Função quadrática (9.º ano)

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Como a abcissa do ponto B é 3, temos que a base do triângulo é $\overline{AB} = 2 \times 3 = 6$.

   Podemos calcular a altura do triângulo, como a ordenada do ponto B, ou seja, $f(3)$:

   $$f(3) = 3^2 = 9$$

   Logo a área do triângulo é:

   $$A_{[AOB]} = \frac{\overline{AB} \times f(3)}{2} = \frac{6 \times 9}{2} = 3 \times 9 = 27$$

   Resposta: **Opção C**

   Prova Final 3.º Ciclo - 2023, Época especial

2. Como a abcissa do ponto A é -4, temos que a base do triângulo é $\overline{AB} = 2 \times 4 = 8$.

   Assim, podemos calcular a altura do triângulo, $f(-4)$:

   $$A_{[AOB]} = \frac{\overline{AB} \times f(-4)}{2} \Leftrightarrow 96 = \frac{8 \times f(-4)}{2} \Leftrightarrow \frac{96 \times 2}{8} = f(-4) \Leftrightarrow f(-4) = 24$$

   Como a função f é definida por $f(x) = ax^2$, então calculando o valor de a, temos:

   $$f(-4) = a \times (-4)^2 \Leftrightarrow 24 = a \times 16 \Leftrightarrow \frac{24}{16} = a \Leftrightarrow \frac{3}{2} = a$$

   Resposta: **Opção B**

   Prova Final 3.º Ciclo - 2023, 2.ª fase

3. Como o ponto C pertence ao gráfico da função f e tem ordenada 9, designando por a a abcissa dos pontos C e B, temos que:

   $$f(a) = 9 \Leftrightarrow a^2 = 9 \underset{a>0}{\Rightarrow} a = \sqrt{9} \Leftrightarrow a = 3$$

   Como os pontos A e C têm a mesma ordenada e pertencem ao gráfico da função f (simétrico relativamente ao eixo Oy) então têm ordenadas simétricas, pelo que a área do trapézio $[AOBC]$, na forma de dízima, é:

   $$A_{[AOBC]} = \frac{\overline{AC} + \overline{OB}}{2} \times \overline{BC} = \frac{2 \times \overline{OB} + 3}{2} \times 9 = \frac{2 \times 3 + 3}{2} \times 9 = \frac{9}{2} \times 9 = \frac{81}{2} = 40{,}5$$

   Prova Final 3.º Ciclo - 2022, 2.ª fase

4. Como o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 3, podemos determinar a sua ordenada:

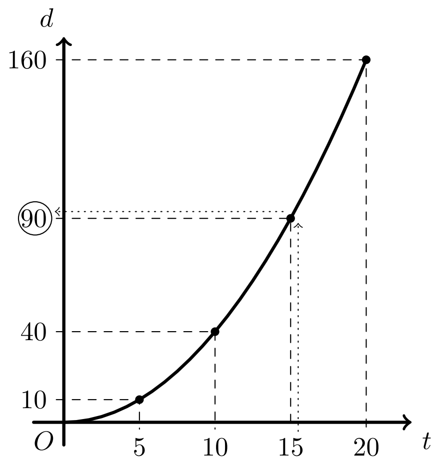
$$y_B = \overline{AB} = f(3) = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

Assim, considerando a base do triângulo $[OAB]$, o lado $[OA]$ e a altura o lado $[AB]$, podemos calcular a área do triângulo:

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{OA} \times \overline{AB}}{2} = \frac{3 \times 18}{2} = 3 \times 9 = 27$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2022, 1.ª fase

5.



5.1. Da observação do gráfico podemos verificar que a imagem do objeto 15 é 90, ou seja:

$$d(15) = 90$$

Pelo que 15 segundos depois de iniciar o voo a distância, em metros, do drone à plataforma era 90.

