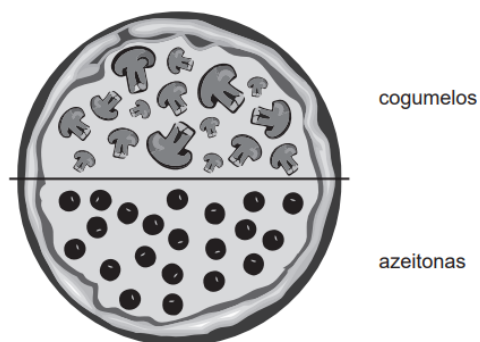


M.A.C.S. (10.º ano)  
**Teoria da partilha (caso contínuo)**

Exercícios de Provas Nacionais

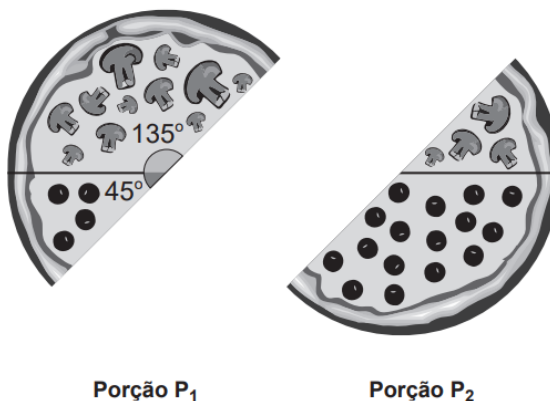


1. O José e a irmã pediram uma *pizza* enquanto desfrutavam da piscina do navio de cruzeiro. A *pizza* pedida, além de outros ingredientes, tinha numa metade cogumelos e, na outra, azeitonas, como se ilustra na figura ao lado.



A irmã do José dividiu a *pizza* em duas porções que, para ela, tinham o mesmo valor monetário.

Na figura seguinte, apresenta-se a divisão em duas porções de igual tamanho,  $P_1$  e  $P_2$ , efetuada pela irmã do José.



O José, que atribui à parte com cogumelos, representada na primeira figura, o dobro do valor monetário que atribui à parte com azeitonas, escolheu a porção  $P_1$  e lembrou-se de determinar o valor monetário da porção que escolheu.

Admita que o preço da *pizza* é 42 euros.

Indique o valor monetário atribuído pelo José à porção que selecionou.

2. A Lara, o Manuel, a Paula, o Vasco e o Tomás são os responsáveis pela inspeção diária do recinto do parque de campismo. Para rentabilizar o seu trabalho, decidem dividir o recinto em cinco parcelas, ficando cada um responsável pela inspeção de uma parcela. De modo a realizar uma divisão do trabalho que cada um considerasse justa, aplicaram o algoritmo a seguir descrito.

1.º passo: Atribui-se, aleatoriamente, uma ordem aos responsáveis. Considere-se que a ordem atribuída foi A, B, C, D e E.

2.º passo: O responsável A delimita uma parcela do mapa do recinto que considera corresponder a  $\frac{1}{5}$  do total, visto serem cinco os intervenientes iniciais, e entrega a parcela em causa ao responsável B.

3.º passo: O responsável B pronuncia-se, concordando com a divisão efetuada ou dela discordando:

- se considera que a parcela que lhe foi entregue é  $\frac{1}{5}$  do mapa (ou menos), passa a vez ao responsável seguinte, entregando-lhe a parcela em causa;
- se considera que a parcela que lhe foi entregue é mais do que  $\frac{1}{5}$  do mapa, retifica-a (retirando-lhe uma parte) e passa a vez ao responsável seguinte, entregando-lhe a parcela em causa.

4.º passo: O responsável C repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao responsável D.

5.º passo: O responsável D repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao responsável E.

6.º passo: O responsável E pronuncia-se:

- se concorda com a divisão efetuada, atribui a parcela resultante de todo este processo ao último responsável que tenha retificado a parcela ou, caso ninguém a tenha retificado, entrega-a ao responsável A;
- se discorda da divisão efetuada, retifica a parcela, e esta é-lhe entregue; termina assim a primeira volta, saindo o responsável que acabou de receber a parcela.

