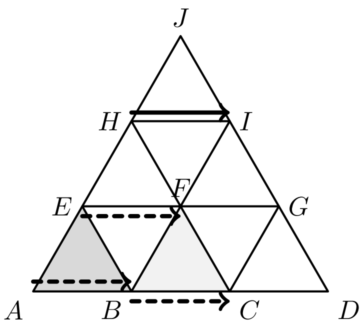
# Isometrias (8.º ano)

## Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Observando que $\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que a imagem do triângulo $[ABE]$, pela translação de vetor $\overrightarrow{HI}$, é o triângulo $[BCF]$

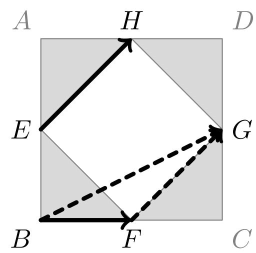
   Resposta: **Opção A**




Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

2. Observando que $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{BG}$$

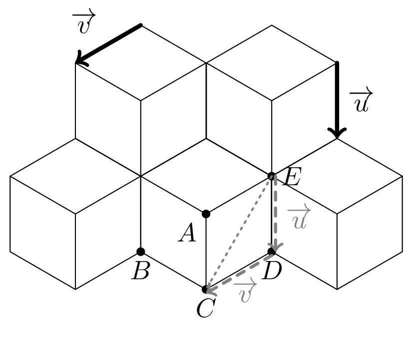



Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª chamada

3. Observando que $[ACDE]$ é um losango, também é um paralelogramo e como os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ podem ser representados sobre lados desse paralelogramo, usando a regra do paralelogramo para a soma de vetores, temos que:

$$E + (\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = C$$

   Resposta: **Opção C**

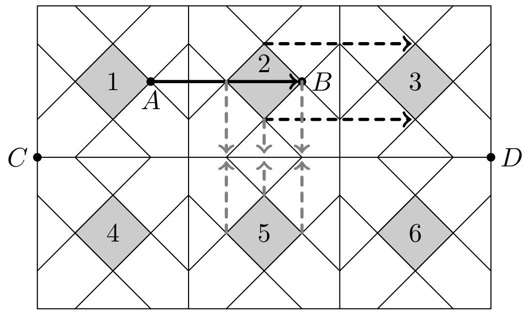



Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª chamada

4. Temos que:
   - a reflexão do quadrado 5 relativamente ao eixo $CD$ é o quadrado 2
   - a translação do quadrado 2 associada ao vetor $\overrightarrow{AB}$ é o quadrado 3

   Assim, a imagem do quadrado 5 pela reflexão deslizante de eixo $CD$ e vetor $\overrightarrow{AB}$, é o quadrado 3

   Resposta: **Opção B**

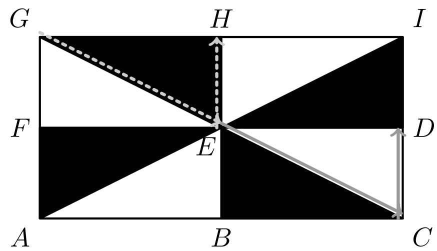



Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

5. Como $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{EC}$ e $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{CD}$, temos que:
   - $T_{\overrightarrow{GE}}(E) = T_{\overrightarrow{EC}}(E) = E + \overrightarrow{EC} = C$
   - $T_{\overrightarrow{EH}}(C) = T_{\overrightarrow{CD}}(C) = C + \overrightarrow{CD} = D$

   Assim, temos que:
   $$T_{\overrightarrow{EH}}\left(T_{\overrightarrow{GE}}(E)\right) = T_{\overrightarrow{EH}}(C) = D$$

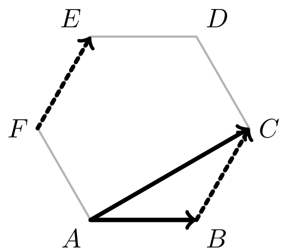
   Ou seja a imagem do ponto $E$ pela translação composta $T_{\overrightarrow{GE}}$ com $T_{\overrightarrow{EH}}$ é o ponto $D$




Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª chamada

6. Observando que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BC}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:
   $$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

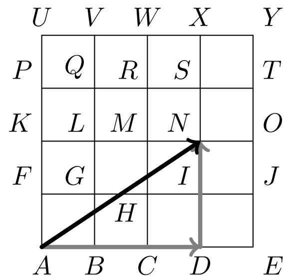
   Resposta: **Opção D**




Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª chamada

7.

