

MATEMÁTICA - 3º ciclo
Circunferência - ângulos e arcos (9º ano)
Propostas de resolução

Exercícios de provas nacionais e testes intermédios

1. Como o ângulo CBA é o ângulo inscrito relativo ao arco CA , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do arco, ou seja:

$$\widehat{CA} = 2 \times \widehat{CBA} = 2 \times 85 = 170^\circ$$

Temos ainda que:

$$\widehat{BC} + \widehat{CA} + \widehat{AB} = 360 \Leftrightarrow \widehat{BC} + 170 + 110 = 360 \Leftrightarrow \widehat{BC} = 360 - 170 - 110 \Leftrightarrow \widehat{BC} = 80^\circ$$

Desta forma, como o ângulo BAC é o ângulo inscrito relativo ao arco BC , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{80}{2} = 40^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2018, Época especial

2. Temos que:

- Como $[CD]$ é um diâmetro da circunferência, então $\widehat{CD} = 180^\circ$
- $\widehat{CA} + \widehat{AD} = \widehat{CD} \Leftrightarrow 110 + \widehat{AD} = 180 \Leftrightarrow \widehat{AD} = 180 - 110 \Leftrightarrow \widehat{AD} = 70^\circ$

Como o ângulo ACD é o ângulo inscrito relativo ao arco AD , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$\widehat{ACB} = \widehat{ACD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , e $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$ vem que:

$$\begin{aligned} \widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} &= 180 \Leftrightarrow \widehat{ABC} + 35 + 25 = 180 \Leftrightarrow \widehat{ABC} = 180 - 35 - 25 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \widehat{ABC} = 180 - 60 \Leftrightarrow \widehat{ABC} = 120^\circ \end{aligned}$$

Prova Final 3º Ciclo – 2018, 2ª chamada

3. Como o ângulo ABD é o ângulo inscrito relativo ao arco AD , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{56}{2} = 28^\circ$$

Como os ângulos OEB e BEC são ângulos suplementares e $\widehat{BEC} = 72^\circ$, temos que:

$$\widehat{OEB} + \widehat{BEC} = 180 \Leftrightarrow \widehat{OEB} + 72 = 180 \Leftrightarrow \widehat{OEB} = 180 - 72 \Leftrightarrow \widehat{OEB} = 108^\circ$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , e $\widehat{ABD} = \widehat{OBE}$ vem que:

$$\widehat{OBE} + \widehat{OEB} + \widehat{BOE} = 180 \Leftrightarrow 28 + 108 + \widehat{BOE} = 180 \Leftrightarrow \widehat{BOE} = 180 - 108 - 28 \Leftrightarrow \widehat{BOE} = 44^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2018, 1ª chamada



4. Como o trapézio é isósceles, então $\overline{BC} = \overline{AD}$, pelo que também $\widehat{BC} = \widehat{AD}$, e como $[CD]$ é um diâmetro, vem que:

$$\begin{aligned}\widehat{CD} = 180 &\Leftrightarrow \widehat{BC} + \widehat{AB} + \widehat{AD} = 180 \Leftrightarrow \widehat{BC} + 80 + \widehat{BC} = 180 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2 \times \widehat{BC} = 180 - 80 \Leftrightarrow \widehat{BC} = \frac{100}{2} \Leftrightarrow \widehat{BC} = 50^\circ\end{aligned}$$

E assim, vem que:

$$\widehat{BCD} = \widehat{BC} + \widehat{CD} = 50 + 180 = 230^\circ$$

Como o ângulo DAB é o ângulo inscrito relativo ao arco BCD , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$D\hat{A}B = \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{230}{2} = 115^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2017, Época especial

5. Como o ângulo BDA é o ângulo inscrito relativo ao arco AB , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

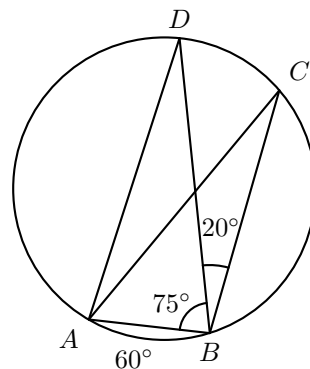
$$B\hat{D}A = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

