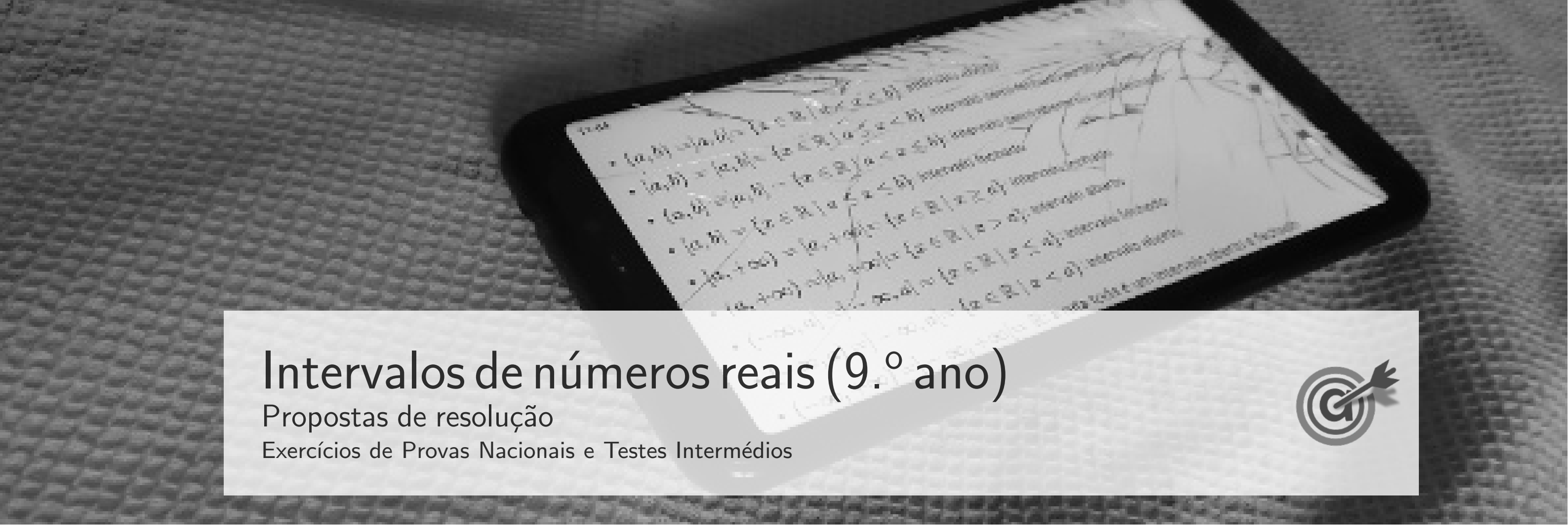
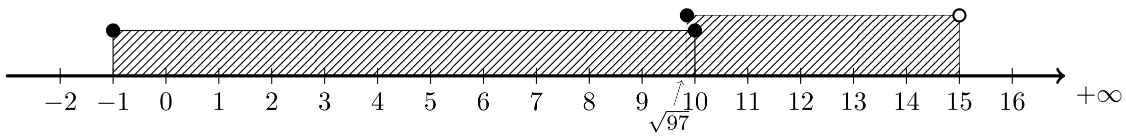


# Intervalos de números reais (9.º ano)

## Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

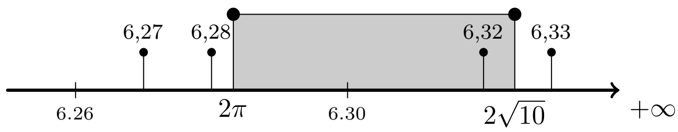
1. Representando os conjuntos $A$ e $B$ na reta real, como $\sqrt{97} < 10$ temos:




Assim temos que $[-1{,}10] \cup \left[\sqrt{97}{,}15\right[ = [-1{,}15[$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

2. Como $2\pi \approx 6{,}283$ temos que $6{,}27 < 6{,}28 < 2\pi$; e como $2\sqrt{10} \approx 6{,}325$, temos que $6{,}32 < 2\sqrt{10} < 6{,}33$



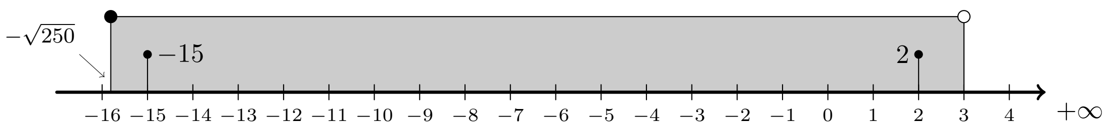

Assim, de entre os números apresentados, o único que pertencente ao conjunto $I$ é 6,32.