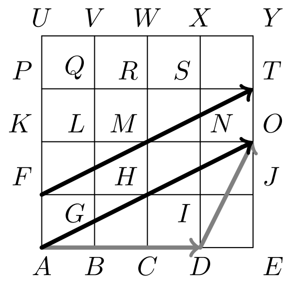
7.1. Em cada linha temos que:




**(1)** Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DN}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{AN}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(E)** na linha **(1)**



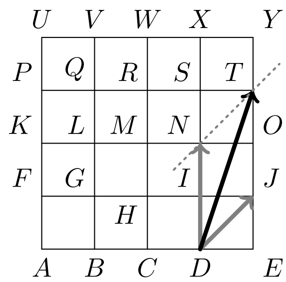

**(2)** Identificando os vetores $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{DO}$ podemos observar que:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

E que:

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{FT}$$

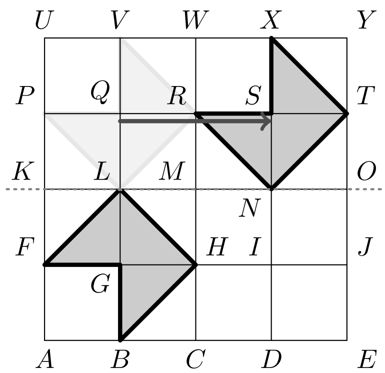
pelo que deve ser assinalada a coluna **(D)** na linha **(2)**




**(3)** Identificando os vetores $\overrightarrow{DN}$ e $\overrightarrow{DJ}$ e usando a regra do paralelogramo para fazer a soma, podemos observar que:

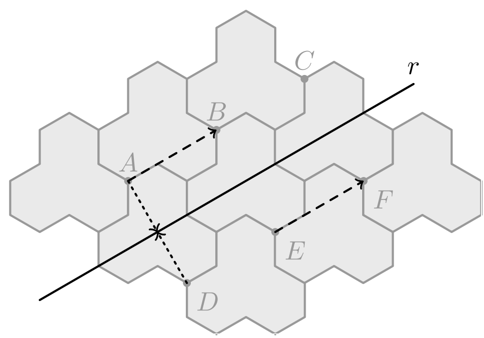
$$\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DT}$$

pelo que deve ser assinalada a coluna **(B)** na linha **(3)**




7.2. Considerando a reflexão do pentágono $[BHLFG]$ de eixo $KO$ e depois a translação do pentágono transformado pelo vetor $\overrightarrow{QS}$, obtemos o pentágono $[NTXSR]$, pelo que a isometria que transforma $[BHLFG]$ em $[NTXSR]$ é a reflexão deslizante de eixo $KO$ e vetor $\overrightarrow{QS}$

Resposta: **Opção C**




8. Temos que:

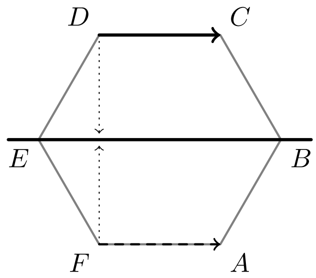
- a reflexão do ponto $D$ relativamente ao eixo $r$ é o ponto $A$
- a translação do ponto $A$ associada ao vetor $\overrightarrow{EF}$ é o ponto $B$

Assim, a imagem do ponto $D$ pela reflexão deslizante de eixo $r$ e vetor $\overrightarrow{EF}$, é o ponto $B$

9. Temos que:
    - a reflexão do ponto $F$ relativamente ao eixo $EB$ é o ponto $D$
    - a translação do ponto $D$ associada ao vetor $\overrightarrow{FA}$ é o ponto $C$

   Assim, a imagem do ponto $F$ pela reflexão deslizante de eixo $EB$ e vetor $\overrightarrow{FA}$, é o ponto $C$

   Resposta: **Opção C**




Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2ª chamada

10. Como um hexágono regular tem os lados opostos paralelos e com o mesmo comprimento, então as diagonais $[QS]$ e $[PT]$ também são paralelas e com o mesmo comprimento, pelo que:

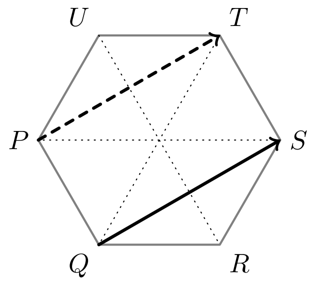
$$\overrightarrow{QS} = \overrightarrow{PT}$$

   E assim, vem que:

$$P + \overrightarrow{QS} = P + \overrightarrow{PT} = P$$

   Ou seja, a imagem do ponto $P$ pelo translação associada ao vetor $\overrightarrow{QS}$ é o ponto $T$ (como se pretende ilustrar na figura ao lado).

