides, temos que:
   - a altura da pirâmide $[ABCDI]$ é 36 cm e como a base é um quadrado de lado $\overline{AB}$, vem que: $A_{[ABCD]} = \overline{AB}^2 = 9^2 = 81$ cm^2

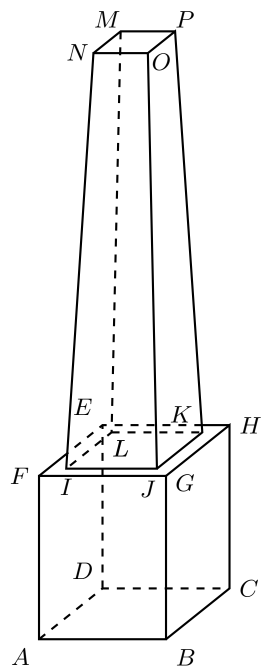
     E desta forma:
     $$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times 9^2 \times 36 = \frac{81 \times 36}{3} = 972 \text{ cm}^3$$
   - a altura da pirâmide $[EFGHI]$ é a diferença entre a altura da pirâmide $[ABCDI]$ e a distância entre os planos que contêm as bases, ou seja:
     $$\text{altura da pirâmide } [EFGHI] = 36 - 12 = 24 \text{ cm}$$
     e como a base é um quadrado de lado $\overline{EF}$, vem que: $A_{[EFGH]} = \overline{EF}^2 = 6^2 = 36$ cm^2

     E desta forma:
     $$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times altura = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 24 = \frac{36 \times 24}{3} = 288 \text{ cm}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de pirâmide é:
$$V_{[ABCDEFGH]} = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 972 - 288 = 684 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 1.ª fase

7. O volume do obelisco representado (V_O), pode ser obtido pela soma dos volumes do paralelepípedo ($V_{[ABCDEFGH]}$) e do tronco de pirâmide ($V_{[IJKLMNOP]}$); e o volume do tronco de pirâmide ($V_{[IJKLMNOP]}$), pode ser obtido pela diferença entre o volume da pirâmide (V_P) e da parte da pirâmide que não pertence ao obelisco - que também é uma pirâmide (V_p).



Assim, determinando estes volumes, temos:
   - Volume do prisma:
     $V_{[ABCDEFGH]} = 1{,}4 \times 1{,}4 \times 1{,}8 = 3{,}528$ m^3
   - Volume da pirâmide com 18 metros de altura:
     $V_P = \frac{\overline{IJ}^2 \times 18}{3} = \frac{1{,}2^2 \times 18}{3} = 8{,}64$ m^3
   - Volume da pirâmide que não pertence ao obelisco, cuja altura é a diferença entre a altura da pirâmide maior e a altura do obelisco, ou seja, $18 - 4{,}5 = 13{,}5$ metros:
     $V_p = \frac{\overline{NO}^2 \times 13{,}5}{3} = \frac{0{,}9^2 \times 13{,}5}{3} = 3{,}645$ m^3
   - Volume do obelisco:
     $V_O = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[ABCDEFGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_P - V_p =$
     $= 3{,}528 + 8{,}64 - 3{,}645 = 8{,}523$ m^3

Assim, o volume do obelisco em metros cúbicos, arredondado às unidades, é 9 m^3.

Prova de Matemática, 9.º ano – 2021

8. Como o volume de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base pela altura, começamos por determinar a área da base do prisma $[ABCDEF]$, ou seja, por exemplo, a área do triângulo $[ABC]$:

$$A_{Base} = A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{78 \times 58{,}5}{2} = 2281{,}5 \text{ cm}^2$$

Assim, podemos determinar a altura do prisma, x, recorrendo à fórmula do volume:

$$V_{[ABCDEF]} = A_{Base} \times \text{altura} \Leftrightarrow V_{[ABCDEF]} = A_{[ABC]} \times x \Leftrightarrow 445\,000 = 2281{,}5 \times x \Leftrightarrow$$

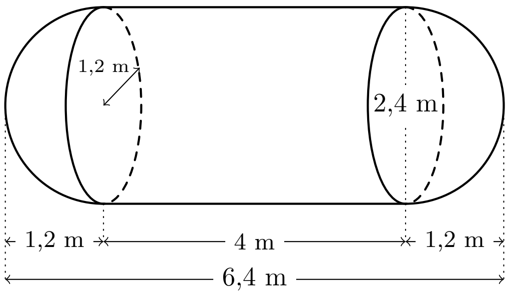
$$\Leftrightarrow x = \frac{445\,000}{2281{,}5} \Rightarrow x \approx 195{,}05 \text{ cm}$$

Desta forma, a área do painel solar, ou seja, a área do retângulo $[ACDE]$, é:

$$A_{[ACDE]} = \overline{AE} \times \overline{DE} = x \times 97{,}5 \approx 195{,}05 \times 97{,}5 \approx 19\,017 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

9. Como o sólido pode ser decomposto num cilindro e em duas semiesferas, e as duas semiesferas têm bases com o mesmo diâmetro, têm volumes iguais.



Como o diâmetros das bases é 2,4 m, o respetivo raio é $\frac{2{,}4}{2} = 1{,}2$ m

Como o comprimento da cisterna é 6,4 m, a altura do cilindro (h) pode ser calculado subtraindo os raios das semiesferas ao comprimento da cisterna:

$$h = 6{,}4 - 2 \times 1{,}2 = 6{,}4 - 2{,}4 = 4 \text{ m}$$

Assim, o volume da cisterna, em m^3, arredondado às décimas, é a soma dos volumes do cilindro e das duas semi-esferas:

- $V_{\text{Semiesfera}} = \frac{V_{\text{Esfera}}}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times 1{,}2^3}{2} \approx 3{,}619 \text{ m}^3$
- $V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \times \mathit{Altura} = \pi \times 1{,}2^2 \times 4 \approx 18{,}096 \text{ m}^3$
- $V_{\text{Cisterna}} = 2 \times V_{\text{Semiesfera}} + V_{\text{Cilindro}} \approx 2 \times 3{,}619 + 18{,}096 \approx 25{,}3 \text{ m}^3$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

10. Como os dois contentores devem ter o mesmo volume, começamos por determinar o volume do contentor atual, como a soma dos volumes da semiesfera e do cilindro:

- $V_{\text{Semiesfera}} = \dfrac{V_{\text{Esfera}}}{2} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi \times 2{,}4^3}{2} \approx 28{,}95 \text{ dm}^3$
- $V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \times Altura = \pi \times 2{,}4^2 \times 7{,}6 \approx 137{,}53 \text{ dm}^3$
- $V_{\text{Contentor atual}} = V_{\text{Semiesfera}} + V_{\text{Cilindro}} \approx 28{,}95 + 137{,}53 \approx 166{,}48 \text{ dm}^3$