Como, num triângulo a lados iguais se opõem ângulos com a mesma amplitude e $\overline{AD} = \overline{BD}$ então $D\hat{B}A = B\hat{A}D$, e como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , vem que:

$$\begin{aligned}D\hat{B}A + B\hat{A}D + B\hat{D}A &= 180 \Leftrightarrow D\hat{B}A + D\hat{B}A + 30 = 180 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2D\hat{B}A = 180 - 30 \Leftrightarrow D\hat{B}A = \frac{150}{2} \Leftrightarrow D\hat{B}A = 75^\circ\end{aligned}$$

Desta forma, como $C\hat{B}D = 20^\circ$, vem que:

$$A\hat{B}C = D\hat{B}A + C\hat{B}D = 75 + 20 = 95^\circ$$



Prova Final 3º Ciclo – 2017, 2ª chamada

6. Como o ângulo ACB é o ângulo inscrito relativo ao arco AB , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$A\hat{C}B = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

Assim, podemos determinar a amplitude do ângulo ABC (porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180°):

$$B\hat{A}C + A\hat{C}B + A\hat{B}C = 180 \Leftrightarrow 40 + 60 + A\hat{B}C = 180 - 40 - 60 \Leftrightarrow A\hat{B}C = 180 - 100 \Leftrightarrow A\hat{B}C = 80^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2017, 1ª chamada

7. Como o ângulo BDA é reto (porque está inscrito numa semicircunferência), então temos que:

$$B\hat{D}A = E\hat{D}A = 90^\circ$$

Assim, podemos determinar a amplitude do ângulo DAC (porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180°):

$$D\hat{A}C + A\hat{E}D + E\hat{D}A = 180 \Leftrightarrow D\hat{A}C + 70 + 90 = 180 \Leftrightarrow D\hat{A}C = 180 - 90 - 70 \Leftrightarrow D\hat{A}C = 20^\circ$$

Assim, como o ângulo DAC é o ângulo inscrito relativo ao arco DC , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo. ou seja:

$$\widehat{DC} = 2 \times D\hat{A}C \Leftrightarrow \widehat{DC} = 2 \times 20 \Leftrightarrow \widehat{DC} = 40^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2016, Época especial



8. Como $[PC]$ é um diâmetro da circunferência a amplitude do arco respetivo é 180°

Assim podemos determinar a amplitude do arco CD como a diferença de amplitudes dos arcos PC e PD :

$$\widehat{CD} = \widehat{PC} - \widehat{PD} = 180 - 110 = 70^\circ$$

Como o ângulo CPD é o ângulo inscrito relativo ao arco CD , a amplitude do ângulo é igual a metade da amplitude do arco:

$$A\hat{P}B = C\hat{P}D = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2016, 2ª fase

9. Como a reta MN é tangente à circunferência no ponto P , o raio $[OP]$ é perpendicular à reta MN

Desta forma, o triângulo $[OPM]$ é retângulo em P , ou seja $O\hat{P}M = 90^\circ$, e assim, como $O\hat{M}N = O\hat{M}P = 15^\circ$, temos que:

$$\begin{aligned} M\hat{O}P + O\hat{M}P + O\hat{P}M &= 180 \Leftrightarrow M\hat{O}P + 15 + 90 = 180 - 90 - 15 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow M\hat{O}P &= 180 - 90 - 15 \Leftrightarrow M\hat{O}P = 75^\circ \end{aligned}$$

Como o ângulo MOP é o ângulo ao centro relativo ao arco QP , a amplitude do arco é igual à amplitude do ângulo:

$$\widehat{QP} = 75^\circ$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3º Ciclo – 2016, 1ª fase

10. Sabendo que $C\hat{A}D = B\hat{A}O = 25^\circ$, e como o ângulo CAD é o ângulo inscrito relativo ao arco CB , temos que

$$\widehat{CD} = 2 \times C\hat{A}D \Leftrightarrow \widehat{CD} = 2 \times 25 \Leftrightarrow \widehat{CD} = 50^\circ$$

Como AD é o arco de uma semicircunferência, $\widehat{AD} = 180^\circ$, e assim, vem que

$$\widehat{AD} = \widehat{AC} + \widehat{CD} \Leftrightarrow 180 = \widehat{AC} + 50 \Leftrightarrow 180 - 50 = \widehat{AC} \Leftrightarrow \widehat{AC} = 130^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2015, 2ª fase