   Resposta: **Opção D**



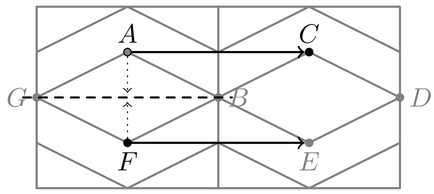

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª chamada

11. Como a reflexão do ponto $F$ e eixo $GB$ é o ponto $A$

   E a imagem do ponto $A$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{FE}$, ou seja, ao vetor $\overrightarrow{AC}$, é o ponto C

   então, a reflexão deslizante de eixo $GB$ e vetor $\overrightarrow{FE}$ é:

   o ponto $C$



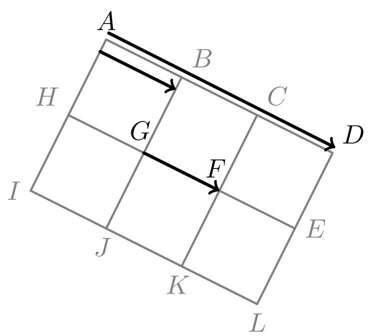

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

12.

   12.1. Como $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$, então $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$

   E assim, temos que a imagem do ponto $G$ pela translação associada ao vetor $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, ou seja, ao vetor $\overrightarrow{AB}$, é:

   o ponto $F$

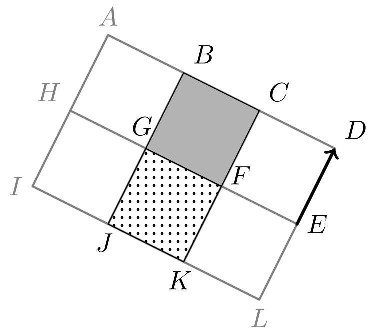


12.2. Como podemos observar que:

- $G + \overrightarrow{ED} = B$
- $F + \overrightarrow{ED} = C$
- $K + \overrightarrow{ED} = F$
- $J + \overrightarrow{ED} = G$

Logo, o transformado do quadrado $[GFKJ]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{ED}$ é o quadrado $[BCFG]$

Resposta: **Opção D**




Prova de Aferição 8.º ano - 2016

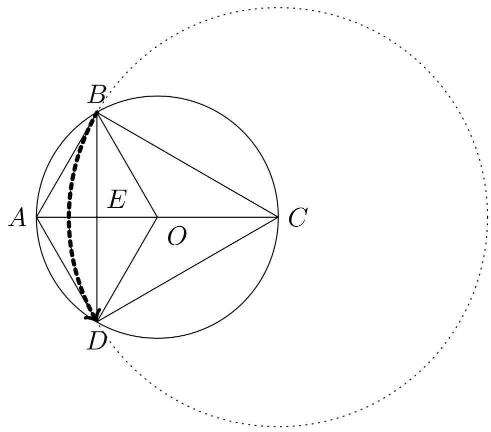
13. Como $B\hat{A}D = E\hat{A}B + E\hat{A}D = 60 + 60 = 120°$ (porque os triângulos $OAB$ e $OAD$ são equiláteros), a rotação de centro $A$, que transforma o ponto $B$ no ponto $D$ tem amplitude 120° (no sentido negativo).

Relativamente à rotação de centro no ponto $O$, pela mesma razão a amplitude da rotação também tem amplitude de 120°

Como o ponto $E$ é o ponto médio do segmento de reta $[AD]$ a rotação de centro $E$, que transforma o ponto $B$ no ponto $D$ tem amplitude 180°

Como o triângulo $[CBD]$ também é equilátero, a rotação de centro $C$, que transforma o ponto $B$ no ponto $D$ tem amplitude 60°

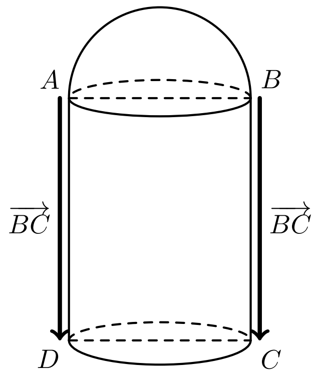
Resposta: **Opção C**




Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

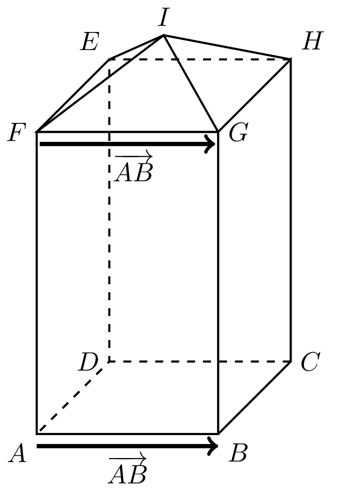
14. A translação associada ao vetor $\overrightarrow{BC}$ transforma o ponto $B$ no ponto $C$, pelo que, da mesma forma, transforma o ponto $A$ no ponto $D$

