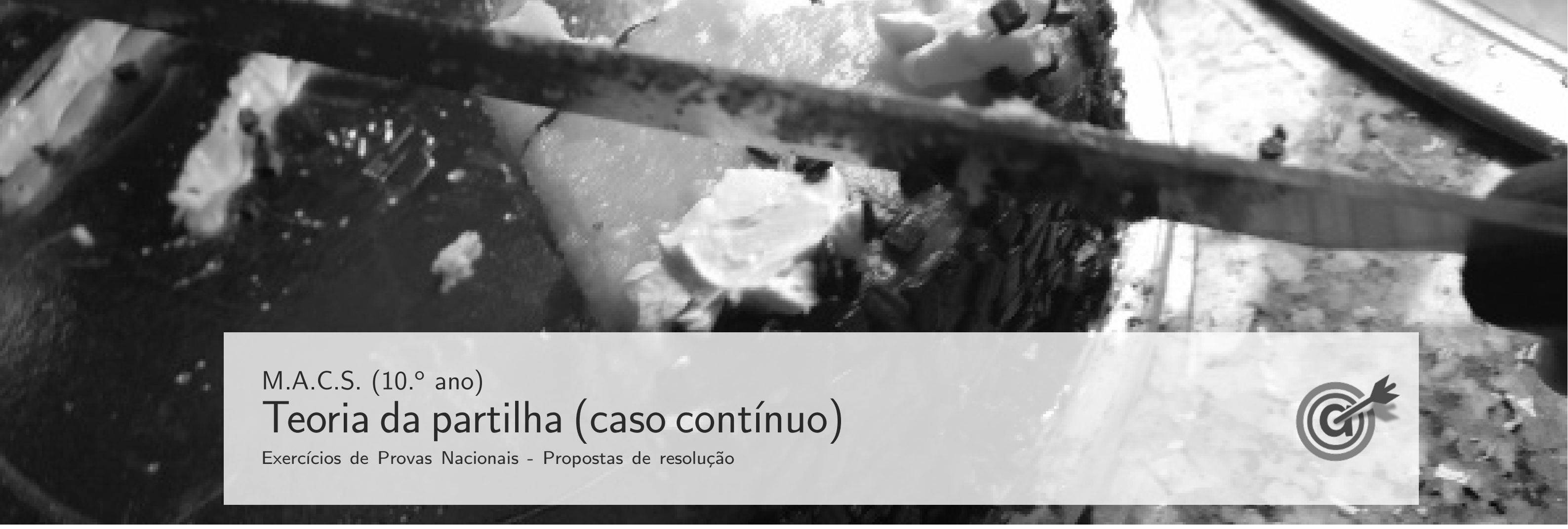


M.A.C.S. (10.º ano)

Teoria da partilha (caso contínuo)

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

1. Como o José atribui à parte com cogumelos o dobro do valor monetário que atribui à parte com azeitonas, o valor da *pizza* pode ser dividido em 3 terços (2 terços para a parte com cogumelos e 1 terço para a parte com azeitonas). Logo, o valor da *pizza* pode ser dividido em:

   - parte dos cogumelos (V_C): $\frac{2}{3} \times 42 = 28$ euros (correspondente a um setor de 180°)
   - parte das azeitonas (V_A): $\frac{1}{3} \times 42 = 14$ euros (correspondente a um setor de 180°)

   Assim, relacionado o valor monetário de cada uma das partes da porção P_1 como o valor total de cada uma das partes da *pizza*, temos:

   - parte dos cogumelos: $\frac{V_C}{28} = \frac{135}{180} \Leftrightarrow V_C = \frac{135 \times 28}{180} \Leftrightarrow V_C = 21$ euros
   - parte das azeitonas: $\frac{V_A}{14} = \frac{45}{180} \Leftrightarrow V_A = \frac{45 \times 14}{180} \Leftrightarrow V_A = 3{,}5$ euros

   Desta forma, temos que e o valor monetário atribuído pelo José à porção P_1, é:

   $$V_C + V_A = 21 + 3{,}5 = 24{,}5 \text{ euros}$$

Exame – 2023, 2.ª Fase

2. De acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

Primeira volta					
Ordem	Manuel	Tomás	Lara	Vasco	Paula
Retificou		✓			
Parcela atribuída		✓			

(Como a Lara começou a segunda volta, a parcela foi atribuída ao Tomás na primeira volta)

