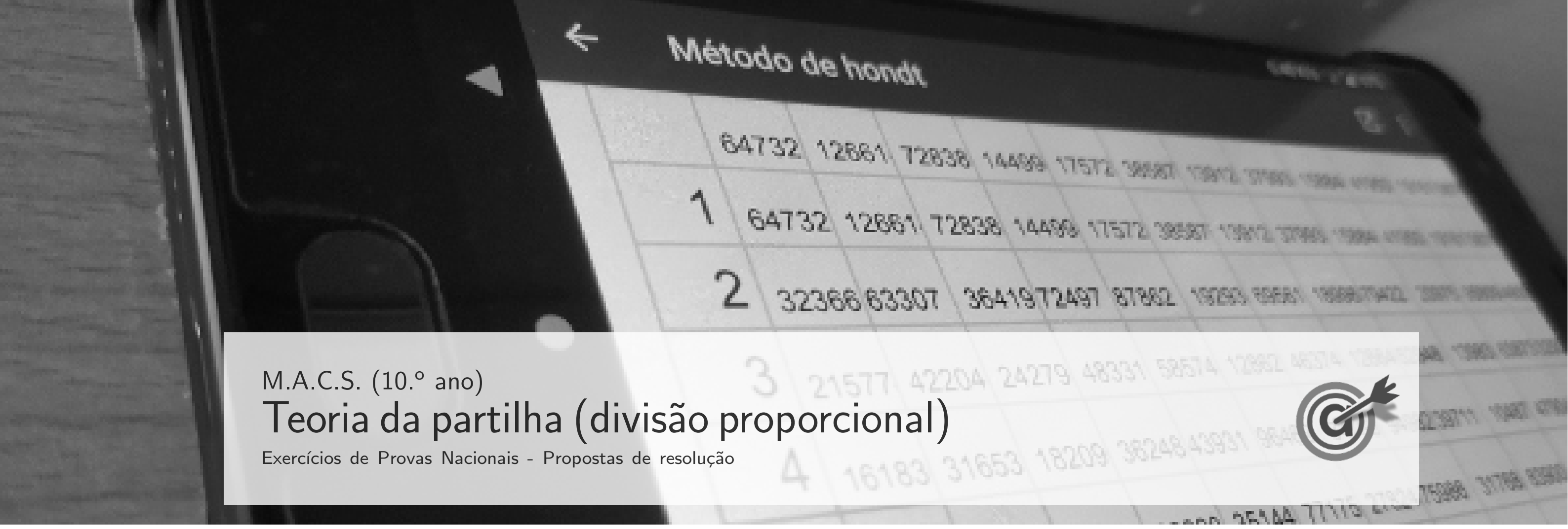

M.A.C.S. (10.º ano)

Teoria da partilha (divisão proporcional)

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução

1. Pela observação da informação representada na figura, sabemos que o número de inscrições por cada zona, é:

   - Zona Norte: $4 \times 10 = 40$ pessoas inscritas;
   - Zona Centro: $3{,}5 \times 10 = 35$ pessoas inscritas;
   - Zona Sul: $3 \times 10 = 30$ pessoas inscritas.

   Assim, aplicando o método descrito, temos que:

	Zona Norte	**Zona Centro**	**Zona Sul**
Número de inscrições	40	35	30
Divisor padrão	$\frac{105}{15} = 7$		
Quota padrão	$\frac{40}{7} \approx 5{,}7$	$\frac{35}{7} = 5$	$\frac{30}{7} \approx 4{,}3$
Primeira atribuição	–	5	–
L	5	–	4
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{5 \times 6} = \sqrt{30} \approx 5{,}5$	–	$\sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20} \approx 4{,}5$
Quota modificada	$5 + 1 = 6$	—	4

   Desta forma, a comissão deve ser constituída por:

   - 6 moradores da Zona Norte;
   - 5 moradores da Zona Centro;
   - 4 moradores Zona Sul.

Exame – 2023, 1.ª Fase

2.

2.1. Como os 268 convites destinados ao núcleo A, devem ser distribuídos, de forma diretamente proporcional ao número de sócios, pelos outros dois núcleos, temos que o número de sócios dos núcleos B e C, é:

$$1152 + 395 = 1547$$

Pelo que, calculando a proporção c, dos 268 convites, correspondente ao núcleo C, temos:

$$\frac{1547}{268} = \frac{395}{c} \Leftrightarrow c = \frac{395 \times 268}{1547} \Rightarrow c \approx 68{,}4$$

Assim, temos que o número de convites que seriam atribuídos ao núcleo C, dos que foram dispensados pelo núcleo A, é 68.