Resposta: **Opção D**




Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª chamada

15. A translação do ponto $F$ pelo vetor $\overrightarrow{AB}$ é o ponto $G$

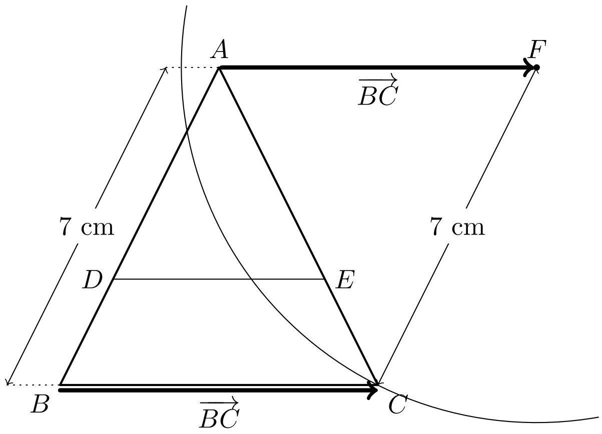



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

16. Os triângulos $[ABC]$ e $[AFC]$ são congruentes, porque $\overline{AF} = \overline{BC}$, $[AC]$ é um lado comum, e os ângulos $ACB$ e $CAF$ são iguais (porque são ângulos alternos internos).

    Assim, temos que os lados $[FC]$ e $[AB]$ são lados correspondentes, e por isso $\overline{FC} = \overline{AB} = 7$

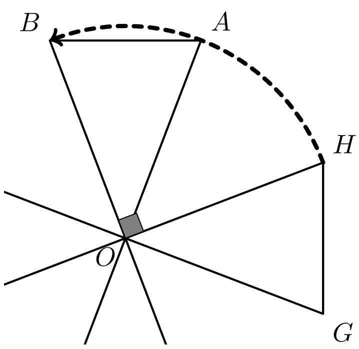
    Logo o raio da circunferência de centro em $F$ e que contém o ponto $C$ tem comprimento 7 cm.




Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

17. Uma rotação de 90° (no sentido positivo), de centro em $O$, transforma o ponto $H$ no ponto $B$

    Resposta: **Opção B**




Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014

18. Como o ponto $C$ é uma reflexão do ponto $A$ relativamente ao eixo $Ox0$ tem a mesma abcissa e ordenada simétrica, ou seja, as coordenadas do ponto $C$ são $C(8, -6)$

Relativamente ao triângulo $[OAC]$ temos que $\overline{AC} = 6 + 6 = 12$ e que $\overline{OA} = \overline{OC}$, e podemos determinar $\overline{OA}$ recorrendo ao Teorema de Pitágoras, considerando o triângulo retângulo $[OAD]$, em que $D$ é a projeção ortogonal do ponto $A$ no eixo $Ox$:

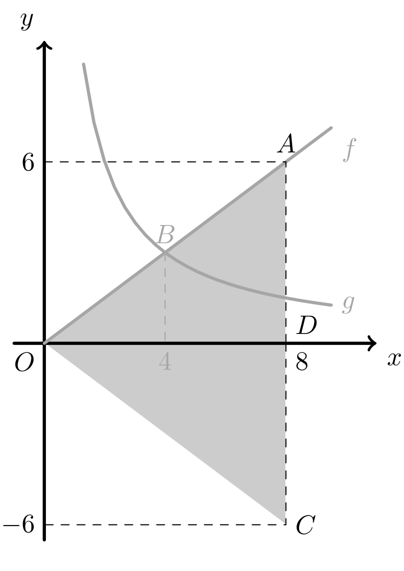
$$\overline{OA}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 100 \underset{\overline{OA}>0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{OA} = 10$$

E assim, temos que o perímetro do triângulo $[OAC]$ é:

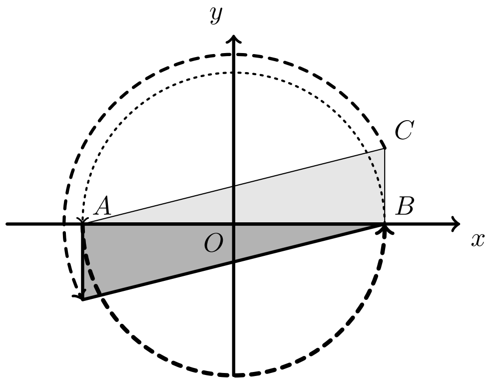
$$P_{[OAC]} = \overline{AC} + 2\overline{OA} = 12 + 2 \times 10 = 12 + 20 = 32$$