Segunda volta				
Ordem	Lara	Vasco	Paula	Manuel
Retificou		✓		
Parcela atribuída		✓		

(Na segunda volta a parcela foi atribuída ao Vasco)

Terceira volta			
Ordem	Paula	Manuel	Lara
Retificou		✓	✓
Parcela atribuída			✓

(Como na terceira volta houve retificações por parte de dois responsáveis, foram o Manuel e Lara, e a parcela foi atribuída à Lara por estar no papel do responsável E)

Assim, temos que:

- (1) Na primeira volta, a parcela foi atribuída ao **Tomás**.
- (2) Na segunda volta, a **Paula** e o **Manuel** pronunciaram-se, concordando com a divisão, após a parcela ter sido retificada pelo Vasco.
- (3) A **Paula** iniciou a terceira volta.
- (4) Na terceira volta, foi atribuída uma parcela do mapa do recinto à **Lara**.
- (5) Na terceira volta, o **Manuel** e a **Lara** retificaram a parcela.
- (6) A **Paula** nunca retificou qualquer parcela.
- (7) O **Tomás** nunca iniciou qualquer volta.

Ou seja, as afirmações correspondentes a cada um dos responsáveis indicados são:

- **Lara**: 4,5
- **Paula**: 2,3,6
- **Tomás**: 1,7

Exame – 2022, 2.ª Fase

3. Como os bilhetes dos lugares da metade Oeste do anfiteatro foram vendidos a um quarto do valor dos bilhetes da metade Este, podemos dividir a receita de Bilheteira em 5 partes iguais, correspondendo uma dessas partes à metade Oeste do anfiteatro que representa um sector circular com 180° de amplitude.

   Assim a receita correspondente a cada um dos sectores circulares de cada opção é:

   - Opção A: Como neste sector 180° corresponde $\frac{1}{5}$ do total da receita, então a parte x da receita total, correspondente a 110°, é:

   $$\frac{180}{110} = \frac{\frac{1}{5}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{110 \times 1}{5}}{180} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{110}{5}}{180} \Leftrightarrow x = \frac{110}{900} \Rightarrow x \approx 0{,}122$$

   - Opção B: Como neste sector 180° corresponde $\frac{4}{5}$ do total da receita, então a parte x da receita total, correspondente a 28°, é:

   $$\frac{180}{28} = \frac{\frac{4}{5}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{28 \times 4}{5}}{180} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{112}{5}}{180} \Leftrightarrow x = \frac{112}{900} \Rightarrow x \approx 0{,}124$$

   - Opção C: Somando as receitas de cada uma das partes, a e b, deste sector circular, a parte x da receita total, correspondente é:

   $$\frac{180}{40} = \frac{\frac{1}{5}}{a} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{40 \times 1}{5}}{180} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{40}{5}}{180} \Leftrightarrow a = \frac{40}{900}$$

   $$\frac{180}{20} = \frac{\frac{4}{5}}{b} \Leftrightarrow b = \frac{\frac{20 \times 4}{5}}{180} \Leftrightarrow b = \frac{\frac{80}{5}}{180} \Leftrightarrow b = \frac{80}{900}$$

   $$x = a + b = \frac{40}{900} + \frac{80}{900} = \frac{120}{900} \approx 0{,}133$$

   - Opção D: Somando as receitas de cada uma das partes, a e b, deste sector circular, a parte x da receita total, correspondente é:

   $$\frac{180}{20} = \frac{\frac{1}{5}}{a} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{20 \times 1}{5}}{180} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{20}{5}}{180} \Leftrightarrow a = \frac{20}{900}$$

   $$\frac{180}{24} = \frac{\frac{4}{5}}{b} \Leftrightarrow b = \frac{\frac{24 \times 4}{5}}{180} \Leftrightarrow b = \frac{\frac{96}{5}}{180} \Leftrightarrow b = \frac{96}{900}$$

   $$x = a + b = \frac{20}{900} + \frac{96}{900} = \frac{116}{900} \approx 0{,}129$$

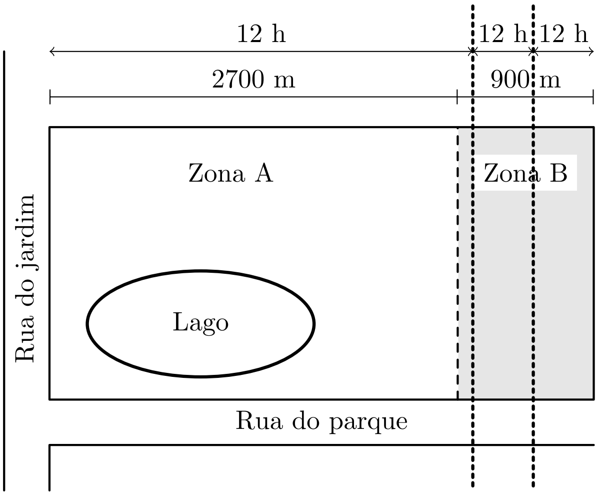
   Assim, podemos observar que o sector circular a que corresponde a maior receita é o que está representado na opção (C).