Como o futuro contentor deve ter a mesma altura do contentor atual (h), calculamos a área do contentor atual, como a soma do raio da semi-esfera com a altura do cilindro:

$$h = 7{,}6 + 2{,}4 = 10 \text{ dm}$$

Assim, como o volume do prisma reto de bases quadradas (V_P) é dado, em função da aresta da base (a), por:

$$V_P = A_{\text{Base}} \times h \Leftrightarrow V_P = a^2 \times h$$

Desta forma, como os volumes dos dois contentores devem ser iguais, substituindo os valores conhecidos na fórmula, determinamos o valor de a, em decímetros, arredondado às décimas:

$$166{,}48 = a^2 \times 10 \Leftrightarrow \frac{166{,}48}{10} = a^2 \Leftrightarrow 16{,}648 = a^2 \underset{a>0}{\Rightarrow} a = \sqrt{16{,}648} \Rightarrow a \approx 4{,}1 \text{ dm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

11. Recorrendo à fórmula do volume da esfera podemos calcular o raio, r, de cada tanque esférico:

$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow 33\,750 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow \frac{33\,750 \times 3}{4\pi} = r^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{33\,750 \times 3}{4\pi}} = r \Rightarrow r \approx 20{,}05 \text{ m}$$

Como os quatro tanques esféricos estão encostados sem serem deformados, o valor de x corresponde a quatro diâmetros dos tanques, ou seja a $2 \times 4 = 8$ raios, pelo que o valor de x em metros, arredondado às unidades, é:

$$x = 8r \approx 8 \times 20{,}05 \approx 160{,}4 \approx 160 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

12. Podemos calcular o volume do tronco de pirâmide $[EFGHIJKL]$, como a diferença dos volumes das duas pirâmides $[EFGHV]$ e $[IJKLV]$
Assim, calculando o volume das duas pirâmides, temos que:

- a altura da pirâmide $[EFGHV]$ é 24 e como a base é um quadrado de lado $\overline{GH}$, e $\overline{GH} = \overline{BC}$, vem que: $A_{[EFGH]} = \overline{GH}^2 = \overline{BC}^2 = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$

  E desta forma:

  $$V_{[EFGHV]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times altura = \frac{1}{3} \times 9^2 \times 24 = \frac{81 \times 24}{3} = 648 \text{ cm}^3$$

- a altura da pirâmide $[IJKLV]$ é a diferença entre a altura da pirâmide $[EFGHV]$ e a distância entre os planos que contêm as bases, ou seja::

  $$\text{altura da pirâmide } [IJKLV] = 24 - 16 = 8 \text{ cm}$$

  e como a base é um quadrado de lado $\overline{KL}$, vem que: $A_{[IJKL]} = \overline{KL}^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$

  E desta forma:

  $$V_{[IJKLV]} = \frac{1}{3} \times A_{[IJKL]} \times altura = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 8 = \frac{9 \times 8}{3} = 24 \text{ cm}^3$$

E assim temos que o volume do tronco de pirâmide é:

$$V_{[EFGHIJKL]} = V_{[EFGHV]} - V_{[IJKLV]} = 648 - 24 = 624 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

13. Considerando o trapézio $[STUV]$ como a base do prisma e a medida $\overline{VW}$ como a altura do prisma, substituindo os valores conhecidos, calculamos $\overline{UT}$, em centímetros, arredondado às décimas:

$$V_{[STUVWXYZ]} = A_{[STUV]} \times \overline{VW} \Leftrightarrow V_{[STUVWXYZ]} = \frac{\overline{VS} + \overline{UT}}{2} \times \overline{UV} \times \overline{VW} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1250 = \frac{15 + \overline{UT}}{2} \times 7 \times 15 \Leftrightarrow \frac{1250 \times 2}{7 \times 15} = 15 + \overline{UT} \Leftrightarrow \frac{2500}{105} - 15 = \overline{UT} \Rightarrow \overline{UT} \approx 8{,}8 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

14. Como a água no reservatório ocupa o cilindro, cuja base é o círculo de diâmetro $\overline{BC}$ e a altura é $\overline{BP}$, vem que:

$$V_{\text{Água}} = \pi \left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 \times \overline{PB} \Leftrightarrow 50 = \pi \left(\frac{4{,}4}{2}\right)^2 \times \overline{PB} \Leftrightarrow 50 = \frac{\pi \times 4{,}4^2}{4} \times \overline{PB} \Leftrightarrow \frac{50 \times 4}{\pi \times 4{,}4^2} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PB} \approx 3{,}29\text{m}$$

Assim, como a semiesfera tem raio igual ao cilindro, vem que a altura do reservatório, em metros, arredondado às unidades, é:

$$a = \frac{\overline{BC}}{2} + \overline{AP} + \overline{PB} \approx \frac{4{,}4}{2} + 1{,}5 + 3{,}29 \approx 7 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

15. Como o volume do cubo é 729 cm^3, então a medida da aresta é:

$$\overline{AB} = \sqrt[3]{729} = 9 \text{ cm}$$

Como o vértice V coincide com o centro do cubo, a altura da pirâmide é metade da aresta do cubo, e assim, o volume da pirâmide $[ABCDV]$ é:

$$V_{[ABCDV]} = \frac{A_{[ABCD]} \times \text{altura}}{3} = \frac{\overline{AB}^2 \times \frac{\overline{AB}}{2}}{3} = \frac{9^2 \times \frac{9}{2}}{3} = \frac{81 \times 9}{6} = 121{,}5 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

16. Os triângulos $[AST]$ e $[AFG]$ são semelhantes (porque têm um ângulo comum e os lados opostos a este ângulo - os lados $[ST]$ e $[FG]$ são paralelos), a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AS}}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{FG}}{4} = \frac{9}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{4 \times 9}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{36}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = 6 \text{ cm}$$

Desta forma, como $[FGHE]$ é um quadrado, temos que $\overline{EF} = \overline{FG} = 6$ e a área da base da pirâmide, ou seja, a área do triângulo $[EFG]$ é:

$$A_{[EFG]} = \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Pelo que, como a altura da pirâmide é $\overline{AF} = 9$, o volume da pirâmide $[AFGE]$, em centímetro cúbicos, é:

$$V_{[AFGE]} = \frac{A_{[EFG]} \times \overline{AF}}{3} = \frac{18 \times 9}{3} = 54 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