Teste intermédio 9.º ano - 12.04.2013

19. Considerando a rotação de cada ponto, podemos construir o triângulo o transformado do triângulo $[ABC]$ por meio da rotação de centro no ponto $O$ e amplitude 180° e verificar que é o triângulo representado na opção (C)

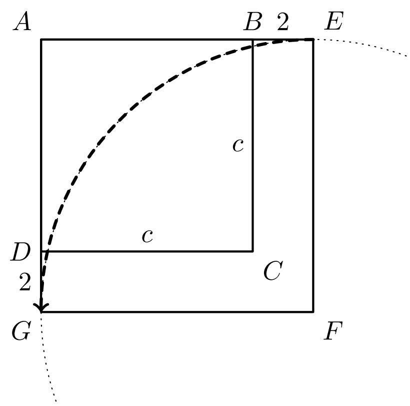
Resposta: **Opção C**




Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 2.ª chamada

20. Como $[AGFE]$ é um quadrado, uma rotação de 90°, de centro no ponto $F$ transforma o ponto $E$ no

ponto $G$



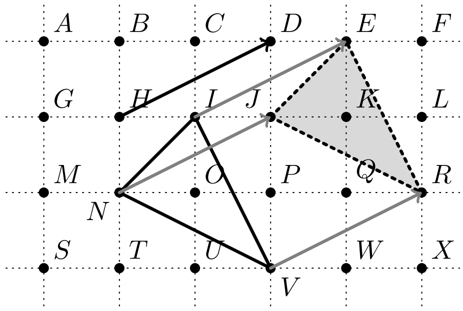

Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 1.ª chamada

21.

21.1. Identificando o vetor $\overrightarrow{HD}$ como o vetor associado à translação que transforma o ponto $H$ no ponto $D$, $H + \overrightarrow{HD} = D$, temos que

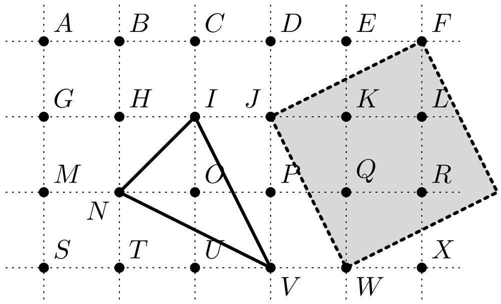
- $N + \overrightarrow{HD} = J$
- $I + \overrightarrow{HD} = E$
- $V + \overrightarrow{HD} = R$

Logo, o transformado do triângulo $[NIV]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{HD}$ é o triângulo $[JER]$




21.2. Considerando os dois quadrados de lado $JF$, o único que tem como outro vértice um dos pontos assinalados (representado na figura ao lado) é o quadrado com vértice no ponto $W$

Resposta: **Opção C**

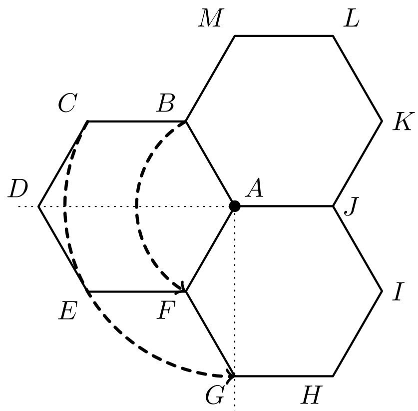



Teste intermédio 8.º ano - 29.02.2012

22. Como os ângulos internos de um hexágono regular têm 120° de amplitude, o transformado do ponto $B$ por uma rotação de centro em $A$ e amplitude 120° é o ponto $F$

Traçando retas perpendiculares pelo ponto $A$ podemos observar que o ângulo $DAG$ é reto, e que o ângulo $CAD$ tem amplitude de 30°, pelo que o ângulo $CAG$ tem amplitude de 120°, ou seja, o transformado do ponto $C$ por uma rotação de centro em $A$ e amplitude 120° é o ponto $G$

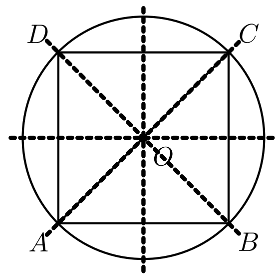
Assim, o transformado do segmento $[BC]$ por uma rotação de centro em $A$ e amplitude 120° é o segmento $[FG]$




Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, Ép. especial

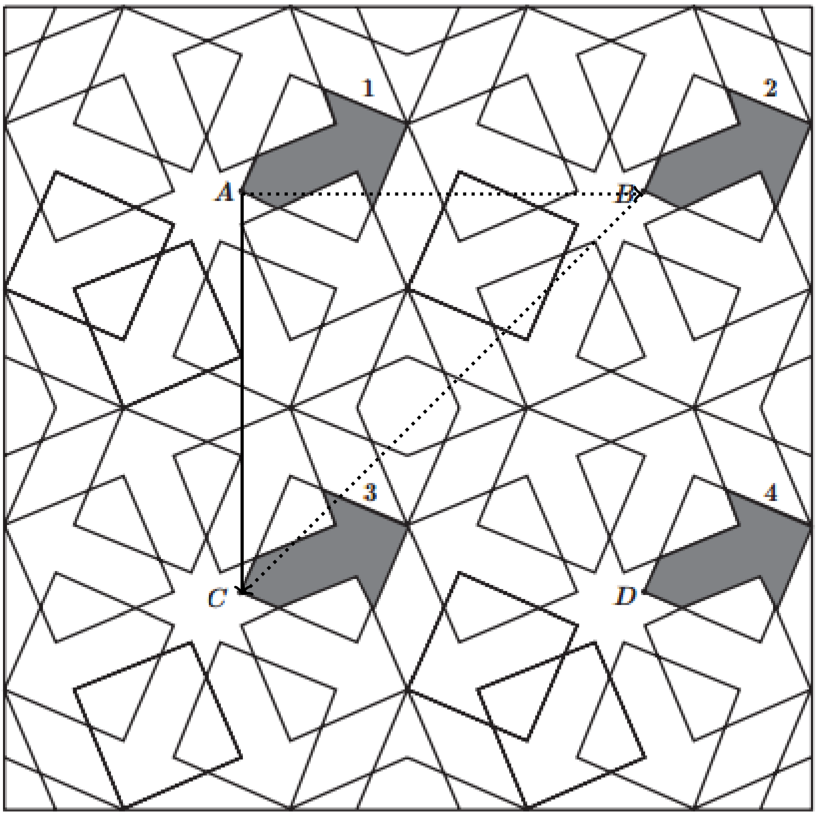
23. Desenhando sobre o quadrado as duas diagonais e as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 4 eixos de simetria do quadrado.

Resposta: **Opção C**




Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

24. Como o polígono 3 pode ser obtido como imagem do polígono 1 por meio da translação associada ao vetor $\overrightarrow{AC}$, e temos que




- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

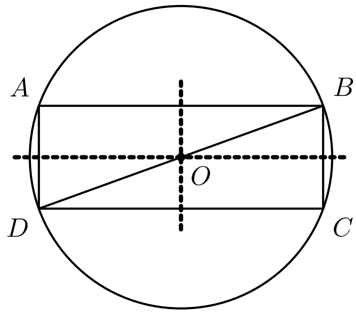
Temos que é o translação associada ao vetor $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ que transforma o polígono 1 no polígono 3

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

25. Desenhando sobre o retângulo as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar os 2 eixos de simetria do retângulo (as diagonais não são eixos de simetria).

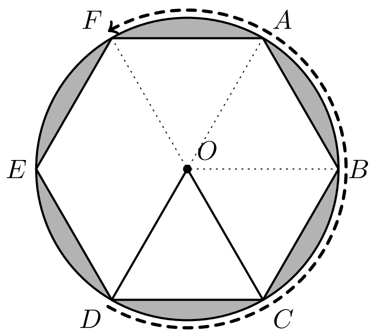
    Logo, o retângulo $[ABCD]$ tem 2 eixos de simetria




Exame Nacional 3.º Ciclo – 2010, 1.ª chamada

26. Como os ângulos internos de um triângulo equilátero têm amplitude 60°, uma rotação de de amplitude 240° corresponde a 4 ângulos internos de triângulos equiláteros ($4 \times 60 = 240°$).

    Assim, temos que o transformado do ponto $D$ pela rotação de centro no ponto $O$ e de amplitude 240° é o ponto $F$ (como se pode observar na figura ao lado).




Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2010

27. As rotações de centro em $O$ e amplitudes $180°$ ou $-180°$ transformam o quadrado $[OHDE]$ no quadrado $[OFBG]$, assim como a simetria axial de eixo $AC$

    O transformado do quadrado $[OHDE]$ simetria axial de eixo $DB$ é o próprio quadrado $[OHDE]$, porque a diagonal $[OD]$ é um eixo de simetria do quadrado.