11. Como o triângulo $[ABC]$ é isósceles, $\overline{AB} = \overline{BC}$.

Como, num triângulo a lados iguais se opõem ângulos iguais, temos que $B\hat{C}A = A\hat{C}B$, e como estes são ângulos inscritos, os respetivos arcos também são iguais, ou seja $\widehat{CB} = \widehat{BA}$

Como $\widehat{AC} = 100^\circ$ e $\widehat{AC} + \widehat{CB} + \widehat{BA} = 360^\circ$, temos que

$$\widehat{AC} + \widehat{CB} + \widehat{BA} = 360 \Leftrightarrow 100 + 2 \times \widehat{CB} = 360 \Leftrightarrow 2 \times \widehat{CB} = 360 - 100 \Leftrightarrow \widehat{CB} = \frac{260}{2} \Leftrightarrow \widehat{CB} = 130$$

Como o ângulo CAB é o ângulo inscrito relativo ao arco CB , temos que $2 \times C\hat{A}B = \widehat{CB}$, pelo que

$$C\hat{A}B = \frac{\widehat{CB}}{2} \Leftrightarrow C\hat{A}B = \frac{130}{2} \Leftrightarrow C\hat{A}B = 65^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2015, 1ª fase

12. Como $[CDA]$ é um triângulo, e a reta CD é tangente à circunferência no ponto C e por isso perpendicular ao diâmetro $[CA]$, então a amplitude, em graus, do ângulo DAC , pode ser calculada como

$$D\hat{A}C + A\hat{C}D + C\hat{D}A = 180 \Leftrightarrow D\hat{A}C + 90 + 50 = 180 \Leftrightarrow D\hat{A}C = 180 - 140 \Leftrightarrow D\hat{A}C = 40^\circ$$

Como o ângulo DAC é o ângulo inscrito relativo ao arco CB , temos que:

$$\widehat{CB} = 2 \times D\hat{A}C \Leftrightarrow \widehat{CB} = 2 \times 40 \Leftrightarrow \widehat{CB} = 80^\circ$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3º Ciclo – 2014, 2ª chamada



13. Como o ângulo BOC é o ângulo ao centro que, para o mesmo arco, corresponde ao ângulo inscrito BAC temos que $\widehat{BOC} = 2 \times \widehat{BAC}$

Assim, vem que $\widehat{BOC} = 2 \times 65 = 130^\circ$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3º Ciclo – 2014, 1ª chamada

14. Como o ângulo EAF é um ângulo inscrito, o arco correspondente tem o dobro da amplitude, ou seja, $\widehat{EF} = 60 \times 2 = 120^\circ$

Como $[BD]$ é um diâmetro, $\widehat{BD} = 180^\circ$, e temos que

$$\widehat{BD} = \widehat{BE} + \widehat{EF} + \widehat{FD} \Leftrightarrow \widehat{BE} = \widehat{BD} - \widehat{EF} - \widehat{FD}$$

Assim, substituindo os valores conhecidos na igualdade anterior, temos:

$$\widehat{BE} = 180 - 120 - 20 \Leftrightarrow \widehat{BE} = 40^\circ$$

Teste Intermédio 9º ano – 21.03.2014

15. Como o ângulo AOC é um ângulo ao centro, o arco correspondente tem a mesma amplitude, logo:

$$\widehat{AC} = \widehat{AOC} = 72^\circ$$

Como o ângulo ABC é um ângulo inscrito, tem metade da amplitude do arco correspondente, ou seja,

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{72}{2} = 36^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2013, 2ª chamada

16. Como o ângulo ACB é um ângulo inscrito, o arco correspondente tem o dobro da amplitude, ou seja,

$$\widehat{AB} = 2 \times \widehat{ACB} = 2 \times 36 = 72^\circ$$

Resposta: **Opção D**

Prova Final 3º Ciclo – 2013, 1ª chamada

17. Como os vértices dos dois pentágonos são vértices de um decágono regular, a região de interseção dos pentágonos também é um decágono regular, e assim o ângulo α é um ângulo interno de um decágono regular.