5.2. Como a expressão da função é dada por uma expressão do tipo $d(t) = at^2$, e sabemos que $d(10) = 40$, substituindo os valores de t e de d, podemos calcular o valor de a:

$$d(t) = at^2 \underset{t=10 \text{ e } d=40}{\Leftrightarrow} 40 = a \times 10^2 \Leftrightarrow 40 = a \times 100 \Leftrightarrow \frac{40}{100} = a \Leftrightarrow \frac{4}{10} = a \Leftrightarrow \frac{2}{5} = a$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2019, 2.ª fase

6. Como o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 10, podemos determinar a ordenada:

$$y_B = \overline{AB} = f(10) = 3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$$

Assim, considerando a base do triângulo $[OAB]$, o lado $[OA]$ e a altura o lado $[AB]$, podemos calcular a área do triângulo:

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{OA} \times \overline{AB}}{2} = \frac{10 \times 300}{2} = \frac{3000}{2} = 1500$$

Desta forma, a área da região não sombreada (A_{ns}) do triângulo pode ser calculada como a diferença da área total ($A_{[OAB]}$) e da área da região sombreada (A_s):

$$A_{ns} = A_{[OAB]} - A_s = 1500 - 1000 = 500$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

7. A abcissa do ponto B é 2, a abcissa do ponto A é 4 e, como o triângulo $[OAB]$ é isósceles, ($\overline{OB} = \overline{AB}$) então a altura relativamente ao lado $[OA]$ pertence à bissetriz deste lado.
Como o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 2, podemos calcular a sua ordenada (y_B), recorrendo à expressão algébrica da função f:

$$y_B = f(2) = 4(2)^2 = 4 \times 4 = 16$$

Assim, temos que a área do triângulo $[OAB]$ é:

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{OA} \times f(2)}{2} = \frac{x_A \times y_B}{2} = \frac{4 \times 16}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2017, 2.ª fase

8. Como o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 2, podemos calcular a sua ordenada (y_B), recorrendo à expressão algébrica da função f:

$$y_B = f(2) = 2(2)^2 = 2 \times 4 = 8$$

Identificando o segmento $[OA]$ como a base maior do trapézio, o segmento $[CB]$ como a base menor e o segmento $[OC]$ como a altura, temos que a área do trapézio $[OABC]$ é:

$$A_{[OABC]} = \frac{\overline{OA} + \overline{CB}}{2} \times \overline{OC} = \frac{x_A + x_B}{2} \times y_B = \frac{4+2}{2} \times 8 = \frac{6}{2} \times 8 = 3 \times 8 = 24$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

9. Calculado o valor de $f(\sqrt{3})$ vem:

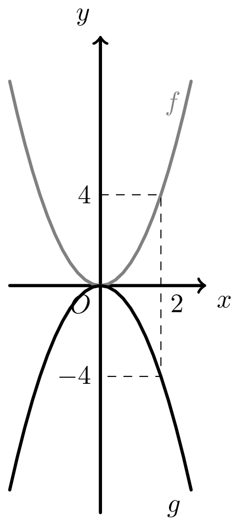
$$f(\sqrt{3}) = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$$

Considerando o gráfico da função g como o simétrico do gráfico da função f relativamente ao eixo Ox, podemos observar que para o mesmo objeto, as imagens por f e por g são simétricas (ver figura ao lado), ou seja

$$g(2) = -f(2) = -\left(2^2\right) = -4$$

Pelo que

$$f(\sqrt{3}) + g(2) = 3 + (-4) = -1$$



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

10. Como $f(2) = 4$, o ponto de coordenadas (2,4) pertence ao gráfico da função f.

Como $g(2) = 2^2 = 4$, o ponto de coordenadas (2,4) também pertence ao gráfico da função g.

Assim, temos que o ponto A pertence ao gráfico da função f (a reta) e também ao gráfico da função g (a parábola).

Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

11. Podemos determinar a ordenada do ponto P, calculando a imagem de 2 pela função f:

$$f(2) = -2(2)^2 = -2 \times 4 = -8$$

Assim o ponto P tem de coordenadas $P(2, -8)$

Como o gráfico da fução g é uma reta que passa na origem do referencial, a expressão algébrica da função g é da forma $g(x) = kx, k \in \mathbb{R}$
Como o ponto P também pertence ao gráfico de g, substituindo as coordenadas de P na expressão anterior, podemos determinar o valor de k:

$$-8 = k(2) \Leftrightarrow \frac{-8}{2} = k \Leftrightarrow -4 = k$$

Assim, temos que a função g é definida algebricamente por $g(x) = -4x$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada

12.