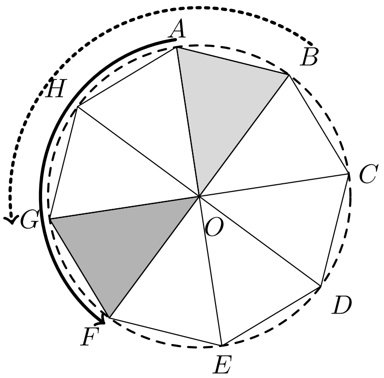
    Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

28. Como $[ABCDEFGH]$ é um octógono regular, pode ser dividido em 8 triângulos isósceles congruentes, cujos ângulos menores têm amplitude $\frac{360}{8} = 45°$

    Assim, como $\frac{135}{45} = 3$, o transformado do triângulo $[AOB]$ pela rotação de centro no ponto $O$ e de amplitude $135°$ é o triângulo $[GOF]$ (como se pode observar na figura ao lado).

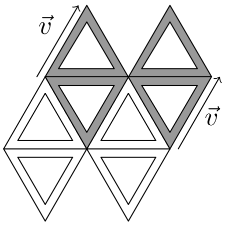
    Resposta: **Opção D**




Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 1.ª chamada

29. Considerando a figura e a translação da mesma associada, ao vetor $\vec{v}$ (representada na figura ao lado a sombreado) podemos observar a representação conjunta das duas, ou seja, a figura da primeira opção.

    Resposta: **Opção A**

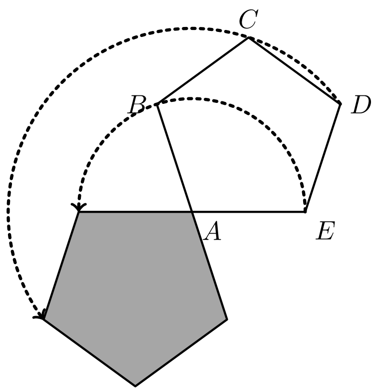



Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2009

30. Como se pretende que o pentágono sombreado seja a imagem do pentágono $[ABCDE]$ obtida por meio de uma rotação de centro no ponto $A$, o ponto $A$ permanece inalterado, pelo que as opções (A) e (D) não estão corretas.

    Traçando semicircunferências de centro no ponto $A$ (como na figura ao lado) podemos verificar que na opção (C) o pentágono sombreado é a imagem do pentágono $[ABCDE]$ obtida por meio de uma rotação de centro no ponto $A$ e amplitude $180°$

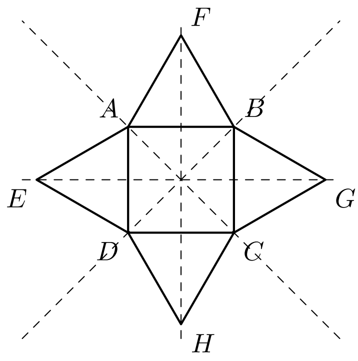
    Resposta: **Opção C**




Teste Intermédio 9.º ano – 07.05.2008

31. Desenhando sobre o quadrado as duas diagonais e as duas perpendiculares aos lados pelos pontos médios podemos visualizar todos os eixos de simetria do quadrado.

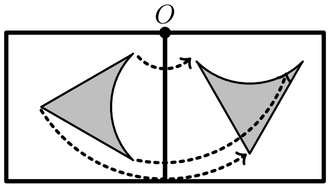
    Logo, a figura tem quatro eixos de simetria.




Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 2.ª chamada

32. Construindo o transformado da figura da esquerda por meio de uma rotação, com centro no ponto de $O$, amplitude 90° (como na figura ao lado), podemos observar que corresponde à figura da direita na opção (B).

    Resposta: **Opção B**




Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 2.ª chamada

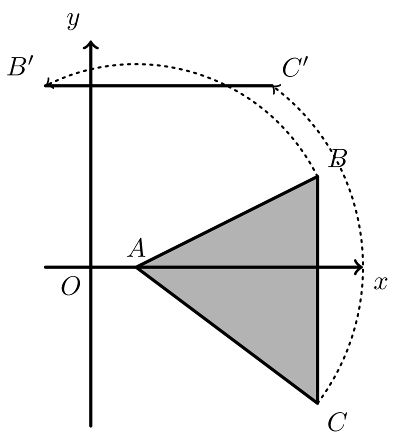
33. As opções (A), (C) e (D) representam translações da figura, segundo um vetor com direção perpendicular à reta $r$

    Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 1.ª chamada

34. Considerando o transformado do segmento de reta $[BC]$ obtido por meio de uma rotação de centro em $A$ e amplitude 90°, obtemos o segmento de reta $[B'C']$ paralelo ao eixo dos $xx$ (como se pode observar na figura ao lado).