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2019, 2.ª fase

3. Como $-\sqrt{250} \approx -15{,}8$, temos que o menor número inteiro que pertence ao intervalo é 15.

Por outro lado, como o intervalo é aberto no limite superior, 3 não é um elemento do conjunto definido pelo intervalo, pelo que o maior número inteiro que pertence a este conjunto de números reais é 2.



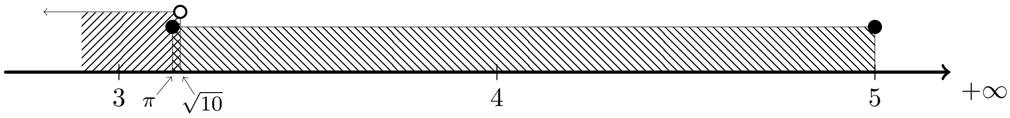

Prova Final 3.º Ciclo - 2019, 1.ª fase

4. Como $20^3 = 8000$, temos que $\left[0,\sqrt[3]{8000}\,\right] \cap ]20,+\infty]$ é o conjunto vazio ($20 \in \left[0,\sqrt[3]{8000}\,\right]$, mas $20 \notin ]20,+\infty]$, porque o intervalo é aberto).

Assim, como $\sqrt[3]{8001} > 20$, temos que $\left[0,\sqrt[3]{8001}\,\right] \cap ]20,+\infty]$ não é o conjunto vazio, e como não existem números inteiros maiores que 8000 e menores 8001, temos que o menor número natural, $n$ tal que $\left[0,\sqrt[3]{n}\,\right] \cap ]20,+\infty[$ é um conjunto não vazio, é o número 8001

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

5. Como $\pi \approx 3{,}14$ e $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, representando na reta real os conjuntos $A$ e $B$, temos:




Assim temos que:

$$A \cap B = \left]-\infty,\sqrt{10}\right[ \cap [\pi,5] = \left[\pi,\sqrt{10}\right[$$

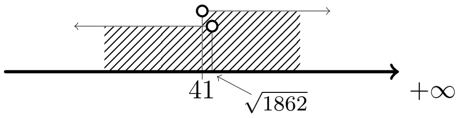
Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 2.ª fase

6. Para que $]-\infty,\sqrt{n}[\cup]41,+\infty[=\mathbb{R}$, tem que se verificar $\sqrt{n} > 41$

Como $41^2 = 1681$, temos que:

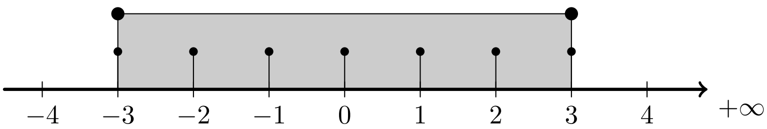
- $\sqrt{1681} = 41$ ($\sqrt{1681} \not> 41$)
- $\sqrt{1682} > 41$ ($\sqrt{1682} \approx 41{,}01$)

Ou seja o menor valor natural para $n$ é o 1682.




Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 1.ª fase

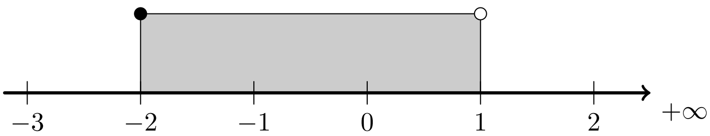
7. Como o conjunto $A \cap \mathbb{Z}$ tem sete elementos, os sete elemento são três pares de números inteiros simétricos e o zero, ou seja $A = [-3,3]$, e assim $A \cap \mathbb{Z} = \{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$, como se ilustra na representação seguinte:




Assim, para que o conjunto $[-n,n] \cap \mathbb{Z}$ tenha 7 elementos, o valor de $n$ é 3