Como a soma dos ângulos internos de um polígono regular de n lados é $S_I = 180 \times (n - 2)$, temos que a soma dos ângulos internos do decágono regular é

$$S_I = 180 \times (10 - 2) = 180 \times 8 = 1440^\circ$$

Como os ângulos internos de um polígono regular têm a mesma amplitude, cada um dos 10 ângulos tem de amplitude

$$\alpha = \frac{1440}{10} = 144^\circ$$

Teste Intermédio 9º ano – 12.04.2013



18. Como o arco HFI tem 128° de amplitude, o arco HI (assinalado a tracejado) tem $360 - 128 = 232^\circ$ de amplitude.

Como o ângulo HFI é o ângulo inscrito relativo ao arco HI tem metade da amplitude do arco, ou seja

$$\widehat{HFI} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{232}{2} = 116^\circ$$

Como o trapézio é isósceles, o triângulo $[AFD]$ também é isósceles, pelo que $\widehat{DAF} = \widehat{ADF}$, e também $\widehat{HFI} = \widehat{AFD}$

Logo, a amplitude, em graus, do ângulo ADF pode ser calculada como

$$\begin{aligned}\widehat{ADF} + \widehat{DAF} + \widehat{AFD} &= 180 \Leftrightarrow \widehat{ADF} + \widehat{ADF} + 116 = 180 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 \times \widehat{ADF} &= 180 - 116 \Leftrightarrow \widehat{ADF} = \frac{64}{2} \Leftrightarrow \widehat{ADF} = 32^\circ\end{aligned}$$

Teste Intermédio 9º ano – 12.04.2013

19.

- 19.1. Como o ângulo AOC é um ângulo ao centro, e o ângulo ABC é um ângulo inscrito com o mesmo arco correspondente, temos que:

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AOC}}{2} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

Resposta: **Opção B**

- 19.2. Como as retas AD e CD são tangentes à circunferência nos pontos A e C , respetivamente temos que os ângulos OAD e OCD são retos.

Como a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° , considerando o quadrilátero $[OADC]$ temos que

$$\begin{aligned}\widehat{ADC} + \widehat{OCD} + \widehat{AOC} + \widehat{OAD} &= 360 \Leftrightarrow \widehat{ADC} + 90 + 140 + 90 = 360 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \widehat{ADC} + 320 &= 360 \Leftrightarrow \widehat{ADC} = 360 - 320 \Leftrightarrow \widehat{ADC} = 40^\circ\end{aligned}$$

Como os ângulos ADE e ADC são suplementares, vem que

$$\widehat{ADE} + \widehat{ADC} = 180 \Leftrightarrow \widehat{ADE} + 40 = 180 \Leftrightarrow \widehat{ADE} = 180 - 40 \Leftrightarrow \widehat{ADE} = 140^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2012, 2ª chamada

20. Como $\widehat{CAB} = \widehat{DAE} = 37^\circ$ e $\widehat{ABC} = 90^\circ$, temos que

$$\widehat{ACB} + \widehat{CAB} + \widehat{ABC} = 180 \Leftrightarrow \widehat{ACB} + 37 + 90 = 180 \Leftrightarrow \widehat{ACB} = 180 - 90 - 37 \Leftrightarrow \widehat{ACB} = 53^\circ$$

Como o ângulo ACB é o ângulo inscrito na circunferência relativo ao arco PQ , temos que

$$\widehat{PQ} = 2 \times 53 = 106^\circ$$

Como a soma das amplitudes dos arcos PQ e PCQ é 360° podemos calcular a amplitude, em graus, do arco PCQ :

$$\widehat{PCQ} + \widehat{PQ} = 360 \Leftrightarrow \widehat{PCQ} + 106 = 360 \Leftrightarrow \widehat{PCQ} = 360 - 106 \Leftrightarrow \widehat{PCQ} = 254^\circ$$

Prova Final 3º Ciclo – 2012, 1ª chamada



21.