7.º passo: A segunda volta faz-se com o que resta do mapa e inicia-se no responsável a seguir ao que acabou de receber a parcela na volta anterior, mantendo-se a ordem entre os restantes responsáveis.

8.º passo: Realizam-se as voltas necessárias, sempre com um responsável a menos do que na volta anterior, até que restem apenas dois responsáveis. Quando isso acontecer, um divide e o outro escolhe. Termina, assim, a divisão do mapa do recinto pelos cinco responsáveis.

Para a divisão do mapa, a ordem atribuída aleatoriamente foi: Manuel, Tomás, Lara, Vasco e Paula.

Admita que:

- a segunda volta se iniciou com a Lara;
- na segunda volta, a parcela foi atribuída ao Vasco;
- na terceira volta, houve retificações por parte de dois responsáveis.

Associe a cada um dos nomes apresentados na Coluna I as afirmações da Coluna II que lhe correspondem por aplicação do algoritmo.

Cada uma das afirmações, de 1 a 7, deve ser associada apenas a um dos nomes e todas as afirmações devem ser utilizadas.



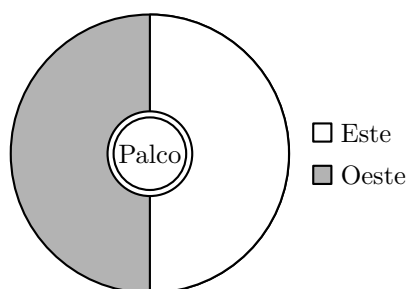
Escreva na folha de respostas cada nome da Coluna I seguido do(s) número(s) correspondente(s) da Coluna II.

COLUNA I	COLUNA II
Lara Paula Tomás	(1) Na primeira volta, foi-lhe atribuída uma parcela do mapa do recinto. (2) Na segunda volta, foi o responsável a pronunciar-se após a parcela ter sido retificada. (3) Inicia a terceira volta. (4) Na terceira volta, foi-lhe atribuída uma parcela do mapa do recinto. (5) Na terceira volta, retificou a parcela. (6) Nunca retificou qualquer parcela. (7) Nunca iniciou qualquer volta.

Exame – 2022, 2.ª Fase



3. Na figura seguinte, apresenta-se um esquema de um anfiteatro, de forma aproximadamente circular, cujo palco, também circular, está inserido no centro da plateia. O anfiteatro está dividido em duas partes iguais, a metade Oeste, representada a cinzento, e a metade Este, representada a branco.



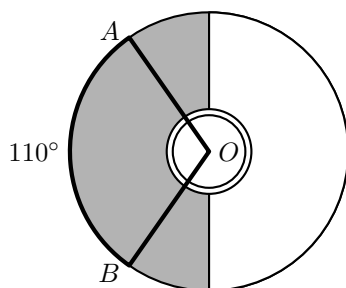
Neste anfiteatro, decorreu um espetáculo com a lotação esgotada.

Admita que os bilhetes dos lugares da metade Oeste do anfiteatro foram vendidos a um quarto do valor dos bilhetes da metade Este.

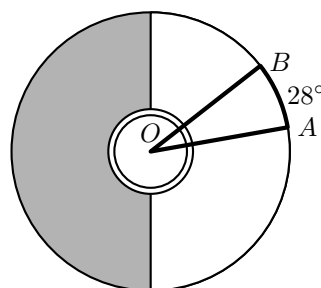
Em cada uma das opções seguintes, está realçado um sector circular  $AOB$ , que corresponde a uma parte do anfiteatro.

Em qual das opções está representado o sector circular  $AOB$  que permite obter maior receita de bilheteira?