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

8. Representando na reta real o conjunto $[-2,1[$, temos:



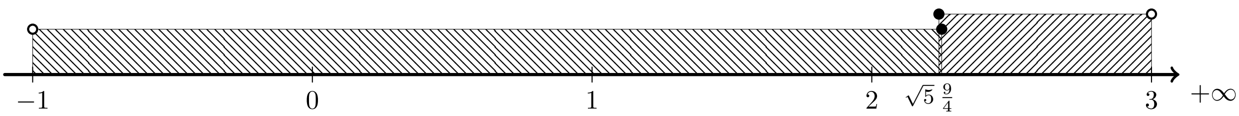

Assim, podemos verificar que, como o intervalo é aberto no limite superior, $1 \notin [-2,1[$, e assim vem que:

$$X = [-2,1[\cap\mathbb{Z} = \{-2,-1,0\}$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 2.ª fase

9. Como $\dfrac{9}{4} = 2{,}25$ e $\sqrt{5} \approx 2{,}24$, temos que $\sqrt{5} < \dfrac{9}{4}$ e assim, representando na reta real os dois intervalos indicados na definição do conjunto, vem que:

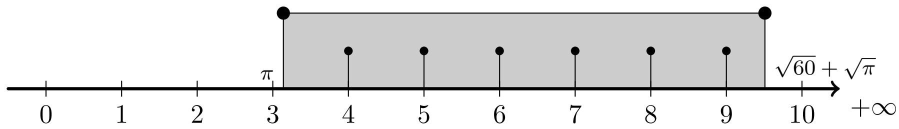



Assim temos que $\left]-1,\dfrac{9}{4}\right] \cap [\sqrt{5},3] = \left[\sqrt{5},\dfrac{9}{4}\right]$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 1.ª fase

10. Como $\pi \approx 3{,}14$ e $\sqrt{60} + \sqrt{\pi} \approx 9{,}51$, representando na reta real o intervalo $\left[\pi,\sqrt{60} + \sqrt{\pi}\right]$, e os números naturais que pertencem a este conjunto, temos:




Assim, podemos verificar que o conjunto dos números naturais que pertencem ao intervalo $\left[\pi,\sqrt{60} + \sqrt{\pi}\right]$ é:

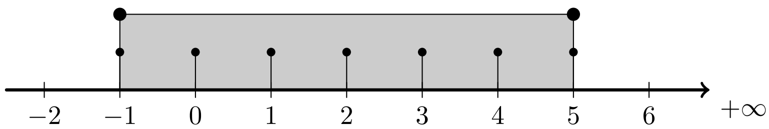
$$\{4,5,6,7,8,9\}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

11. Determinar o menor número natural para o qual $\dfrac{n}{0{,}4}$ também é um número natural, pode ser conseguido, substituindo sucessivamente $n$ por valores naturais:

- $n = 1 \rightarrow \dfrac{1}{0{,}4} = 2{,}5$
- $n = 2 \rightarrow \dfrac{2}{0{,}4} = 5$

Assim, o valor de $n$ é 2 e, representando o intervalo $\left[-1; \dfrac{2}{0{,}4}\right]$, ou seja, $[-1{,}5]$, temos:




Desta forma, podemos verificar que o conjunto dos números inteiros que pertencem ao intervalo $[-1{,}5]$ é $\{-1{,}0{,}1{,}2{,}3{,}4{,}5\}$, ou seja existem, neste intervalo, 7 números inteiros.

Prova Final 3.º Ciclo - 2016, 2.ª fase

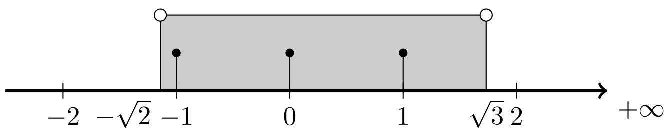
12. Para que o intervalo $A = [1,\sqrt{n}[$ tenha 28 números naturais, $\sqrt{n} > 28$, porque como o intervalo é aberto à direita, $\sqrt{n} \notin A$

Assim, como $28^2 = 784$, temos que o menor número natural que verifica a condição $\sqrt{n} > 28$ é:

$$n = 28^2 + 1 = 784 + 1 = 785$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2016, 1.ª fase

13. Como $-\sqrt{2} \approx -1{,}1414$ e $\sqrt{3} \approx 1{,}7321$, representando na reta real o intervalo $\left]-\sqrt{2},\sqrt{3}\right[$, e os números inteiros que pertencem a este conjunto, temos:

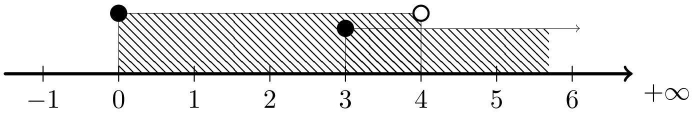



Assim, podemos verificar que o conjunto dos números inteiros que pertencem ao intervalo $\left]-\sqrt{2},\sqrt{3}\right[$ é

$$\{-1{,}0{,}1\}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

14. Representando o conjunto $A \cap B$ na reta real, temos:



Assim temos que $A \cap B = [0{,}4[ \cup [3, +\infty[ = [3{,}4[$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

15. Analisando as quatro hipóteses temos que:

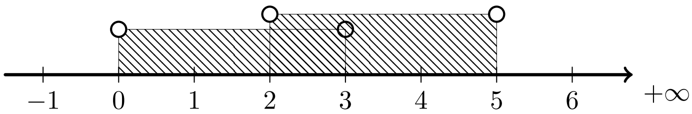
- $-3$ é um número inteiro e como $-3 > -\pi$, logo $-3 \in [-\pi, +\infty[$
- $-4$ é um número inteiro, mas como $-4 < -\pi$, logo $-4 \notin [-\pi, +\infty[$
- $-\pi \in [-\pi, +\infty[$, mas $-\pi$ não é um número inteiro
- $-\pi - 1 \notin [-\pi, +\infty[$, e também não é um número inteiro

Assim, das opções apresentadas, $-3$ é o único número que satisfaz as duas condições impostas.

Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada

16. Representando o conjunto na reta real, temos:

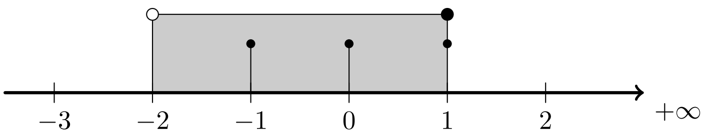


Assim temos que $]0{,}3[ \cup ]2{,}5[ = ]0{,}5[$

Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 1.ª chamada

17. Representando na reta real o intervalo $]-2{,}1]$, e os números inteiros que pertencem a este conjunto, temos:

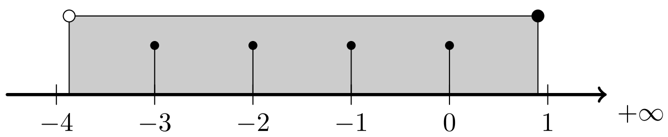


Assim, podemos verificar que $A = \{-1{,}0{,}1\}$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 2.ª chamada

18. Como $-\sqrt{15} \approx -3{,}87$, representando na reta real o intervalo $]-\sqrt{15}\ ;\ 0{,}9]$, e os números inteiros que pertencem a este conjunto, temos:

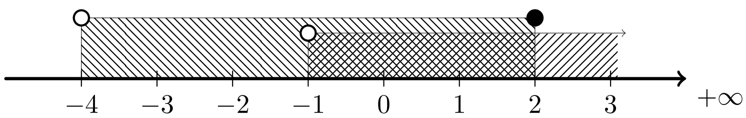



Assim, podemos verificar que

- o **menor** número inteiro que pertence ao conjunto $A$ é $-3$
- o **maior** número inteiro que pertence ao conjunto $A$ é $0$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

19. Representando o conjunto $A \cap B$ na reta real, temos:




Assim temos que $A \cap B = ]-1, +\infty[ \cap ]-4{,}2] = ]-1{,}2]$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo - 2012, 1.ª chamada

20. Podemos afirmar que:

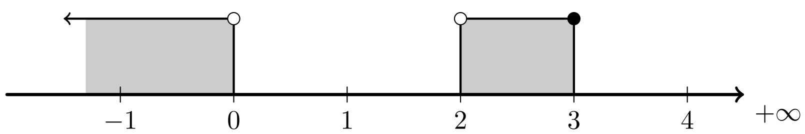
- $-3{,}15 \notin A$, porque $-3{,}15 < -\pi$ e todos os elementos do conjunto $A$ são maiores que $-\pi$
- $-\pi \notin A$, porque o conjunto $A$ é um intervalo aberto em $-\pi$, ou seja $-\pi$ não é um elemento deste conjunto
- $\pi \notin A$, porque todos os elementos do conjunto $A$ são números negativos
- $-3{,}14 \in A$, porque $-\pi < -3{,}14 \leq -1$