   Resposta: **Opção C**

   Exame – 2021, 2.ª Fase

4. Como o número de horas necessário para a limpeza semanal da zona B do parque é o triplo do número de horas necessárias para a limpeza da zona A, e no total são necessárias 36 horas, $\frac{1}{4}$ deste tempo é destinado à zona A ($\frac{1}{4} \times 36 = 9$ horas) e $\frac{3}{4}$ deste tempo é destinado à zona B ($\frac{3}{4} \times 36 = 27$ horas).

Como se pretende dividir o parque em três frações retangulares corresponde a um terço do número de horas necessárias para a sua limpeza, ou seja, correspondente a $\frac{1}{3} \times 36 = 12$ horas, então a zona B deverá ser dividida em três partes, duas correspondentes a 12 horas cada e uma terceira para acrescentar 3 horas às 9 horas necessárias para limpar a zona A.



Como a zona B tem 900 metros e demora 27 horas a limpar, cada metro demora $\frac{900}{27}$ horas a limpar, pelo que:

- 3 horas correspondem a $3 \times \frac{900}{27} = 100$ metros
- 12 horas correspondem a $12 \times \frac{900}{27} = 400$ metros

Assim, temos que:

- a Paula deve ficar responsável pela limpeza de toda a zona A e 100 metros da zona B, ou seja, por um comprimento total de 2800 metros a partir da rua do jardim;
- o Rui deve assumir a região central da zona B com um comprimento de 400 metros;
- o Xavier ficará responsável pela região mais afastada da rua do jardim, na zona B, também com um comprimento de 400 metros.

Exame – 2020, Ép. especial

5. De acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

1.ª volta					
Ordem	Carlos	Maria	Elsa	Pedro	Sara
Retificou			✓	✓	
Parcela atribuída				✓	

(Como na primeira volta, apenas a Elsa e o Pedro retificaram a parcela do mapa, a parcela foi atríbuída ao Pedro)

2.ª volta				
Ordem	Sara	Carlos	Maria	Elsa
Retificou				
Parcela atribuída			✓	

(Como a Elsa começou a 3.ª volta, a parcela foi atribuída à Maria na 2.ª volta)

3.ª volta			
Ordem	Elsa	Sara	Carlos
Retificou			✓
Parcela atribuída			✓

(Como o Carlos só retificou uma vez, quando a Elsa começou a volta, e nesta volta era o último, a retificação resulta na atribuição ao próprio Carlos)

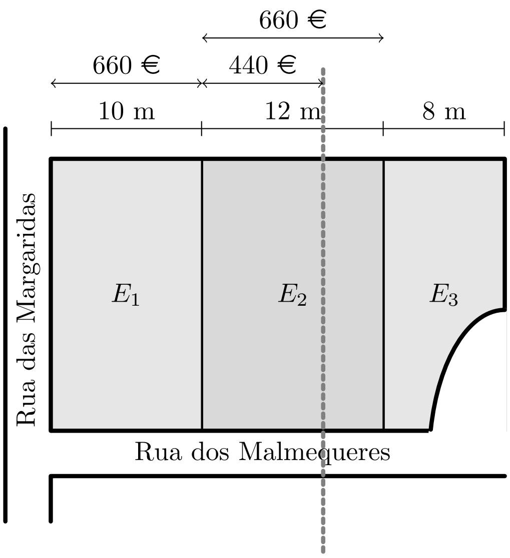
Assim, os amigos a quem foram atribuídas parcelas do mapa nas primeiras três voltas são:

- 1.ª etapa: Pedro
- 2.ª etapa: Maria
- 3.ª etapa: Carlos

Exame – 2020, 2.ª Fase

6. Como se pretende que a Cristina fique com uma parcela cujo valor monetário do arrendamento seja o dobro do valor monetário do arrendamento a pagar pelo Jorge, a parcela da Cristina deve ter um valor monetário de $\frac{2}{3}$ do total, ou seja, $\frac{2}{3} \times 1650 = 1100$ euros, e a parcela do Jorge deve ter o valor monetário de $\frac{1}{3}$ do total, ou seja, $\frac{1}{3} \times 1650 = 550$ euros.