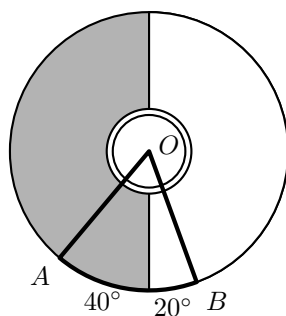
(A)



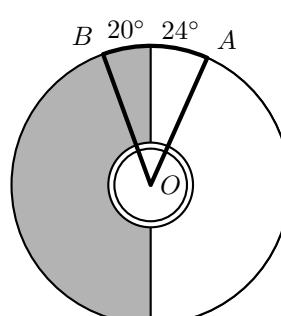
(B)



(C)



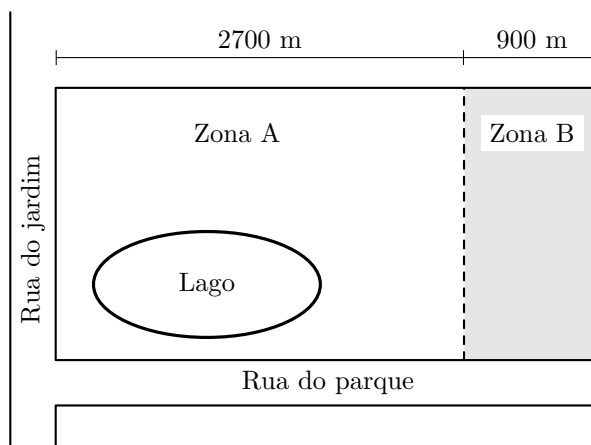
(D)



Exame – 2021, 2.<sup>a</sup> Fase

4. A Paula, o Rui e o Xavier participaram no projeto de limpeza do parque municipal de Avelares, promovido pela câmara municipal. A limpeza do parque requer semanalmente 36 horas de trabalho. Cada um dos três amigos ficou responsável por uma fração do parque que corresponde a um terço do número de horas necessárias para a sua limpeza.

Na figura seguinte, está representado um esquema do parque municipal, dividido nas zonas A e B.



O esquema do parque foi dividido em três frações retangulares, através de duas linhas perpendiculares à Rua do Parque. A Paula ficou responsável pela limpeza da fração delimitada pela Rua do Jardim e por uma das linhas marcadas, o Rui ficou responsável pela fração delimitada pelas duas linhas marcadas e o Xavier ficou com a fração restante.

Por diversos fatores, o número de horas necessário para a limpeza semanal da zona B do parque é o triplo do número de horas necessárias para a limpeza da zona A.

Determine o comprimento do lado de cada uma das frações retangulares atribuídas a cada um dos amigos.

Exame – 2020, Ép. especial



5. A Maria, o Carlos, a Elsa, o Pedro e a Sara pretendem visitar França durante o seu *Interrail*. Para prepararem a viagem, decidem pesquisar sobre o país. Como todos querem dar o seu contributo na pesquisa e têm pouco tempo para a realizar, decidem dividir o mapa do país em cinco parcelas, ficando cada um responsável pela recolha de informação sobre uma das parcelas.

Os cinco amigos acordaram entre si que o algoritmo a seguir descrito proporcionaria uma divisão justa do mapa do país.

1.º passo: Atribui-se, aleatoriamente, uma ordem aos amigos. Considere-se que a ordem atribuída foi A, B, C, D e E.

2.º passo: O amigo A delimita uma parcela do mapa que considera corresponder a  $\frac{1}{5}$  do total, visto serem cinco os intervenientes iniciais, e entrega a parcela em causa ao amigo B.

3.º passo: O amigo B pronuncia-se, concordando com a divisão efetuada ou dela discordando:

- se considera que a parcela que lhe foi entregue é  $\frac{1}{5}$  do mapa (ou menos), passa a vez ao amigo seguinte, entregando-lhe a parcela em causa;
- se considera que a parcela que lhe foi entregue é mais do que  $\frac{1}{5}$  do mapa, retifica-a (retirando-lhe uma parte) e passa a vez ao amigo seguinte, entregando-lhe a parcela em causa.

4.º passo: O amigo C repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao amigo D.

5.º passo: O amigo D repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao amigo E.

6.º passo: O amigo E pronuncia-se:

- se concorda com a divisão efetuada, atribui a parcela resultante de todo este processo ao último amigo que tenha retificado a parcela, ou, se ninguém a tiver retificado, entrega-a ao amigo A;
- se discorda da divisão efetuada, retifica a parcela, e esta é-lhe entregue.

Termina assim a primeira volta, saindo o amigo que acabou de receber a parcela.