Assim, de entre as opções apresentadas, $-3{,}14$ é o único elemento do conjunto $A$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 9.º ano – 10.5.2012

21. Representando o conjunto $A$, temos:

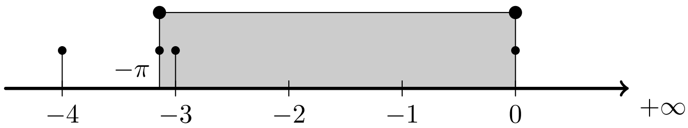



Assim, podemos verificar que, de entre os valores apresentados apenas o 3 pertence ao conjunto $A$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, Época Especial

22. Como $-\pi \approx -3{,}1416$, representando na reta real o intervalo $[-\pi{,}0]$, e os números das hipóteses apresentadas, temos:

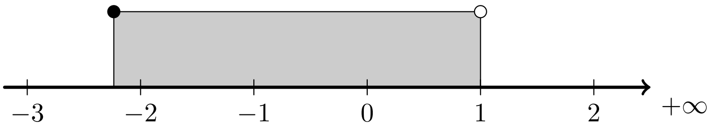



Assim, podemos verificar que, de entre as opções apresentadas, $-4$ é o menor inteiro, mas não pertence ao intervalo indicado e $-\pi$ é o menor número que pertence ao intervalo, mas não é um número inteiro, pelo que a resposta correta é $-3$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 2.ª Chamada

23. Como $-\sqrt{5} \approx -2{,}2361$, representando na reta real o conjunto $A = [-\sqrt{5}{,}1[$, temos:

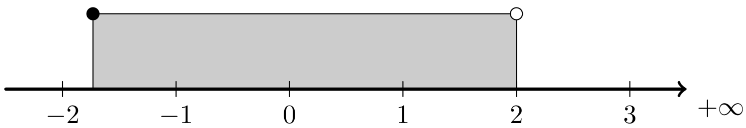



Assim, podemos verificar que, como o intervalo é aberto no limite superior, $1 \notin A$, pelo que

$$A \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1{,}0\}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª Chamada

24. Como $-\sqrt{3} \approx -1{,}73$, representando na reta real o intervalo $[-\sqrt{3}{,}2[$, temos:

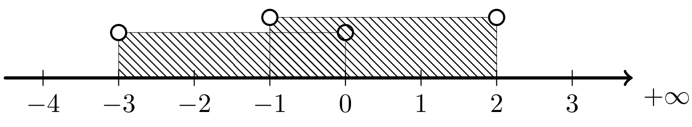



Assim, verificando que, como o intervalo é aberto no limite superior, $2 \notin [-\sqrt{3}{,}2[$, vem que o conjuntos dos números inteiros relativos que pertencem ao intervalo $[-\sqrt{3}{,}2[$, é

$$\{-1{,}0{,}1\}$$

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

25. Representando o conjunto $A \cup B$ na reta real, temos:



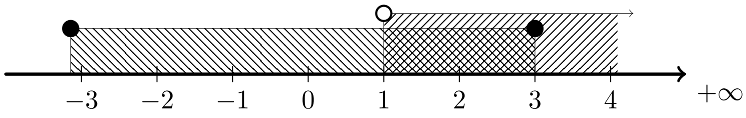

Assim temos que $A \cup B = ]-1{,}2[ \cap ]-3{,}0[ = ]-3{,}2[$
Ou seja, $A \cup B$ é o conjunto de todos os números reais maiores que $-3$ e menores que 2, o que pode ser representado por

$$\{x \in \mathbb{R} : x > -3 \wedge x < 2\}$$

Resposta: **Opção D**

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

26. Representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $C$ na reta real, temos:

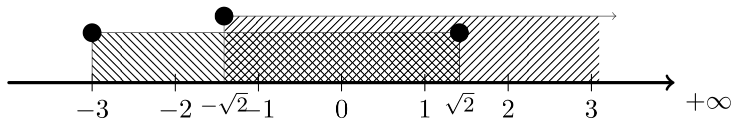



Assim temos que $[-\pi,3] \cap ]1,+\infty[ = ]1,3]$

Resposta: **Opção A**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2010, 1.ª Chamada