    Resposta: **Opção A**



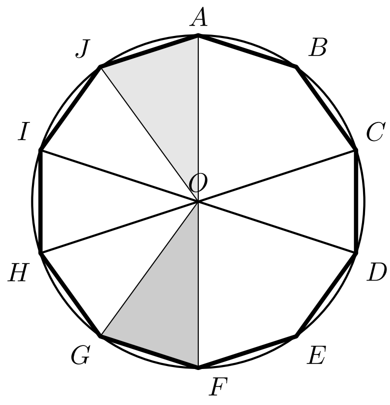

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2005, 2.ª chamada

35. Como $[ABCDEFGHIJ]$ é um decágono regular, pode ser dividido em 10 triângulos isósceles congruentes, cujos ângulos menores têm amplitude $\frac{360}{10} = 36°$

Assim, como $\frac{144}{36} = 4$, o transformado do ponto $A$ pela rotação de centro em $O$ e de amplitude 144° é o

ponto $G$

(como se pode observar na figura ao lado).

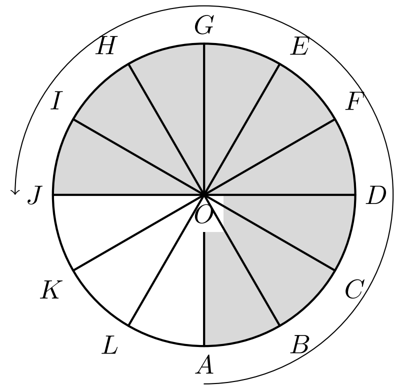



Exame Nacional 3.º Ciclo – 2005, 1.ª chamada

36. Ao fim de cada volta completa cada cadeira volta à sua posição inicial, pelo que ao fim de duas voltas completas a cadeira da Rita está novamente na posição $A$

Assim, após completar os restantes $\frac{3}{4}$ de volta a cadeira da Rita estará na posição assinalada com a

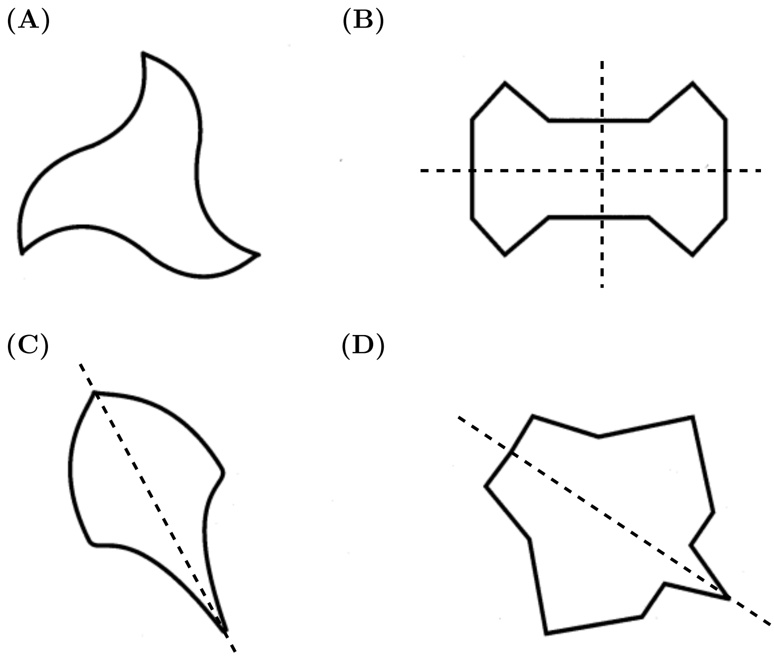
letra $J$




Prova de Aferição – 2004

37. Podemos identificar eixos de simetria nas figuras das opções (B), (C) e (D) (assinalados na figura ao lado), pelo que a figura que não tem qualquer eixos de simetria é a figura da opção (A).

Resposta: **Opção A**




Prova de Aferição – 2004

38. O friso da opção (B) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

    O friso da opção (C) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 90° no sentido dos ponteiros do relógio.

    O friso da opção (D) pode ser obtido por translações sucessivas do azulejo após uma rotação de 180°.

    Pelo que o friso da opção (A) é o único que não pode ser construído com 3 destes azulejos.

    Resposta: **Opção A**

Prova de Aferição – 2003