17. Como a altura de um cone é perpendicular ao raio da base, o triângulo $[ACV]$ é retângulo em C.
Logo podemos calcular $\overline{VC}$, recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{VA}^2 = \overline{VC}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow 15^2 = \overline{VC}^2 + 6^2 \Leftrightarrow 225 - 36 = \overline{VC}^2 \Leftrightarrow 189 = \overline{VC}^2 \underset{\overline{VC}>0}{\Rightarrow} \overline{VC} = \sqrt{189}$$

Assim, o volume do cone é:

$$V_{\text{cone}} = \frac{\text{Área da base} \times \text{altura}}{3} = \frac{\pi \times \overline{AC}^2 \times \overline{VC}}{3} = \frac{\pi \times 6^2 \times \sqrt{189}}{3} \approx 518{,}277 \text{ cm}^3$$

O volume da semiesfera é:

$$V_{\text{semiesfera}} = \frac{V_{\text{esfera}}}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times \overline{AC}^3}{2} = \frac{4\pi \times 6^3}{6} \approx 452{,}389 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do cone e da semiesfera, pelo que, fazendo os cálculos e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V = V_{\text{cone}} + V_{\text{semiesfera}} \approx 518{,}277 + 452{,}389 \approx 971 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

18. Como planificação da superfície lateral de cilindro é um retângulo, cujas medidas dos lados são, respetivamente, o perímetro da base e a altura do cilindro, calculando o perímetro da base, temos:

$$P_\circ = 2\pi r = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}$$

E assim, calculando a área da superfície lateral do cilindro, em centímetros quadrados e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$A_{SL} = P_\circ \times \overline{BG} = 6\pi \times 5.3 \approx 100 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

19. Como $\overline{CH}$ é a medida da altura do cilindro e também do prisma, podemos determinar expressões do volume do prisma (V_P) e do volume do cilindro (V_C), em função de $\overline{CH}$:

- $V_P = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \overline{AB}^2 \times \overline{CH} = 20^2 \times \overline{CH} = 400\overline{CH}$
- $V_C = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \pi r^2 \times \overline{CH} = \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \times \overline{CH} = \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times \overline{CH} = 100\pi\overline{CH}$

Com a diferença dos volumes, é de 3000 cm^3, vem que:

$$V_P - V_C = 3000 \Leftrightarrow 400\overline{CH} - 100\pi\overline{CH} = 3000 \Leftrightarrow \overline{CH}(400 - 100\pi) = 3000 \Leftrightarrow \overline{CH} = \frac{3000}{400 - 100\pi}$$

Assim, o valor de $\overline{CH}$, em centímetros, arredondado às unidades, é $\overline{CH} \approx 35$ cm

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase

20. Considerando a expressão para o volume, V, de um tronco de pirâmide quadrangular regular, $V = \frac{h}{3}(L^2 + L \times l + l^2)$, temos para o tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, que

$$L = \overline{AB} = 8 \text{ cm e } l = \overline{FG} = 3 \text{ cm}$$

Para determinar a medida h, consideramos o ponto K, o centro do quadrado $[EFGH]$, e temos que $\overline{IJ} = \overline{IK} + \overline{KJ}$, pelo que

$$h = \overline{IJ} - \overline{IK}$$

Como $\overline{IK}$ é a altura da pirâmide $[EFGHI]$, que tem volume 6 cm^3, podemos calcular $\overline{IK}$ recorrendo à expressão do volume da pirâmide:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_b \times a = \frac{1}{3} \times \overline{FG}^2 \times \overline{IK}$$

Substituindo os valores conhecidos, vem

$$6 = \frac{1}{3} \times 3^2 \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = \frac{9}{3} \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = 3 \times \overline{IK} \Leftrightarrow \frac{6}{3} = \overline{IK} \Leftrightarrow 2 = \overline{IK}$$

Logo, vem que $h = \overline{IJ} - \overline{IK} = 15 - 2 = 13$
E assim, recorrendo à expressão do volume do tronco de pirâmide quadrangular para calcular o volume em cm^3, do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \frac{13}{3}(64 + 24 + 9) = \frac{13}{3} \times 97 = \frac{1261}{3} \approx 420 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

21. Como a altura do prisma $[LKNMHGJI]$ é $\frac{2}{3}$ da altura dos outros dois prismas, podemos considerar o sólido composto por 8 prismas com alturas e bases iguais entre si (como se ilustra na figura seguinte), e cujas bases são também iguais às bases dos três prismas descritos no enunciado, ou seja, bases com área s

Assim, cada um destes 8 prismas tem $\frac{1}{8}$ do volume do sólido:

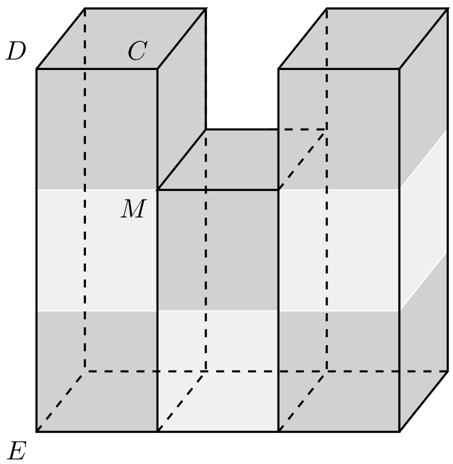
$$\frac{248}{8} = 31 \text{ cm}^3$$

Temos ainda que a altura de cada um destes 8 prismas é,

$$\overline{CM} = \frac{\overline{DE}}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$$

Assim, o volume (V_8) de cada um destes 8 prismas pode ser calculado como $V_8 = s \times \overline{CM}$, e substituindo os valores calculados antes vem

$$V_8 = s \times \overline{CM} \Leftrightarrow 31 = s \times 3 \Leftrightarrow \frac{31}{3} = s$$



Pelo que, arredondando a área s das bases dos prismas às décimas (em centímetros quadrados) é

$$s = \frac{31}{3} \approx 10{,}3\text{cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

22. O volume total do sólido (V_T) pode ser calculado como a soma dos volumes da semiesfera (V_{SE}) e do cilindro (V_C).
Calculando o volume da semiesfera, temos:

$$V_{SE} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{4\pi \times 3^3}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = 18\pi \text{ cm}^3$$

Podemos calcular $A_\circ$, a área da base do cilindro, como

$$A_\circ = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

Assim, designado por $\overline{BC}$ a altura do cilindro, o volume do cilindro V_C, é dado por

$$V_C = A_\circ \times h = 9\pi \times \overline{BC} \text{ cm}^3$$

Logo, como o volume total é 258 cm^3, temos que

$$V_T = V_{SE} + V_C \Leftrightarrow 258 = 18\pi + 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow 258 - 18\pi = 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow \frac{258 - 18\pi}{9\pi} = \overline{BC}$$