21.1. Designando por r o raio da circunferência, como $[AD]$ é um diâmetro, vem que $\overline{BC} = \overline{AD} = 2r$, e $\overline{AB} = \overline{CD} = r$

Assim, temos que o perímetro do retângulo $[ABCD]$ é

$$P_{[ABCD]} = 2 \times \overline{AD} + 2 \times \overline{AB} = 2 \times 2r + 2 \times r = 4r + 2r = 6r$$

Como sabemos que o perímetro é igual a 30 cm, podemos determinar o valor do raio, em centímetros:

$$P_{[ABCD]} = 30 \Leftrightarrow 6r = 30 \Leftrightarrow r = \frac{30}{6} \Leftrightarrow r = 5$$

Pelo que calculando o comprimento da circunferência (ou o perímetro), em centímetros, arredondado às décimas, vem

$$P_o = 2\pi r = 2\pi \times 5 = 10\pi \approx 31,4 \text{ cm}$$

21.2. Como o ângulo DEF é o ângulo inscrito na circunferência correspondente ao arco DE e $\hat{DEF} = 30^\circ$, temos que

$$\widehat{DF} = 2 \times \hat{DEF} = 2 \times 10 = 20^\circ$$

Como $[AD]$ é um diâmetro, temos que $\widehat{AD} = 180^\circ$, pelo que podemos calcular a amplitude, em graus, do arco FA :

$$\widehat{AD} = \widehat{DF} + \widehat{FA} \Leftrightarrow 180 = 20 + \widehat{FA} \Leftrightarrow 180 - 20 = \widehat{FA} \Leftrightarrow 160 = \widehat{FA}$$

Assim a amplitude de uma rotação de centro em O que transforme o ponto F no ponto A é a amplitude do ângulo ao centro FOA , cujo arco correspondente é o arco FA , pelo que

$$F\hat{O}A = \widehat{FA} = 160^\circ$$

Teste Intermédio 9º ano – 10.05.2012

22. Como o ângulo CAD é o ângulo inscrito na circunferência relativo ao arco CD , e $\hat{CAD} = 36^\circ$ temos que

$$\widehat{CD} = 2 \times 36 = 72^\circ$$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3º Ciclo – 2011, Ép. especial

23. Como o ângulo BDC é o ângulo inscrito relativo ao arco BC , temos que $B\hat{D}C = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{80}{2} = 40^\circ$

Como o ângulo BDC e o ângulo PDC são o mesmo ângulo e como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , podemos calcular a amplitude do ângulo DCP :

$$D\hat{C}P + D\hat{P}C + P\hat{D}C = 180 \Leftrightarrow D\hat{C}P + 85 + 40 = 180 \Leftrightarrow D\hat{C}P = 180 - 85 - 40 \Leftrightarrow D\hat{C}P = 55^\circ$$

Como o ângulo DCP e o ângulo DCA são o mesmo ângulo e como os ângulos DCA e DBA são ambos ângulos inscritos relativos ao arco DA , então

$$D\hat{B}A = D\hat{C}A = D\hat{C}P = 55^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2011, 2ª chamada

24. Como o ângulo CAD é o ângulo inscrito relativo ao arco AC , temos que $\widehat{CD} = 2 \times \hat{CAD} = 2 \times 40 = 80^\circ$

Como $\widehat{AD} = 180^\circ$, porque $[AD]$ é um diâmetro da circunferência, e $\widehat{AC} + \widehat{CD} = \widehat{AD}$, vem que

$$\widehat{AC} + \widehat{CD} = \widehat{AD} \Leftrightarrow \widehat{AC} + 80 = 180 \Leftrightarrow \widehat{AC} = 180 - 80 \Leftrightarrow \widehat{AC} = 100^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2011, 1ª chamada



25. Designado por D o ponto simétrico ao ponto B relativamente ao centro da circunferência, temos que como o ângulo ABD é o ângulo inscrito relativo ao arco AD , vem que $\widehat{AD} = 2 \times \widehat{ABD} = 2 \times 36 = 72^\circ$

Como $\widehat{BD} = 180^\circ$, porque $[BD]$ é um diâmetro da circunferência, e $\widehat{AB} + \widehat{AD} = \widehat{BD}$, vem que

$$\widehat{AB} + \widehat{AD} = \widehat{BD} \Leftrightarrow \widehat{AB} + 72 = 180 \Leftrightarrow \widehat{AB} = 180 - 72 \Leftrightarrow \widehat{AB} = 108^\circ$$

Teste Intermédio 9º ano – 17.05.2011

26.