27. Como $-\sqrt{2} \approx -1{,}41$ e $\sqrt{2} \approx 1{,}41$, representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $P$ na reta real , temos:

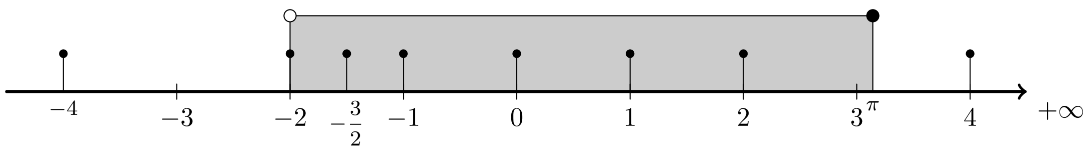



Assim temos que $[-3,\sqrt{2}] \cap [-\sqrt{2},+\infty[ = [-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2010

28. Como $\pi \approx 3{,}14159$, representando na reta real o intervalo $]-2,\pi]$, e os números indicados nas opções, temos:




Assim, podemos verificar que

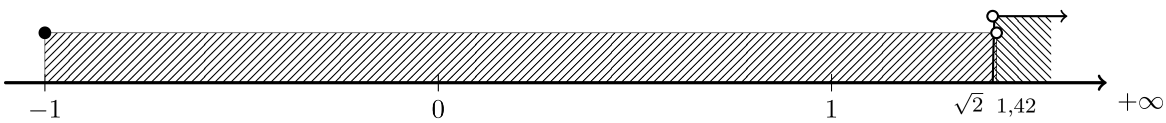
- $4 \notin I$, logo $\left\{-\frac{3}{2},2,4\right\} \not\subset I$
- $-2 \notin I$, logo $\left\{-2,-1,2\right\} \not\subset I$
- $-4 \notin I$, logo $\left\{-4,-1,0\right\} \not\subset I$

e que $\left\{-\frac{3}{2},0,1\right\} \subset I$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 03.02.2010

29. Como $\sqrt{2} \approx 1{,}41$, representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $B$ na reta real, temos:




Assim temos que $B = [-1;1{,}42\,[\,\cap\,]\sqrt{2},+\infty[\,=\,]\sqrt{2};1{,}42[$

Teste Intermédio 9.º ano – 03.02.2010

30. Como conjunto $A = [\sqrt{2}, +\infty[$, um número pertence ao conjunto $A$ se for maior ou igual a $\sqrt{2}$

Assim podemos verificar que

- $1{,}4 \times 10^{-2} = 0{,}014$, logo $0{,}014 < \sqrt{2}$, pelo que $1{,}4 \times 10^{-2} \notin A$
- $1{,}4 \times 10^{0} = 1{,}4$, logo $1{,}4 < \sqrt{2}$, pelo que $1{,}4 \times 10^{0} \notin A$
- $1{,}4 \times 10^{-1} = 0{,}14$, logo $0{,}14 < \sqrt{2}$, pelo que $1{,}4 \times 10^{-1} \notin A$

E ainda que $1{,}4 \times 10 = 14$, logo $14 > \sqrt{2}$, pelo que $1{,}4 \times 10 \in A$

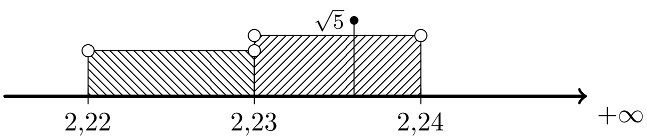
Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 2.ª Chamada

31. Como $\sqrt{5}$ é uma dízima infinita não periódica (um número irracional) e nas opções (C) e (D) estão representados dois conjuntos com 2 elementos que são números racionais podemos afirmar que

- $\sqrt{5} \notin \{2{,}22; 2{,}23\}$
- $\sqrt{5} \notin \{2{,}23; 2{,}24\}$

Como $\sqrt{5} \approx 2{,}236$, representando na reta real os intervalos das opções (A) e (B), temos:

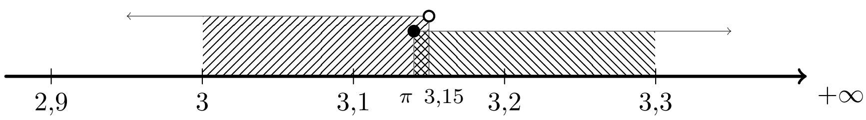



Logo podemos verificar que $\sqrt{5} \in ]2{,}23; 2{,}24[$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 09.02.2009

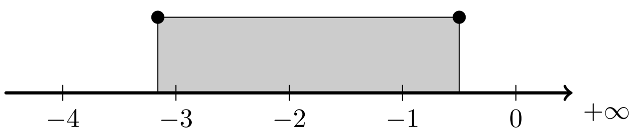
32. Representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $B$ na reta real, temos:




Como $\pi < 3{,}15$ temos que $B = [\pi; 3{,}15[$

Teste Intermédio 9.º ano – 09.02.2009

33. Como $-\sqrt{10} \approx -3{,}16$, representando na reta real o intervalo $\left[-\sqrt{10}, -\frac{1}{2}\right]$, temos:




Assim, verificando que $-4 \notin \left[-\sqrt{10}, -\frac{1}{2}\right]$, podemos verificar que o menor número inteiro pertencente a este intervalo é $-3$

Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 2.ª Chamada

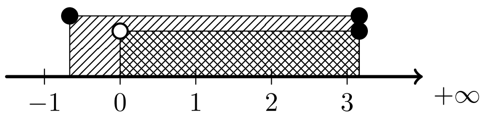
34. Pela observação da representação gráfica do intervalo podemos verificar que representa todos os números reais maiores que $-1$ e menores ou iguais a 4, ou seja,

$$\left\{x \in \mathbb{R} : x > -1 \ \wedge x \leq 4\right\}$$

Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª Chamada

35. Como $-\frac{2}{3} \approx -0{,}666$ e $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, representando o conjunto interseção e o conjunto $\left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right]$ na reta real, temos:




Assim temos que o conjunto $I$ é um intervalo aberto no extremo inferior, localizado no número real zero, e cujo extremo superior deve ser superior ou igual a $\sqrt{10}$

Ou seja, verificando cada uma das hipóteses apresentadas, temos que

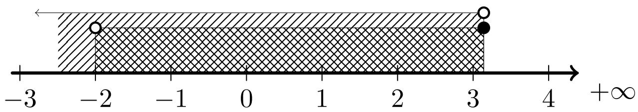
- $[0,+\infty[ \cap \left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right] = [0,\sqrt{10}]$
- $\left[-\frac{2}{3},0\right[ \cap \left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right] = \left[-\frac{2}{3},0\right[$
- $\left[-\frac{2}{3},+\infty\right[ \cap \left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right] = \left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right]$

E também, que $]0,+\infty[ \cap \left[-\frac{2}{3},\sqrt{10}\right] = ]0,\sqrt{10}]$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 9.º ano – 07.05.2008

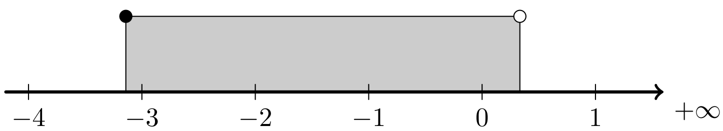
36. Representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $A$ na reta real, temos:




Como $3{,}141 < \pi$ temos que $A = ]-2;3{,}141[$

Teste Intermédio 9.º ano – 31.01.2008

37. Como $-\pi \approx -3{,}14$ e $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$, representando na reta real o intervalo $\left[-\pi,\frac{1}{3}\right[$, temos:

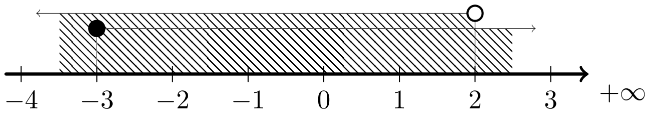



Assim, vem que o conjuntos dos números inteiros relativos que pertencem ao intervalo $\left[-\pi,\frac{1}{3}\right[$, é

$$\{-3,-2,-1,0\}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 2.ª Chamada