Pelo que o valor da altura do cilindro, $\overline{BC}$, arredondado às décimas é de

$$\overline{BC} \approx 8{,}1 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª fase

23. Como o terraço foi pavimentado com 400 ladrilhos quadrados, cada um com 9 dm^2 de área, a área do terraço (A_T) é dada por

$$A_T = 400 \times 9 = 3600 \text{ dm}^2$$

Como o mesmo terraço, pode ser pavimentado com 225 ladrilhos, iguais entre si, a área (A_L) de cada um destes ladrilhos pode ser calculada como

$$A_L = \frac{3600}{225} = 16 \text{ dm}^2$$

Como estes ladrilhos são quadrados, o comprimento dos lados (l_L) de cada um destes ladrilhos é

$$l_L = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

24. Tendo em conta os dados do enunciado podemos calcular A_{SC}, a área do semicírculo, como

$$A_{SC} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{25\pi}{2} \text{ cm}^2$$

Podemos igualmente calcular $A_{[ABC]}$, a área do triângulo $[ABC]$, observando que a medida da base é o dobro do raio ($\overline{AC} = 2 \times r = 2 \times 5 = 10$ cm), pelo que

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

E assim, A_S, a área sombreada é a diferença das áreas do semicírculo e do triângulo $[ABC]$, pelo que, fazendo os cálculos e arredondando o resultado às décimas, vem:

$$A_S = A_{SC} - A_{[ABC]} = \frac{25\pi}{2} - 20 \approx 19{,}3 \text{ cm}^2$$

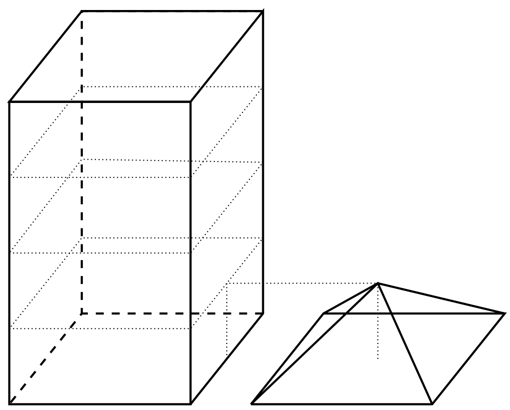
Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

25. O volume de um prisma com a altura da pirâmide é $\frac{V}{4}$

O volume da pirâmide é um terço do prisma anterior, ou seja, $V' = \frac{\frac{V}{4}}{3} = \frac{V}{12}$

Assim, temos que

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{V}{12}}{V} = \frac{V}{12V} = \frac{1}{12}$$



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

26. O volume total (V_T) do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do paralelepípedo retângulo (V_{PR}) e do prisma triangular (V_{PT}).
Calculando o volume do paralelepípedo retângulo, temos:

$$V_{PR} = \overline{DE} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 15 \times 15 \times 6 = 1350$$

Calculando o volume do prisma triangular, considerando como base o triângulo $[ABC]$ e a altura a medida da aresta $[CI]$, como $\overline{CI} = \overline{DJ}$ e $\overline{AC} = \overline{DE}$, vem

$$V_{PT} = A_{[ABC]} \times \overline{DJ} = \frac{\overline{AC} \times h}{2} \times \overline{DJ} = \frac{15 \times 6}{2} \times 15 = 15 \times 3 \times 15 = 675$$

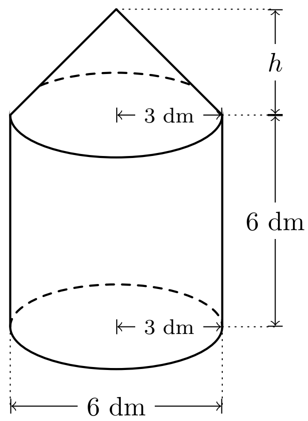
Assim, temos que

$$V_T = V_{PR} + V_{PT} = 1350 + 675 = 2025$$

Logo o volume total do sólido é 2025 cm^3

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

27. Calculando o volume do cilindro (V_{Ci}), em decímetros cúbicos, cujo raio é $\frac{6}{2} = 3$ dm (porque o diâmetro é 6), vem que:



$$V_{Ci} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \pi \times 3^2 \times 6 = \pi \times 9 \times 6 = 54\pi$$

Logo temos que o volume do cone (V_{Co}), em decímetros cúbicos, é a diferença entre o volume total do sólido (V_T) e o volume do cilindro:

$$V_{Co} = V_T - V_{Ci} = 195 - 54\pi \approx 25{,}35$$

Como o volume do cone é dado por:

$$V_{Co} = \frac{1}{3} \times A_{\text{Base}} \times h$$

Substituindo os valores conhecidos na fórmula, determinamos o valor de h:

$$25{,}35 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^3 \times h \Leftrightarrow 3 \times 25{,}35 = 9\pi \times h \Leftrightarrow \frac{3 \times 25{,}35}{9\pi} = h \Leftrightarrow 2{,}69 \approx h$$

Assim, temos que o valor da altura do cone, arredondado às décimas é 2,7 dm.

Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014

28. Como o recipiente cilíndrico estava cheio, o volume de líquido que transbordou é igual ao volume do cubo, pelo que o volume de líquido que ficou no recipiente (V_{Final}) é a diferença entre o volume do cilindo (V_{Cilindro}) e o volume do cubo (V_{Cubo}):

$$V_{\text{Final}} = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cubo}}$$

Calculando o volume do cubo, como a aresta tem 6 cm de medida, temos:

$$V_{\text{Cubo}} = a^3 = 6^3 = 216\,\text{cm}^3$$

Calculando o volume do cilindro, como a altura é igual á aresta do cubo (6 cm de medida) e a medida do raio da base é 5 cm, temos:

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 6 \approx 471{,}24\,\text{cm}^3$$

Assim, calculando o volume de líquido que ficou no recipiente, e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V_{\text{Final}} \approx 471{,}24 - 216 \approx 255{,}24 \approx 255\,\text{cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 2.ª chamada

29. Como o volume do prisma é 42 cm^3 e o cubo tem o mesmo volume do prisma, temos que a medida a, da aresta do cubo, em centímetros, arredondada às décimas, é tal que

$$a^3 = 42$$

Logo,

$$a = \sqrt[3]{42} \approx 3{,}5$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

30.

30.1. Como os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[CD]$ são correspondentes (porque são os lados que se opõem ao ângulo reto, em cada um dos triângulos), então $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = 0{,}5$ é a razão de semelhança.