Resposta: **Opção C**

2.2. Aplicando o método descrito, temos que:

	A	**B**	**C**
Número de sócios	939	1159	395
Total de sócios	$939 + 1150 + 395 = 2493$		
Divisor padrão	$\frac{2493}{710} \approx 3{,}51$		
Quota padrão	$\frac{939}{3{,}51} \approx 267{,}52$	$\frac{1159}{3{,}5} \approx 330{,}20$	$\frac{395}{5{,}31} \approx 112{,}54$
Primeira atribuição	267	330	112
Total provisório	$267 + 330 + 112 = 709$		
Segunda atribuição	0	0	1

Assim, temos que o número de convites que cada núcleo recebeu, é:

- Núcleo A: 267 convites
- Núcleo B: 330 convites
- Núcleo C: $112 + 1 = 113$ convites

Exame – 2022, Ép. especial

3. Aplicando o método descrito em primeiro lugar, temos:

Grupo	B	C	P	R
N.º de alunos	430	1020	850	200
Divisão por 1	430	1020	850	200
Divisão por 2	$\frac{430}{2} = 215$	$\frac{1020}{2} = 510$	$\frac{850}{2} = 425$	
Divisão por 3	$\frac{430}{3} \approx 143{,}3$	$\frac{1020}{3} = 340$	$\frac{850}{3} \approx 283{,}3$	
Divisão por 4		$\frac{1020}{4} = 255$	$\frac{850}{4} = 212{,}5$	
Divisão por 5		$\frac{1020}{5} = 204$	$\frac{850}{5} = 170$	

Ordenando os quocientes e atribuindo os convites ao grupo a que correspondem os quocientes ordenados, temos:

- Grupo B: 2 convites
- Grupo C: 4 convites
- Grupo P: 4 convites
- Grupo R: 0 convites

Fazendo a distribuição na proporção direta e comparando com a distribuição anterior, temos:

Grupo	B	C	P	R
Proporção direta	$\frac{430}{2500} \times 10 = 1{,}72$	$\frac{1020}{2500} \times 10 = 4{,}08$	$\frac{850}{2500} \times 10 = 3{,}4$	$\frac{200}{2500} \times 10 = 0{,}8$
Convites (proporção direta)	2	4	3	1
Convites (primeiro método)	2	4	4	0

Assim, podemos verificar que a adoção do segundo método proposto não implicaria alterações para os grupos B e C, seria desvantajoso para o grupo P e seria vantajoso para o grupo R, sendo este último o único com vantagem na aplicação do segundo método.

Exame – 2021, 2.ª Fase

4. Aplicando o método descrito, temos:

Lista	**A**	**B**	**C**	**D**
Votos	1505	2295	1750	1650
N.º total de votos	$1505 + 2295 + 1750 + 1650 = 7200$			
Divisor padrão	$\frac{7200}{24} = 300$			
Quota inferior	$\frac{1505}{300} \approx 5$	$\frac{2295}{300} \approx 7$	$\frac{1750}{300} \approx 5$	$\frac{1650}{300} \approx 5$
Soma das quotas inferiores	$5 + 7 + 5 + 5 = 22$ (inferior a 24)			
Divisor modificado	$300 - 10 = 290$			
Quota inferior modificada	$\frac{1505}{290} \approx 5$	$\frac{2295}{290} \approx 7$	$\frac{1750}{290} \approx 6$	$\frac{1650}{290} \approx 5$
Soma das quotas inferiores modificadas	$5 + 7 + 6 + 5 = 23$ (inferior a 24)			
Divisor modificado	$300 - 2 \times 10 = 280$			
Quota inferior modificada	$\frac{1505}{280} \approx 5$	$\frac{2295}{280} \approx 8$	$\frac{1750}{280} \approx 6$	$\frac{1650}{280} \approx 5$
Soma das quotas inferiores modificadas	$5 + 8 + 6 + 5 = 24$			

Assim, o número de elementos que cada lista conseguiu eleger para a nova equipa diretiva da ParaPagar, recorrendo ao método descrito, é:

- 5 elementos da lista A,
- 8 elementos da lista B,
- 6 elementos da lista C,
- 5 elementos da lista D.