26.1. Como $[ACEG]$ é um quadrado, temos que $B\hat{A}H = 90^\circ$, e a amplitude do ângulo ao centro BAH , cujo arco correspondente é o arco BH , pelo que

$$\widehat{BH} = 90^\circ$$

E como o ângulo BIH é o ângulo inscrito relativo ao arco BH , a sua amplitude é metade da amplitude do arco:

$$B\hat{I}H = \frac{\widehat{BH}}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

26.2. Como $[ACEG]$ é um quadrado de lado 4, a sua área é

$$A_{[ACEG]} = 4^2 = 16$$

Como as circunferências têm raio lado 2, a área de cada uma é

$$A_o = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$$

Como os centros das circunferências são os vértices do quadrado, a área de cada uma das circunferências que está no interior do quadrado é $\frac{1}{4}$ do total. Como são 4 quartos de circunferência que estão no interior do quadrado, a área do quadrado que não está sombreada corresponde a área de uma circunferência, e assim, a área sombreada, A_S , pode ser calculada como a diferença das áreas do quadrado e de uma circunferência:

$$A_S = A_{[ACEG]} - 4 \times \frac{1}{4} \times 4\pi = A_{[ACEG]} - 4\pi = 16 - 4\pi \approx 3,4$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2010, 2ª chamada

27. Como o ângulo BDA é o ângulo inscrito relativo ao arco AB , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\widehat{AB} = 2 \times B\hat{D}A = 2 \times 70 = 140^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2010, 1ª chamada

28.

28.1. Como qualquer hexágono regular pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros, o triângulo $[DOC]$ é equilátero, pelo que os seus ângulos são todos iguais.

Assim, temos que

$$3 \times D\hat{O}C = 180 \Leftrightarrow D\hat{O}C = \frac{180}{3} \Leftrightarrow D\hat{O}C = 60^\circ$$

28.2. Como a circunferência tem raio 4, temos que a área do círculo correspondente, é

$$A_o = \pi \times 4^2 = 16\pi$$

Como o hexágono pode ser dividido em 6 triângulos congruentes com o triângulo $[DOC]$, temos que área do hexágono $[ABCDEF]$ é

$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[DOC]} = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

E assim, calculando a área da região sombreada, A_S , como a diferença das áreas do círculo e do hexágono, e arredondando o resultado às unidades temos

$$A_o - A_{[ABCDEF]} = 16\pi - 24\sqrt{3} \approx 9$$

Teste Intermédio 9º ano – 11.05.2010



29. Como o diâmetro $[BD]$ é perpendicular ao diâmetro $[AC]$, o ângulo AOB é reto, e como é um ângulo ao centro, o arco correspondente tem a mesma amplitude, ou seja,

$$\widehat{AB} = A\hat{O}B = 90^\circ$$

Como o ângulo ACB é o ângulo inscrito relativo ao arco AB , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco:

$$A\hat{C}B = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2009, 2ª chamada

30. Como o ângulo ABC é o ângulo inscrito relativo ao arco AC , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\widehat{AC} = 2 \times A\hat{B}C = 2 \times 28 = 56^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2009, 1ª chamada

31. Como $[AC]$ é um diâmetro da circunferência, o arco AC tem amplitude 180°

Como o ângulo ABC é o ângulo inscrito relativo ao arco AC , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco:

$$A\hat{B}C = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

Pelo que o ângulo ABC é reto, e assim, o triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo em B

Teste Intermédio 9º ano – 11.05.2009

32. Como os ângulos AOC e β são suplementares, e $\beta = 60^\circ$, então temos que:

$$A\hat{O}C + \beta = 180 \Leftrightarrow A\hat{O}C = 180 - \beta \Leftrightarrow A\hat{O}C = 180 - 60 \Leftrightarrow A\hat{O}C = 120^\circ$$

Como o triângulo $[AOC]$ é isósceles, porque ambos os lados $[AO]$ e $[OC]$ são raios da circunferência, então $\overline{AO} = \overline{OC}$; e num triângulo a lados com a mesma medida opõem-se ângulos com a mesma amplitude, pelo que $O\hat{A}C = \alpha$

Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , então, calculando a amplitude em graus do ângulo α , vem que:

$$O\hat{A}C + \alpha + A\hat{O}C = 180 \Leftrightarrow \alpha + \alpha + 120 = 180 \Leftrightarrow 2\alpha = 180 - 120 \Leftrightarrow 2\alpha = 60 \Leftrightarrow \alpha = \frac{60}{2} \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2008, 2ª chamada

33.