Como o quociente das áreas de figuras semelhantes, é igual ao quadrado da razão de semelhança, vem que

$$\frac{\text{área do triângulo } [CDE]}{\text{área do triângulo } [ABC]} = \left(\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)^2 = 0{,}5^2 = 0{,}25$$

Resposta: **Opção B**

30.2. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A (porque um dos lados coincide com o diâmetro da circunferência e o vértice oposto a esse lado está sobre a circunferência), usando o Teorema de Pitágoras e substituindo as medidas conhecidas, temos que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 100 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 136 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{136}$$

Logo, como $[BC]$ é um diâmetro do círculo, a medida do raio, r, é:

$$r = \frac{\sqrt{136}}{2} \approx 5{,}83$$

E assim, calculando a área do círculo de diâmetro $[BC]$, em cm^2, e arredondando o resultado às unidades, vem

$$A = \pi r^2 \approx \pi \times 5{,}83^2 \approx 107\,\text{cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

31. Como sabemos que $\overline{JG} = 2$ cm, que $\overline{GK} = 3$ cm e que $\overline{FE} = 10$ cm, podemos calcular o volume do prisma $[JGKLIH]$:

$$V_{[JGKLIH]} = \frac{\overline{JG} \times \overline{GK}}{2} \times \overline{FE} = \frac{2 \times 3}{2} \times 10 = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}^3$$

Como é conhecido o volume do sólido ($V_S = 390\,\text{cm}^3$), podemos determinar o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = V_S - V_{[JGKLIH]} = 390 - 30 = 360 \text{ cm}^3$$

Como sabemos que $\overline{FA} = 2$ cm e que $\overline{FE} = 10$ cm, e ainda o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$, podemos calcular o comprimento do segmento $[FG]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{FA} \times \overline{FE} \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 2 \times 10 \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 20 \times \overline{FG} \Leftrightarrow \frac{360}{20} = \overline{FG} \Leftrightarrow \overline{FG} = 18 \text{ cm}$$

Como conhecemos o comprimento dos segmentos $[FG]$ e $[JG]$, podemos determinar o comprimento do segmento $[FJ]$

$$\overline{FJ} = \overline{FG} - \overline{JG} = 18 - 2 = 16 \text{ cm}$$

Teste Intermédio 9.º ano – 12.04.2013

32. Temos que $[BC]$ é uma aresta do cubo $[BCDEKLMN]$, pelo que o respetivo volume é

$$V_{[BCDEKLMN]} = \overline{BC}^3 = a^3$$

Por outro lado, como $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2a$, como $[BE]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BE} = a$ e ainda como $[BL]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BI} = \frac{1}{3}\overline{BL} = \frac{1}{3} \times a = \frac{a}{3}$, vem que o volume do paralelepípedo $[ABEFGHIJ]$ é

$$V_{[ABEFGHIJ]} = \overline{AB} \times \overline{BE} \times \overline{BI} = 2a \times a \times \frac{a}{3} = \frac{2a^3}{3}$$

Logo, como o volume total do sólido, V_T, é a soma dos volumes do cubo e do paralelepípedo temos que

$$V_T = a^3 + \frac{2a^3}{3} = \frac{a^3}{1}_{(3)} + \frac{2a^3}{3} = \frac{3a^3}{3} + \frac{2a^3}{3} = \frac{5a^3}{3}$$

Igualando a expressão do volume total ao seu valor numérico (25), e resolvendo a equação, podemos determinar o valor exato de a:

$$\frac{5a^3}{3} = 25 \Leftrightarrow 5a^3 = 25 \times 3 \Leftrightarrow a^3 = \frac{75}{5} \Leftrightarrow a^3 = 15 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

33. Como o volume de uma pirâmide é um terço do volume do prisma com a mesma base e a mesma altura, temos que o volume da pirâmide a ser retirada é

$$V_{[ABCDI]} = \frac{V_{[ABCDEFGH]}}{3} = \frac{27}{3} = 9 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do sólido que resulta da retirada da pirâmide do prisma, V_F, pode ser calculado como a diferença dos volumes do prisma e da pirâmide:

$$V_F = V_{[ABCDEFGH]} - V_{[ABCDI]} = 27 - 9 = 18 \text{ cm}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano – 10.05.2012

34. O volume do sólido $[ABCDIJGH]$ pode ser obtido pela soma dos volumes do prisma de bases quadradas $[ABCDEFGH]$ e do prisma triangular $[EFGHIJ]$:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]}$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, e $\overline{AF} = 4$ cm, pelo que o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{BC} \times \overline{AB} \times \overline{AF} = 8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ cm}^3$$

Calculando a área da base do prisma triângular, por exemplo, a área do triângulo $[FGJ]$, como $\overline{FG} = \overline{AB} = 8$ cm e $\overline{FJ} = 7$ cm, a área da base é

$$A_{[FGJ]} = \frac{\overline{FG} \times \overline{FJ}}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = \frac{56}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

E assim, como $\overline{FE} = \overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, o volume do prisma triângular é

$$V_{[EFGHI]} = A_{[FGJ]} \times \overline{FE} = 28 \times 8 = 224 \text{ cm}^3$$

E, somando os volumes dos dois prismas, temos o volume do sólido:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]} = 256 + 224 = 480 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, Época especial

35. Como $[EFGH]$ é um quadrado, e $\overline{FG} = \overline{AB} = 4$ m, então, temos que $\overline{GH} = \overline{FG} = 4$ m e assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos calcular o diâmetro d da base do cone:

$$d^2 = \overline{FG}^2 + \overline{GH}^2 \Leftrightarrow d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 16 \Leftrightarrow d^2 = 32 \underset{d>0}{\Rightarrow} d = \sqrt{32} \text{ m}$$

E assim temos que o raio, r, da base do cone é $r = \dfrac{\sqrt{32}}{2} \approx 2{,}83$ m

Calculando a medida da área da base do cone temos

$$A_\circ = \pi \times r^2 \approx \pi \times 2{,}83^2 \approx 25{,}16 \text{ m}^2$$

Como a medida da altura do cone é $\overline{IJ} = 3$ m, calculando o volume do cone temos

$$V_C = \frac{1}{3} \times A_\circ \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 25{,}16 \times 3 = 25{,}16 \text{ m}^3$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 4$, temos que o volume do prisma é dado por

$$V_P = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{BG} = 4 \times 4 \times \overline{BG} = 16 \times \overline{BG} \text{ m}^3$$