38. Representando o conjunto $A \cup B$ na reta real, temos:

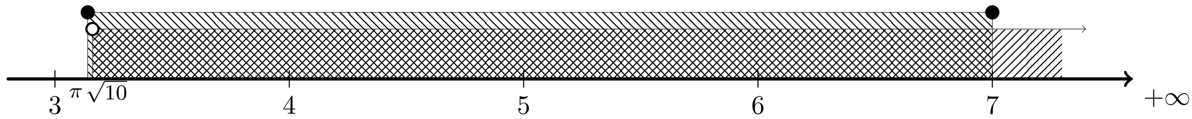



Assim temos que $A \cup B = ]-\infty, 2[ \cup [-3, +\infty[ = ]-\infty, +\infty[$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2007, 1.ª Chamada

39. Como $\pi \approx 3{,}14$ e $\sqrt{10} \approx 3{,}16$, representando os dois intervalos indicados na definição do conjunto $A$ na reta real , temos:




Como $\pi < \sqrt{10}$ temos que $A = [\pi, 7] \cap \left]\sqrt{10}, +\infty\right[ = \left]\sqrt{10}, 7\right]$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª Chamada

40. Como conjunto $A = [\pi, +\infty[$, um número pertence ao conjunto $A$ se for maior ou igual a $\pi$

Assim podemos verificar que

- $3{,}1 \times 10^{-2} = 0{,}031$, e $0{,}031 < \pi$, pelo que $3{,}1 \times 10^{-2} \notin A$
- $3{,}1 \times 10^{0} = 3{,}1$, e $3{,}1 < \pi$, pelo que $3{,}1 \times 10^{0} \notin A$
- $3{,}1 \times 10^{-1} = 0{,}31$, e $0{,}31 < \pi$, pelo que $3{,}1 \times 10^{-1} \notin A$

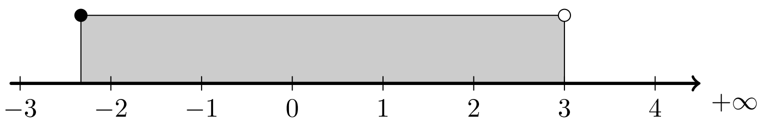
E ainda que $3{,}1 \times 10^{1} = 31$, e $31 > \pi$, pelo que $3{,}1 \times 10^{1} \in A$

Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 1.ª Chamada

41.

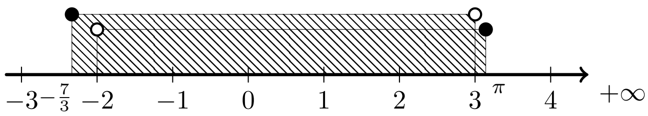
41.1. Como $-\frac{7}{3} \approx -2{,}33$, representando na reta real o intervalo $\left[-\frac{7}{3}, 3\right[$, temos:




Assim, verificando que, como o intervalo é aberto no limite superior, $3 \notin \left[-\frac{7}{3}, 3\right[$, vem que o conjuntos dos números inteiros relativos que pertencem ao intervalo $\left[-\frac{7}{3}, 3\right[$, é

$$\{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

41.2. Como $\pi \approx 3{,}14$, representando o conjunto os dois intervalos na reta real, temos:



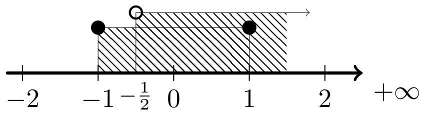

Assim temos que $]-2, \pi] \cup \left[-\frac{7}{3}, 3\right[ = \left[-\frac{7}{3}, \pi\right]$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 2.ª Chamada

42. Como o conjunto $A$ contém números maiores que 1, tem que resultar da união do intervalo $[-1{,}1[$ com outro conjunto que contenha números superiores a 1. Logo as opções (A) e (B) pelo que podemos afirmar que as igualdades das opções (A) e (B) não são verdadeiras.

Devemos ainda considerar que o conjunto $A$ não contém números menores que $-1$, pelo que não pode resultar da união do intervalo $[-1{,}1[$ com outro conjunto que contenha números superiores a menores que $-1$, como está expresso na igualdade da opção (C).

Desta forma, de entre as opções apresentadas, a única forma de escrever o conjunto $A$ é $A = [-1{,}1[ \cup \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$, como se pode verificar representando os dois conjuntos na reta real:




Resposta: **Opção D**

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2005, 1.ª Chamada