Exame – 2021, 1.ª Fase

5. Aplicando o método descrito, temos:

Lista	X	Y	Z
Número de votos	142	231	425
Divisão por 1	142	231	425
Divisão por 3	$\frac{142}{3} \approx 47{,}3$	$\frac{231}{3} = 77$	$\frac{425}{3} \approx 141{,}7$
Divisão por 5		$\frac{231}{5} = 46{,}2$	$\frac{425}{5} = 85$
Divisão por 7			$\frac{425}{7} \approx 60{,}7$
Divisão por 9			$\frac{425}{9} \approx 47{,}2$

Desta forma, os quocientes obtidos, arredondados às unidades, por ordem decrescente, numa série de 7 termos, é:

$$425 > 231 > 142 > 142 > 85 > 77 > 61$$

E assim, a direção da AAA será constituída por sete elementos com a seguinte distribuição:

- Lista X: 1 elemento
- Lista Y: 2 elementos
- Lista Z: 4 elementos

Exame – 2020, Ép. especial

6.

6.1. Como o total de acionistas é $296+364+134 = 794$, a proporção de acionistas do grupo C é $\dfrac{134}{794} \approx 0{,}169$

Logo, a proporção correspondente dos 150 convites é $150 \times 0{,}169 = 25{,}35$, pelo que devem ser atribuídos 25 convites ao grupo C.

Resposta: **Opção B**

6.2. Aplicando o método descrito, temos que:

	A	B	C
Número de acionistas	296	364	134
Total de acionistas	$296 + 364 + 134 = 794$		
Divisor padrão	$\frac{794}{150} \approx 5{,}3$		
Quota padrão	$\frac{296}{5{,}3} \approx 55{,}8$	$\frac{364}{5{,}3} \approx 68{,}7$	$\frac{134}{5{,}3} \approx 25{,}3$
L	55	68	25
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{55 \times 56} \approx 55{,}5$	$\sqrt{68 \times 69} \approx 68{,}5$	$\sqrt{25 \times 26} \approx 25{,}5$
Quota arredondada	$55 + 1 = 56$	$68 + 1 = 69$	25
Soma das quotas arredondadas	$56 + 69 + 25 = 150$		

Assim, temos que o número de convites que cada grupo de investimento irá receber, é:

- Grupo A: 56 convites
- Grupo B: 69 convites
- Grupo C: 25 convites

Exame – 2019, Ép. especial

7. Aplicando o método descrito, temos:

Vídeo	A	B	C
Média do n.º de visualizações por hora	154	221	145
Quota (Q)	$\frac{154+221+145}{15+1} = \frac{520}{16} = 32{,}5$		
Divisão por Q	$\frac{154}{32{,}5} \approx 4{,}7$	$\frac{221}{32{,}5} = 6{,}8$	$\frac{145}{32{,}5} \approx 4{,}5$
1.ª atribuição (parte inteira do quociente)	4	6	4
Divisão pela parte inteira mais um	$\frac{154}{4+1} = 30{,}8$	$\frac{221}{6+1} \approx 31{,}6$	$\frac{145}{4+1} = 29$
2.ª atribuição (maior quociente)	0	1	0
N.º total de anúncios	$4 + 0 = 4$	$6 + 1 = 7$	$4 + 0 = 4$

Assim, dos 15 anúncios são atribuídos 7 anúncios ao vídeo B e os restantes são atribuídos em igual número aos vídeos A e C, ou seja, 4 anúncios para cada um destes dois vídeos.

Exame – 2019, 1.ª Fase

8.

8.1. Como o divisor padrão, que se supõe ser 166, se calcula dividindo o número total de eleitores do município, ou seja, $3306 + 514 + 697 + 463 = 4980$ por N, temos que:

$$166 = \frac{4980}{N} \Leftrightarrow N = \frac{4980}{166} \Leftrightarrow N = 30$$

Resposta: **Opção C**

8.2. Aplicando o método descrito, temos:

Freguesia	**A**	**B**	**C**	**D**
Número de eleitores	3306	514	697	463
Total de eleitores	$3306+514+697+463=4980$			
Divisor padrão	$\frac{4980}{28} \approx 177{,}9$			
Quota padrão	$\frac{3306}{177{,}9} \approx 18{,}6$	$\frac{514}{177{,}9} \approx 2{,}9$	$\frac{697}{177{,}9} \approx 3{,}9$	$\frac{463}{177{,}9} \approx 2{,}6$
Quota arredondada	$18+1=19$	$2+1=3$	$3+1=4$	$2+1=3$
Soma das quotas arredondadas	$19+3+4+3=29$			
Divisor modificado	$\frac{4980}{28}+10 \approx 187{,}9$			
Quota padrão modificada	$\frac{3306}{187{,}9} \approx 17{,}6$	$\frac{514}{187{,}9} \approx 2{,}7$	$\frac{697}{187{,}9} \approx 3{,}7$	$\frac{463}{187{,}9} \approx 2{,}5$
Quota arredondada modificada	$17+1=18$	$2+1=3$	$3+1=4$	$2+1=3$
Soma das quotas modificadas	$18+3+4+3=28$			

Assim, a comissão de festas resultante da aplicação do método descrito. é constituída por:

- 18 elementos da freguesia A,
- 3 elementos da freguesia B,
- 4 elementos da freguesia C,
- 3 elementos da freguesia D.