Como o volume total do sólido é 57 m^3, vem que

$$V_C + V_P = 57 \Leftrightarrow 25{,}16 + 16 \times \overline{BG} = 57 \Leftrightarrow 16 \times \overline{BG} = 57 - 25{,}16 \Leftrightarrow \overline{BG} = \frac{31{,}84}{16} \Leftrightarrow \overline{BG} = 1{,}99 \text{ m}$$

Assim a altura do prisma ($\overline{BG}$) em metros, arredondada às unidades é 2 m

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, 2.ª chamada

36. Temos que o volume do cilindro é $V_{ci} = A_b \times h = 12h$

Da mesma forma, o volume do cone é $V_{co} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times 12 \times h = 4h$

E assim o volume total do sólido é

$$V_T = V_{ci} + V_{co} = 12h + 4h = 16h$$

Substituindo o valor do volume total do sólido podemos determinar, em metros, o valor de h, que é a altura do cilindro:

$$V_T = 34 \Leftrightarrow 16h = 34 \Leftrightarrow h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2{,}125 \text{ m}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2011, 1.ª chamada

37. Como o volume da pirâmide $[HDPC]$ é 10 cm^3, então o volume da pirâmide $[ABCDH]$ é 20 cm^3, porque as duas pirâmides têm a mesma altura e a base da pirâmide $[ABCDH]$ tem o dobro da área da base da pirâmide $[HDPC]$ $(A_{[ABCD]} = 2 \times A_{[DPC]})$

$$V_{[ABCDH]} = 2 \times V_{[HDPC]} = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}^3$$

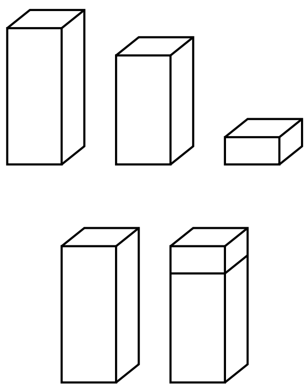
Como o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDH]$ têm a mesma base e a mesma altura, o volume do paralelepípedo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times V_{[ABCDH]} = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª chamada

38. Como as bases dos três modelos é igual e como o volume do modelo maior é igual à soma dos volumes dos dois modelos menores, então a soma das alturas dos dois modelos menores é igual à altura do modelo maior.

Assim, o gasto adicional de 50 cm^2 para forrar os dois modelos menores é justificado pela área adicional de duas bases quadradas (uma base da do sólido menor e outra do sólido intermédio).



Assim, podemos calcular a área das bases dos sólidos, A_B, dividindo a área em excesso por 2:

$$A_B = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

E como as bases são quadrados a medida da aresta da base dos modelos, a, em centímetros é

$$a = \sqrt{A_B} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

39. Os triângulos $[AED]$ e $[EBC]$ têm alturas iguais (como $\overline{EB} = \overline{DC}$ e $[ABCD]$ é um trapézio retângulo então $\overline{ED} = \overline{BC}$), e a base do triângulo $[EBC]$ é o dobro da base do triângulo $[AED]$, porque se $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ então $\overline{AB} = 3 \times \overline{AE} = \overline{AE} + 2 \times \overline{AE} = \overline{AE} + \overline{ED}$, logo $\overline{ED} = 2 \times \overline{AE}$

E assim, temos que a área do triângulo $[EBC]$ é o dobro da área do triângulo $[AED]$:

$$A_{[EBC]} = 2 \times A_{[AED]}$$

Como os triângulos $[EBC]$ e $[ECD]$ têm a mesma área, temos que a área do trapézio $[ABCD]$, $A_{[ABCD]}$, pode ser escrita como

$$A_{[ABCD]} = A_{[AED]} + A_{[EBC]} + A_{[ECD]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} = 5 \times A_{[AED]}$$

Como a área do trapézio $[ABCD]$ é 20 cm^2, vem que

$$A_{[ABCD]} = 20 \Leftrightarrow 5 \times A_{[AED]} = 20 \Leftrightarrow A_{[AED]} = \frac{20}{5} \Leftrightarrow A_{[AED]} = 4 \text{ cm}^2$$

E assim, a área sombreada A_S é

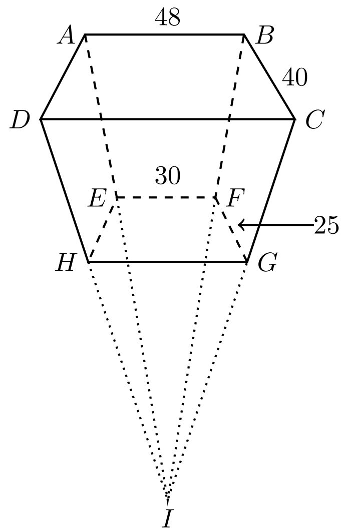
$$A_S = A_{[AED]} + A_{[EBC]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[EAD]} = 3 \times A_{[AED]} = 3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

40. Calculando a altura da pirâmide $[EFGHI]$, h, representada a tracejado, como a diferença da altura da pirâmide $[ABCDI]$ e da altura do tronco de pirâmide, temos:

$$h = 80 - 30 = 50 \text{ cm}$$



E assim o volume da pirâmide $[EFGHI]$ é

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 30 \times 25 \times 50 = 12\,500 \text{ cm}^3$$

E o volume da pirâmide $[ABCDI]$ é:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times alt = \frac{1}{3} \times 48 \times 40 \times 80 = 51\,200 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides:

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 51\,200 - 12\,500 = 38\,700 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 2.ª chamada

41. Como a base do prisma $[ABCDEFGH]$ é um quadrado, o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB}^2 \times \overline{BF} = 13^2 \times 19 = 3\,211 \text{ cm}^3$$

Como a base da pirâmide $[EFGHI]$ tem a área igual à base do prisma, o volume da pirâmide é

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 13^2 \times 6 = 338 \text{ cm}^3$$

E o volume do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do prisma e da pirâmide, pelo que o Volume do sólido é

$$V_S = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHI]} = 3\,211 + 338 = 3\,549 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2010, 1.ª chamada

42. Como o volume do paralelepípedo é dado por

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{AE}$$

substituindo os valores conhecidos, podemos calcular a medida de $\overline{AE}$ em mestro:

$$0{,}24 = 1{,}2 \times 0{,}5 \times \overline{AE} \Leftrightarrow 0{,}24 = 0{,}6 \times \overline{AE} \Leftrightarrow \frac{0{,}24}{0{,}6} = \overline{AE} \Leftrightarrow \overline{AE} = 0{,}4 \text{ m}$$

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

43. Como $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ e E e F são pontos médios de $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente, então vem que

$$\overline{EB} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

E assim, calculando a área do triângulo $[BEF]$, vem

$$A_{[BEF]} = \frac{\overline{EB} \times \overline{BF}}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$