7.º passo: A segunda volta faz-se com o que resta do mapa e inicia-se no amigo a seguir ao que acabou de receber a parcela na volta anterior, mantendo-se a ordem entre os restantes amigos.

8.º passo: Realizam-se as voltas necessárias, sempre com um amigo a menos do que na volta anterior, até que restem apenas dois amigos. Quando isso acontecer, um divide e o outro escolhe. Termina, assim, a divisão do mapa pelos cinco amigos.

Para a divisão do mapa, a ordem atribuída aleatoriamente foi: Carlos, Maria, Elsa, Pedro e Sara.

Admita que:

- na primeira volta, apenas a Elsa e o Pedro retificaram a parcela do mapa;
- a Elsa não voltou a retificar;
- o Carlos só retificou uma vez, quando a Elsa começou a volta;
- a Elsa começou a 3.ª volta.

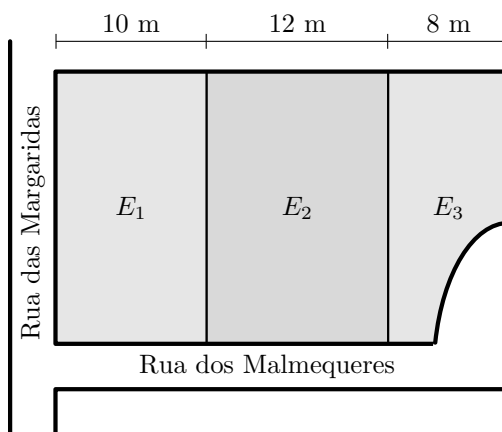
Identifique, justificando, os amigos a quem foram atribuídas parcelas do mapa nas primeiras três voltas.



6. A administração do Centro Comercial Futuro pretende arrendar, por 1650 euros mensais, uma área comercial que está dividida em três espaços,  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ .

Devido à forma irregular e ao facto de a localização das montras não ser uniforme, cada um dos espaços,  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ , foi objeto de uma avaliação diferente.

Na figura seguinte, apresenta-se um esquema dessa área comercial, indicando-se a medida da largura, em metros, de cada um dos espaços.



Admita que:

- o espaço  $E_1$  tem 10 metros de largura e está avaliado em 40% do valor do arrendamento da área;
- o espaço  $E_2$  tem 12 metros de largura e está avaliado em 40% do valor do arrendamento da área;
- o espaço  $E_3$  tem 8 metros de largura e está avaliado em 20% do valor do arrendamento da área.

A área comercial será partilhada por dois lojistas, a Cristina e o Jorge, que pretendem dividi-la entre si de modo a que a Cristina fique com uma parcela cujo valor monetário do arrendamento seja o dobro do valor monetário do arrendamento a pagar pelo Jorge.

A divisão da área comercial será realizada traçando, no esquema, uma linha perpendicular à Rua dos Malmequeres, ficando a Cristina com a parte da zona comercial delimitada pela Rua das Margaridas e pela linha marcada.

Determine a largura, em metros, da parcela da zona comercial destinada a Cristina.

Exame – 2019, Ép. especial



7. O diretor da companhia de teatro, Carlos, e os seus dois irmãos, Ana e Bruno, herdaram uma ilha avaliada em 270 000 PRC (moeda local), sendo a metade sul da ilha avaliada num valor correspondente ao dobro do valor da metade norte.

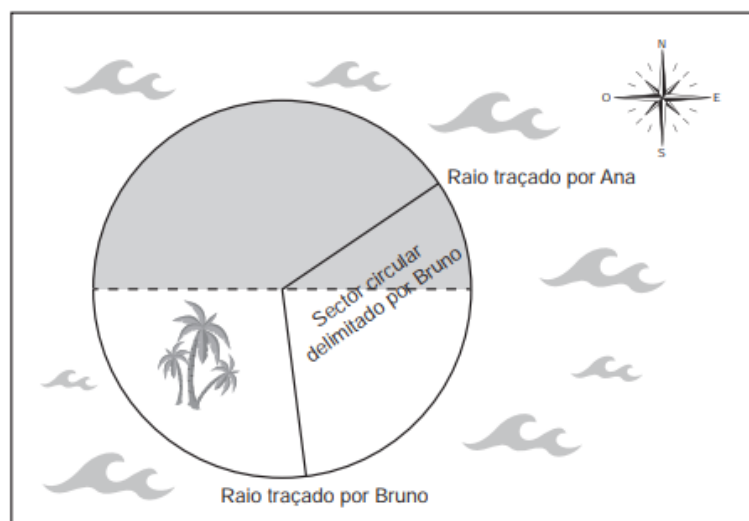
A ilha tem uma forma aproximadamente circular. Os três irmãos pretendem dividi-la de modo a que cada um fique com uma parcela da ilha correspondente a um terço do seu valor monetário.