12.1. Dois pontos com a mesma ordenada pertencem à mesma reta horizontal.
Assim, dois pontos com a mesma ordenada, são (por exemplo) os pontos A e B

12.2. A altura do trapézio ($\overline{AD}$) pode ser calculada como a diferença das ordenadas dos pontos B e C
Assim, calculando a ordenada do ponto B, recorrendo à função g, temos:

$$y_B = g(2) = 2(2)^2 = 2 \times 4 = 8$$

Da mesma forma, podemos obter a ordenada do ponto C, com recurso à função f:

$$y_C = f(4) = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$$

Assim temos que $\overline{AD} = y_B - y_C = 8 - 2 = 6$, $\overline{DC} = 4$ e $\overline{AB} = 2$

Calculado a área do trapézio $[ABCD]$, vem:

$$A_{[ABCD]} = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{\overline{DC} + \overline{AB}}{2} \times \overline{AD} = \frac{4+2}{2} \times 6 = \frac{6}{2} \times 6 = 3 \times 6 = 18$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 1.ª chamada

13. Como o ponto $B(2,6)$ pertence ao gráfico da função, temos que

$$f(2) = 6 \Leftrightarrow a \times (2)^2 = 6 \Leftrightarrow a \times 4 = 6$$

Assim, temos que

$$f(-2) = a(-2)^2 = a \times 4 = 6$$

Resposta: **Opção B**

Teste intermédio 9.º ano - 21.03.2014

14.

14.1. Como a abcissa do ponto A é 1 ($x_A = 1$), podemos calcular a ordenada do ponto E, y_E, com recurso à função f:

$$y_E = f(x_A) = f(1) = 1$$

E assim, como o ponto A tem de ordenada zero (porque pertence ao eixo das abcissas), vem que

$$\overline{AE} = y_E - y_A = 1 - 0 = 1$$

Analogamente, recorrendo à função g, podemos determinar a ordenada do ponto D, y_D:

$$y_D = g(x_A) = g(1) = 3(1)^2 = 3 \times 1 = 3$$

Como os pontos C e D têm a mesma ordenada, temos que $y_C = y_D = 3$, e assim, como o ponto B tem de ordenada zero (porque pertence ao eixo das abcissas), vem que

$$\overline{BC} = y_C - y_B = 3 - 0 = 3$$

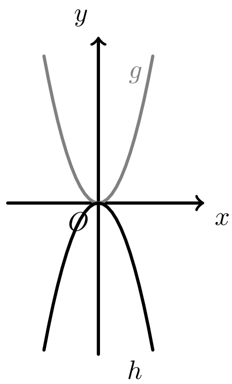
Finalmente, como o ponto C está sobre a reta $y = x$, então a sua abcissa e a sua ordenada são iguais $x_C = y_C = 3$, e o ponto tem a mesma abcissa que o ponto C, ou seja, $x_B = x_C = 3$. Logo, temos que

$$\overline{AB} = x_B - x_A = 3 - 1 = 2$$

Assim, calculando a medida área do trapézio, A_T, considerando $[BC]$ como a base maior, $[AE]$ como a base menor e $[AB]$ como a altura, vem

$$A_T = \frac{\overline{BC} + \overline{AE}}{2} \times \overline{AB} = \frac{3+1}{2} \times 2 = \frac{4}{2} \times 2 = 4$$

14.2. Considerando o gráfico da função h como o simétrico do gráfico da função g relativamente ao eixo das abcissa, podemos observar que as duas parábolas têm a mesma abertura (ver figura ao lado), ou seja o coeficiente de x^2 deve ter o mesmo valor absoluto nas duas funções, pelo que:



$$h(x) = -3x^2$$

Resposta: **Opção D**

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

15. Como o triângulo $[OAB]$ é retângulo em B, a sua área é igual a 32 e $\overline{BA} = 2$, podemos calcular $\overline{BO}$:

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{BA} \times \overline{BO}}{2} \Leftrightarrow 32 = \frac{\overline{BO} \times 2}{2} \Leftrightarrow 32 = \overline{BO}$$

Como as ordenadas dos pontos A e B são iguais, temos que as coordenadas do ponto A são $A(2{,}32)$.
Como o ponto A pertence ao gráfico de f e a função f é definida por $f(x) = ax^2$, substituindo as coordenadas do ponto A na expressão da função f, podemos determinar o valor de a:

$$32 = a \times (2)^2 \Leftrightarrow 32 = a \times 4 \Leftrightarrow \frac{32}{4} = a \Leftrightarrow 8 = a$$

Teste intermédio 9.ºano - 12.04.2013