Assim, a parcela da Cristina deverá composta pela totalidade do espaço E_1, avaliado em 40% do total, ou seja, $0{,}4 \times 1650 = 660$ euros, e mais a parte do espaço E_2 cujo valor monetário corresponda a $1100 - 660 = 440$ euros, como se indica na figura ao lado.



Logo, como a avaliação do espaço E_2 é 40% do total, ou seja, $0{,}4 \times 1650 = 660$ euros, e corresponde a 12 metros, estabelecendo a proporção da parte avaliada em 440 euros, temos:

$$\frac{660}{440} = \frac{12}{p} \Leftrightarrow p = \frac{12 \times 440}{660} \Leftrightarrow p = 8 \text{ metros}$$

Desta forma a parcela destinada à Cristina será composta pela totalidade do espaço E_1 (com a largura de 10 metros) e uma parcela de 8 metros do espaço E_2, totalizando um espaço comercial com a largura de $10 + 8 = 18$ metros.

Exame – 2019, Ép. especial

7. Como o valor total da ilha é 270 000 PRC, e a metade sul da ilha está avaliada num valor correspondente ao dobro do valor da metade norte, a avaliação total divide-se em $\frac{2}{3}$ para a metade sul e $\frac{1}{3}$ para a metade norte, ou seja:

- Metade sul: $\frac{2}{3} \times 270\,000 = 180\,000$ PRC
- Metade norte: $\frac{1}{3} \times 270\,000 = 90\,000$ PRC

Como a parte da metade norte do setor delimitado por Bruno tem um valor de 15 000 PRC, podemos calcular a amplitude do setor da parte norte delimitado por Bruno:

$$\frac{180^\circ}{x} = \frac{90\,000}{15\,000} \Leftrightarrow 180^\circ \times 15\,000 = x \times 90\,000 \Leftrightarrow \frac{270\,000}{90\,000} = x \Leftrightarrow x = 30^\circ$$

Como o Bruno considera justo receber $\frac{1}{3}$ do valor da ilha, ou seja $\frac{1}{3} \times 270\,000 = 90\,000$ PRC, deverá receber da parte sul, um setor com o valor de $90\,000 - 15\,000 = 75\,000$ PRC, pelo que a respetiva amplitude é:

$$\frac{180^\circ}{y} = \frac{180\,000}{75\,000} \Leftrightarrow 180^\circ \times 75\,000 = y \times 180\,000 \Leftrightarrow \frac{13\,500\,000}{180\,000} = y \Leftrightarrow y = 75^\circ$$

Assim, a amplitude total, em graus, do sector circular delimitado por Bruno é:

$$x + y = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

Exame – 2018, 2.ª Fase

8. De acordo com o algoritmo, e após a ordenação aleatória, como Gomes foi o único que retificou a parcela, temos que a **primeira volta** decorreu da forma seguinte:

   - Barros escolheu uma parcela.
   - Fernão não retificou e passou a parcela a Gomes.
   - Gomes **retificou** a parcela e passou-a a Lemos.
   - Lemos não retificou e **atribui** a parcela a Gomes (porque foi o último que a retificou).

   Como, na **segunda volta** ninguém retificou a parcela, esta volta decorreu da forma seguinte:

   - Lemos escolheu uma parcela, por ser o representante a seguir a Gomes.
   - Santos não retificou e passou a parcela a Barros.
   - Barros não retificou e passou a parcela a Fernão.
   - Fernão não retificou e **atribui** a parcela a Lemos (porque foi o primeiro desta volta).

   Como, na **terceira volta** Fernão e Barros retificaram a parcela, esta volta decorreu da forma seguinte:

   - Santos escolheu uma parcela, por ser o representante a seguir a Lemos.
   - Barros **retificou** a parcela e passou-a a Fernão.
   - Fernão **retificou** a parcela e passou-a a Santos.
   - Santos não retificou e **atribui** a parcela a Fernão (porque foi o último que a retificou).

   Assim, nas primeiras três voltas os representantes a quem foram atribuídas parcelas foram: Gomes (primeira volta); Lemos (segunda volta) e Fernão (terceira volta).

Exame – 2016, 1.ª Fase