Observando que os triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$ são congruentes, podemos calcular a área da região sombreada como a diferença entre as áreas do quadrado $[ABCD]$ e dos triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$:

$$A_{[AEFCGH]} = A_{[ABCD]} - 2 \times A_{[EBF]} = 10 \times 10 - 2 \times \frac{25}{2} = 100 - 25 = 75$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 03.02.2010

44. O volume, em centímetros cúbicos, da parte de cimento (V) da floreira pode ser obtido como a diferença dos volumes do cubo e do o prisma quadrangular:

$$V = V_{cubo} - V_{prisma} = \overline{AB}^3 - \overline{EF}^2 \times \overline{GO} = 50^3 - 40^2 \times 50 = 125\,000 - 80\,000 = 45\,000 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

45. Como $\overline{DA} = \overline{DC} = 2$ m, então temos que a área da base da pirâmide $[ACDH]$, é

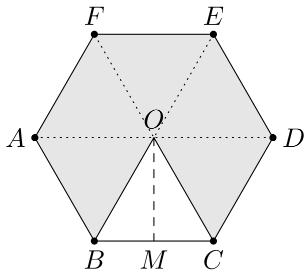
$$A_{[ACD]} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ m}^2$$

Como a altura $\overline{DH} = 5$m, então calculando o volume da pirâmide $[ACDH]$, e arredindando o resultado às décimas, vem

$$V_{[ACDH]} = \frac{1}{3} \times A_{[ACD]} \times \overline{DH} = \frac{1}{3} \times 2 \times 5 = \frac{10}{3} \approx 3{,}3 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 1.ª chamada

46. Como o hexágono $[ABCDEF]$ é a base de um prisma regular, é um héxagono regular, pelo que pode ser dividido em 6 triângulos congruentes, e assim, a sua área pode ser calculada como 6 vezes a área do triângulo $[BCO]$, do qual são conhecidas as medidas da base e da altura



$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[BCO]} = 6 \times \frac{\overline{BC} \times \overline{OM}}{2} = 6 \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ m}^2$$

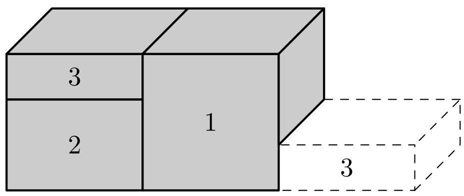
E assim, podemos determinar a capacidade da piscina, em metros cúbicos, calculando o volume do prisma. Arredondando o resultado às décimas, vem

$$V_{[ABCDEFGHIJKL]} = A_{[ABCDEF]} \times \overline{BH} = 6\sqrt{3} \times 1{,}5 \approx 15{,}6 \text{ m}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2009

47.

47.1. Como todos os prismas têm a base quadrangular cuja área é 2, considerando o prisma referente ao primeiro lugar em conjunto com o prisma referente ao segundo lugar, a altura dos dois prisma, relativamente à altura do prisma referente ao primeiro lugar, será:



$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Ou seja, o volume dos dois prismas menores (considerados em conjunto) é igual ao volume do prisma maior.

Como o volume total do pódio é 15, então o volume do prisma maior (V_1) é

$$V_1 = \frac{15}{2}$$

E o volume do prisma referente ao 2.º lugar (V_2) é $\frac{2}{3}$ do volume do prisma maior, porque a área das bases é igual, ou seja

$$V_2 = \frac{2}{3} \times V_1 = \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{15}{3} = 5$$

47.2. Como o volume (V) de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base (A_b) pela altura (h), temos

$$V = A_b \times h$$

Como, todos os prismas têm área da base igual a 2, ou seja $A_b = 2$, temos que

$$V = A_b \times h \Leftrightarrow V = 2 \times h \Leftrightarrow \frac{V}{h} = 2$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

48. A área da região sombreada pode ser calculada como a diferença das áreas do quadrado $[ACDF]$ e do triângulo $[ABE]$

Como a medida do lado do quadrado $[ACDF]$ é 4, a área do quadrado é

$$A_{[ACDF]} = 4^2 = 16$$

Como B é o ponto médio do segmento de reta $[AC]$, e $\overline{AC} = 4$, então $\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{4}{2} = 2$,e a altura do triângulo $[ABE]$ é igual a $\overline{AF} = 2$, pelo que a área do triângulo é

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AF}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

E assim, a área sombreada (A_S) é

$$A_S = A_{[ACDF]} - A_{[ABE]} = 16 - 4 = 12$$

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

49. Calculando a área da base do prisma, ou seja do triângulo ABE, temos que:

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BE}}{2} = \frac{300 \times 42}{2} = 6300 \text{ cm}^3$$

E assim, considerando a aresta $[BC]$ como a altura do prisma e calculando o volume do prisma, em centímetros cúbicos, vem:

$$V_{[ABCDEF]} = A_{[ABE]} \times \overline{BC} = 6300 \times 250 = 1\,575\,000 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 2.ª chamada

50. Como $\overline{EF} = 3$ cm e a pirâmide $[EFGHI]$ tem altura 5 cm, o volume da pirâmide é:

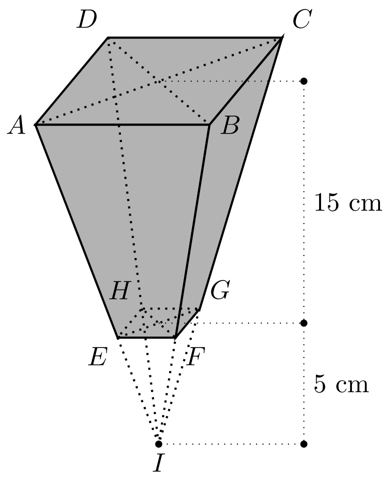
$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^3$$

Como $\overline{AB} = 12$ cm e a pirâmide $[ABCDI]$ tem altura $15 + 5 = 20$ cm, então o seu volume é:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times alt = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 20 = 960 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 960 - 15 = 945 \text{ cm}^3$$



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª chamada

51. Começamos por determinar a altura da pirâmide $[EFGHI]$, verificando que o triângulo $[JKI]$ é retângulo em K, pelo que, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que:

$$\overline{IK}^2 + \overline{KJ}^2 = \overline{IJ}^2$$

Como $\overline{KJ} = \frac{\overline{AD}}{2} = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6$ m, substituindo os valores conhecidos na equação anterior, vem que:

$$\overline{IK}^2 + 0{,}6^2 = 1^2 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 + 0{,}36 = 1 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 1 - 0{,}36 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 0{,}64 \underset{\overline{IK}>0}{\Rightarrow} \overline{IK} = \sqrt{0{,}64}$$