- 33.1. Como a área do círculo é dada por $A = \pi r^2$, temos que:

$$A = \pi r^2 \Leftrightarrow \frac{A}{r^2} = \pi$$

E como $P = 2\pi r$ e $2\pi = d$, vem que:

$$P = 2\pi r \Leftrightarrow \frac{P}{2r} = \pi \Leftrightarrow \frac{P}{d} = \pi$$

Pelo que, de entre as igualdades apresentadas, $\frac{A}{2r} = \pi$ é a única que não é verdadeira.

Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3º Ciclo - 2008, 2ª chamada



34.

- 34.1. Como $[PQRST]$ é um pentágono regular, os vértices dividem a circunferência em 5 arcos com a mesma amplitude, pelo que a amplitude do arco TQ pode ser calculada como:

$$\widehat{TQ} = 3 \times \frac{360}{5} = 216^\circ$$

Como o ângulo TPQ é o ângulo inscrito relativo ao arco TP , a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco:

$$TP\hat{P}Q = \frac{\widehat{TQ}}{2} = \frac{216}{2} = 108^\circ$$

- 34.2. Como a circunferência tem raio 5, a área do círculo pode ser calculada por:

$$A_o = \pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi$$

Como o triângulo $[SOR]$ tem área 12, a área do pentágono é

$$A_{[PQRST]} = 5 \times A_{[SOR]} = 5 \times 12 = 60$$

Assim, calculando a área sombreada, A_S , como a diferença da área do círculo e do pentágono e arredondando o resultado às décimas, temos que:

$$A_S = A_o - A_{[PQRST]} = 25\pi - 60 \approx 18,5$$

Teste Intermédio 9º ano – 07.05.2008

35. Como o arco AB tem 180° de amplitude, então o lado $[AB]$ do triângulo é um diâmetro da circunferência, pelo que, independentemente da posição do vértice C , o triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo. Assim como o triângulo $[ABC]$ tem um ângulo reto não é um triângulo equilátero, pois para o ser, todos os ângulos internos teriam amplitude de 60°

Exame Nacional 3º Ciclo - 2007, 2ª chamada

36.

- 36.1. Como o ângulo CAD é o ângulo inscrito relativo ao arco CD , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\widehat{CD} = 2 \times C\hat{A}D = 2 \times 30 = 60^\circ$$

- 36.2. Como o triângulo $[ADE]$ é retângulo em E , o ângulo ADE é reto, e assim o ângulo CDE também é reto (porque ADE e CDE são ângulos suplementares).

Como o segmento de reta $[BD]$ é um diâmetro, é um eixo de simetria da circunferência, e assim a reflexão do ponto A , relativamente à reta BD é o ponto C (porque as retas AC e BD são perpendiculares), e assim vem que o ponto E é o ponto médio da corda $[AC]$, pelo que $\overline{AE} = \overline{EC}$

Como o lado $[DE]$ é comum aos dois triângulos, temos que os dois triângulos têm dois pares de lados com o mesmo comprimento e o ângulo por eles formado tem a mesma amplitude, pelo que os triângulos são geometricamente iguais (critério LAL).

Exame Nacional 3º Ciclo - 2007, 1ª chamada

37. Como o ângulo DOC é o ângulo ao centro relativo ao arco DC , a amplitude do arco é igual à amplitude do ângulo:

$$\widehat{DC} = 60^\circ$$

Como o ângulo DAB é o ângulo inscrito relativo ao arco DB , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\widehat{DB} = 2 \times D\hat{A}C = 2 \times 50 = 100^\circ$$

E a amplitude do arco CB é a diferença das amplitudes dos arcos DB e DC :

$$\widehat{CB} = \widehat{DB} - \widehat{DC} = 100 - 60 = 40^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2006, 2ª chamada



38.

38.1. Como o segmento de reta $[AC]$ é um diâmetro, então:

$$\widehat{AC} = 180^\circ$$

Como o ângulo CAB é o ângulo inscrito relativo ao arco CB , a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo:

$$\widehat{CB} = 2 \times C\hat{A}B = 2 \times O\hat{A}B = 2 \times 30 = 60^\circ$$

E a amplitude do arco AB é a diferença das amplitudes dos arcos AC e BC :

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} - \widehat{BC} = 180 - 60 = 120^\circ$$

38.2. Como a reta é tangente à circunferência no ponto A , é perpendicular ao diâmetro $[AD]$, ou seja, o ângulo CAD é reto.