Os irmãos decidiram que caberá a Ana dar início à divisão, traçando, num mapa da ilha, um raio. Em seguida, caberá a Bruno, progredindo no sentido dos ponteiros do relógio, traçar um outro raio, de modo a delimitar um sector circular que ele considere resultar de uma divisão justa da ilha. Em seguida, Carlos, progredindo também no sentido dos ponteiros do relógio, delimitará outro sector circular, adjacente ao sector circular delimitado por Bruno.

Completada a divisão da ilha em três sectores circulares, Ana escolherá um destes, Bruno escolherá um dos dois sectores restantes, ficando Carlos com o sector que resta.

Na figura seguinte, estão representados:

- um mapa da ilha herdada pelos três irmãos, em que a parte a cinzento representa a metade norte e a parte a branco representa a metade sul;
- os raios traçados por Ana e por Bruno;
- o sector circular delimitado pelos dois raios anteriores, correspondente à parte da ilha que Bruno considera resultar de uma divisão justa.



A parte a cinzento do sector circular delimitado por Bruno tem o valor de 15 000 PRC.

Determine a amplitude total, em graus, do sector circular delimitado por Bruno.

Exame – 2018, 2.<sup>a</sup> Fase





8. Uma área do recinto do MaréFest será dividida por cinco dos seus patrocinadores, para promoção dos seus produtos. Os cinco representantes dos patrocinadores, Santos, Fernão, Barros, Lemos e Gomes, acordaram entre si que o algoritmo a seguir descreveria uma divisão justa dessa área.

1.º passo: Atribui-se, aleatoriamente, uma ordem aos representantes. Considere-se que a ordem atribuída foi A, B, C, D e E.

2.º passo: O representante A escolhe uma parcela do recinto que considera corresponder a  $\frac{1}{5}$  do total.

3.º passo: O representante B pronuncia-se, concordando com a divisão efetuada ou dela discordando:

- se considera que a parcela escolhida pelo representante A é  $\frac{1}{5}$  do recinto (ou menos), passa a vez ao representante seguinte;
- se considera que a parcela escolhida pelo representante A é mais do que  $\frac{1}{5}$  do recinto, retifica (retirando-lhe uma parte) e passa a vez ao representante seguinte.

4.º passo: O representante C repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao representante D.

5.º passo: O representante D repete o procedimento do 3.º passo e entrega a parcela em causa ao representante E.

6.º passo: O representante E procede também como se indica no 3.º passo e atribui a parcela resultante de todo este processo ao último representante que a retificou, ou, se ninguém a tiver retificado, entrega-a ao representante A.

Termina assim a primeira volta.

7.º passo: A segunda volta começa com o que resta do recinto e com menos um representante (aquele que recebeu a sua parcela no passo anterior) e inicia-se no representante a seguir ao que acabou de receber a parcela na volta anterior.

8.º passo: Realizam-se as voltas necessárias até que restem apenas dois representantes. Quando isso acontecer, um divide e o outro escolhe.

A ordem para a divisão do recinto, atribuída aleatoriamente, foi Barros, Fernão, Gomes, Lemos e Santos.

Na primeira volta, apenas Gomes retificou a parcela do recinto, na segunda ninguém o fez e na terceira volta retificaram Fernão e Barros.

Identifique, justificando, os representantes a quem foram atribuídas parcelas do recinto nas primeiras três voltas.

Exame – 2016, 1.ª Fase