Assim temos que $\overline{IK} = 0{,}8$

Podemos agora determinar o volume da pirâmide:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times \overline{IK} = \frac{1}{3} \times 1{,}2^2 \times 0{,}8 = 0{,}384 \text{ m}^3$$

Determinando o volume do prisma, vem que:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{DA} \times \overline{AB} \times \overline{DH} = 1{,}2 \times 1{,}2 \times 1{,}7 = 2{,}448 \text{ m}^3$$

Logo, podemos determinar o volume total do sólido, V_T, como a soma dos volumes do pirâmide e do prisma:

$$V_T = V_{[EFGHI]} + V_{[ABCDEFGH]} = 0{,}384 + 2{,}448 = 2{,}832 \text{ m}^3$$

Teste Intermédio 9.º ano – 07.05.2008

52. Como o cubo e a pirâmide têm a mesma base e a mesma altura, o volume do cubo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times V_{[ABCDP]} = 3 \times 9 = 27 \text{ cm}^3$$

E assim, podemos calcular o comprimento, a, da aresta do cubo, em centímetros:

$$a^3 = 27 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{27} \Leftrightarrow a = 3 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 1.ª chamada

53. Podemos determinar o volume da piscina, em metros cúbicos, como a diferença dos volumes do paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ e do prisma triangular $[IELJFK]$

Como $\overline{AD} = \overline{BC} = 20$ m, $\overline{DC} = \overline{HG} = 10$ m e $\overline{DH} = \overline{CG} = 2$ m, temos que, o volume do paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$ é:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AD} \times \overline{DC} \times \overline{DH} = 20 \times 10 \times 2 = 400 \text{ m}^3$$

Como a altura do prisma triangular é $\overline{EF} = \overline{HG} = 10$ m, $\overline{EL} = \overline{EH} - \overline{LH} = 20 - 10 = 10$ m e $\overline{EI} = \overline{EA} - \overline{IA} = 2 - 0{,}6 = 1{,}4$ m, temos que, o volume do prisma triangular $[IELJFK]$ é:

$$V_{[IELJFK]} = A_{[EIL]} \times \overline{EF} = \frac{\overline{EL} \times \overline{EI}}{2} \times \overline{EF} = \frac{10 \times 1{,}4}{2} \times 10 = \frac{14}{2} \times 10 = 7 \times 10 = 70 \text{ m}^3$$

Desta forma, vem que o volume da piscina, em metros cúbicos, é:

$$V = 400 - 70 = 330 \text{ m}^3$$

Logo, fazendo a conversão para litros, de acordo com a igualdade indicada, temos que o volume da piscina, em litros, é:

$$V = 330 \times 1000 = 330\,000 \text{ litros}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª Chamada

54. Podemos determinar o volume do sólido representado a sombreado como a diferença dos volumes dos dois cones representados - de alturas respetivamente iguais a 6 metros e a 2 metros.

Calculando os volumes temos:

- Cone com 6 metros de altura: $V_6 = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \times 6 = \frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}8^2 \times 6 \approx 20{,}36 \text{ m}^3$
- Cone com 2 metros de altura: $V_2 = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \times 2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 0{,}6^2 \times 2 \approx 0{,}75 \text{ m}^3$

E assim, o volume do sólido que serviu de base à construção do *vulcão de água*, em metros cúbicos, arredondado às unidades, é de:

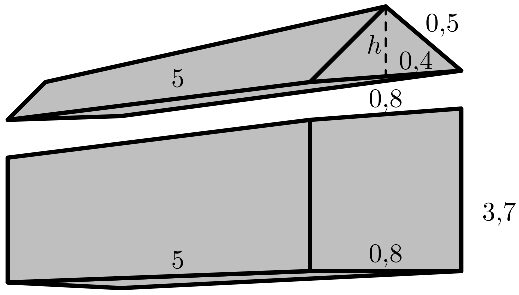
$$V = V_6 - V_2 \approx 20{,}36 - 0{,}75 \approx 20 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 1.ª Chamada

55. Podemos determinar o volume do espigueiro como a soma dos volumes de um prisma retangular e de um prisma triangular.

Desta forma, temos que o volume do prisma retangular, em metros cúbicos, é:

$$V_{\text{PR}} = 5 \times 0{,}8 \times 3{,}7 = 14{,}8 \text{ m}^3$$



Para calcular o volume do prisma triangular, devemos calcular previamente a área da base.
Como a base é um triângulo isósceles, podemos calcular a altura (h), decompondo o triângulo isósceles em dois triângulos retângulos, cujo comprimento da hipotenusa é 0,5 m e de um dos catetos é 0,4 m.
Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

$$h^2 + 0{,}4^2 = 0{,}5^2 \Leftrightarrow h^2 + 0{,}16 = 0{,}25 \Leftrightarrow h^2 = 0{,}25 - 0{,}16 \Leftrightarrow h^2 = 0{,}09 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{0{,}09} \Leftrightarrow h = 0{,}3$$

Desta forma, temos que o volume do prisma triangular, em metros cúbicos, é:

$$V_{\text{PT}} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \frac{0{,}8 \times 0{,}3}{2} \times 5 = 0{,}6 \text{ m}^3$$

Pelo que o volume do espigueiro, em metros cúbicos, é:

$$V_{\text{espigueiro}} = V_{\text{PR}} + V_{\text{PT}} = 14{,}8 + 0{,}6 = 15{,}4 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 2.ª Chamada

56. Designa por r o raio de cada uma das esferas, temos que:

- o volume de cada esfera é: $V_E = \dfrac{4}{3}\pi r^3$
- o volume das três esferas é: $3 \times V_E = 3 \times \dfrac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^3$
- a medida do raio da base do cilindro é r, e a altura é o triplo do diâmetro, ou seja, $h = 3 \times 2 \times r = 6r$
- o volume do cilindro é: $V_C = A_{\text{Base}} \times h = \pi r^2 \times 6r = 6\pi r^3$
- o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é a diferença do volume do cilindro e das três esferas, ou seja: $V = V_C - 3 \times V_E = 6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$

E, desta forma podemos concluir que:

$$V = 2\pi r^3 = \frac{4\pi r^3}{2} = \frac{3 \times V_E}{2}$$

Ou seja, o volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 1.ª chamada

57. Como a tenda tem a forma de um prisma triangular, calculando o seu volume, em metros cúbicos, e arredondado o resultado às décimas, vem que:

$$V_{\text{PT}} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \frac{1{,}8 \times 1{,}6}{2} \times 2{,}3 \approx 3{,}3 \text{ m}^3$$

Prova de Aferição – 2003