Assim, como os ângulos CAB e BAD são complementares, ou seja $C\hat{A}B + B\hat{A}D = C\hat{A}D$, temos que:

$$30 + B\hat{A}D = 90 \Leftrightarrow B\hat{A}D = 90 - 30 \Leftrightarrow B\hat{A}D = 60^\circ$$

Exame Nacional 3º Ciclo – 2005, 2ª chamada

39. Como os segmentos $[BF]$ e $[DH]$ são ambos diâmetros da circunferência, temos que:

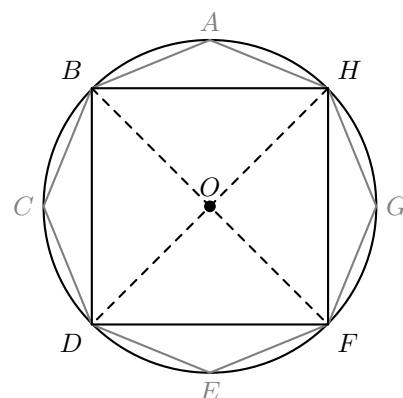
$$\overline{BF} = \overline{DH}$$

Como o octógono é regular, os arcos definidos por dois vértices consecutivos têm a mesma amplitude. Calculando a amplitude do arco BC (por exemplo), temos que:

$$\widehat{BC} = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

E assim, os arcos definidos por vértices consecutivos do quadrilátero, também têm a mesma amplitude. Calculando a amplitude do arco BD (por exemplo), temos que:

$$\widehat{BD} = \widehat{BC} + \widehat{CD} = 2 \times \widehat{BC} = 2 \times 45 = 90^\circ$$

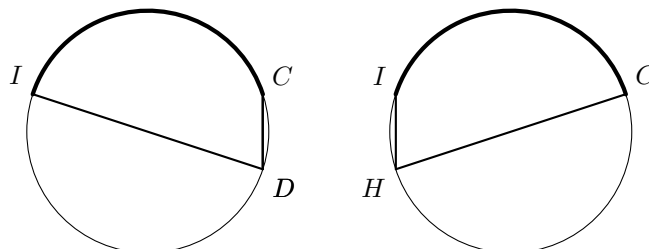


Desta forma temos que o ângulo BOD , que é o ângulo ao centro relativo ao arco BD (e por isso tem a mesma amplitude), é um ângulo reto.

Assim, os segmentos $[BF]$ e $[DH]$, que são as diagonais do quadrilátero $[BDFH]$ são perpendiculares e têm o mesmo comprimento, pelo que o quadrilátero é um quadrado.

Exame Nacional 3º Ciclo – 2005, 2ª chamada

40. Como os ângulos CDI e CHI são ângulos inscritos, relativos ao mesmo arco de circunferência (arco CI), então têm a mesma amplitude.



Exame Nacional 3º Ciclo – 2005, 1ª chamada



41. Como o perímetro de um círculo de raio r é $P_o = 2\pi r$. Como neste caso o diâmetro é de 10 cm, temos que raio é $r = \frac{10}{2} = 5$ cm. E assim o perímetro do círculo, em centímetros, é dado por:

$$P_o = 2\pi \times 5 = 10\pi \approx 31,416 \text{ cm}$$

Desta forma, observando todas as aproximações apresentadas podemos verificar que a melhor aproximação é 31,42, ou seja a aproximação do João.

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3º Ciclo – 2005, 1ª chamada

42.

- 42.1. Como o perímetro de um círculo de raio r é $P_o = 2\pi r$. Como neste caso o diâmetro é de 10 m, temos que raio é $r = \frac{10}{2} = 5$ m. E assim o perímetro do círculo, em metros, é dado por:

$$P_o = 2\pi \times 5 = 10\pi \text{ m}$$

Como o comprimento total corresponde a 6 voltas completas, o comprimento total do percurso, em metros, arredondado às unidades, é:

$$C_T = 6 \times 10\pi = 60\pi \approx 188 \text{ m}$$

- 42.2. Como existem 12 cadeiras igualmente espaçadas sobre a circunferência, os 12 ângulos ao centro têm a mesma amplitude.
Assim, temos que a amplitude de cada um destes ângulos, e o ângulo DOF em particular, é:

$$D\hat{O}F = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

Prova de Aferição – 2004