Exame – 2018, Ép. especial

9. Aplicando o método descrito, temos:

Cidade	**A**	**B**	**C**
N.º de habitantes	4320	1960	6050
Divisão por 1	4321	1960	6050
Divisão por 3	$\frac{4320}{3} = 1440$	$\frac{1960}{3} \approx 653$	$\frac{6050}{3} \approx 2017$
Divisão por 5	$\frac{4320}{5} = 864$		$\frac{6050}{5} = 1210$
Divisão por 7			$\frac{6050}{7} \approx 864$

Como se coloca a situação de ficar somente uma sessão por atribuir e de os quocientes, arredondados às unidades, serem iguais e correspondentes a cidades diferentes, a sessão é atribuída à cidade A, porque tem um menor número de habitantes.

Assim, o número de sessões da peça que serão apresentadas em cada uma das cidades é:

- Cidade A: 3 sessões
- Cidade B: 1 sessão
- Cidade C: 3 sessões

Exame – 2018, 2.ª Fase

10.

10.1. Como o divisor padrão, que se supõe ser 15, se calcula dividindo o número total de bilhetes vendidos pelo número de programas, temos que:

$$\frac{938+849+683+Z}{250} = 15 \Leftrightarrow 938+849+683+Z = 15 \times 250 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2470+Z = 3750 \Leftrightarrow Z = 3750-2470 \Leftrightarrow Z = 1280$$

Resposta: **Opção C**

10.2. Considerando que $Z = 530$ e aplicando o método descrito, temos que:

	C1	**C2**	**C3**	**C4**
Número de bilhetes	938	849	683	530
Total de bilhetes	$938 + 849 + 683 + 530 = 3000$			
Divisor padrão	$\frac{3000}{250} = 12$			
Quota padrão	$\frac{938}{12} \approx 78{,}2$	$\frac{849}{12} \approx 70{,}8$	$\frac{683}{12} \approx 56{,}9$	$\frac{530}{12} \approx 44{,}2$
L	78	70	56	44
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{78 \times 79} \approx 78{,}5$	$\sqrt{70 \times 71} \approx 70{,}5$	$\sqrt{56 \times 57} \approx 56{,}5$	$\sqrt{44 \times 45} \approx 44{,}5$
Quota arredondada	78	$70 + 1 = 71$	$56 + 1 = 57$	44
Soma das quotas arredondadas	$78 + 71 + 57 + 44 = 250$			

Assim, temos que o número de programas a distribuir por cada cinema, é:

- Cinema C1: 78 sessões
- Cinema C2: 71 sessões
- Cinema C3: 57 sessões
- Cinema C4: 44 sessões

Exame – 2017, Ép. especial

11. Aplicando o método de Hondt, temos:

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157
Divisão por 1	373	602	318	157
Divisão por 2	$\frac{373}{2} \approx 187$	$\frac{602}{2} = 301$	$\frac{318}{2} = 159$	$\frac{157}{2} \approx 79$
Divisão por 3	$\frac{373}{3} \approx 124$	$\frac{602}{3} \approx 201$	$\frac{318}{3} = 106$	
Divisão por 4	$\frac{373}{4} \approx 93$	$\frac{602}{4} \approx 151$		
Divisão por 5		$\frac{602}{5} \approx 120$		

Assim, temos que o número de elementos de cada lista na equipa constituída, é:

- Lista V: 3 elementos
- Lista X: 4 elementos
- Lista Y: 2 elementos
- Lista Z: 1 elementos

Pelo que o aluno não tem razão porque a Lista V tem mais um elemento que a Lista Y.

Exame – 2017, 2.ª Fase

12.

12.1. Calculando o divisor padrão, temos:

$$\text{Divisor padrão} = \frac{1170}{26} = 45$$

Pelo que a quota padrão da zona temática SD, com aproximação às centésimas, é:

$$\text{Quota padrão} = \frac{286}{45} \approx 6{,}36$$

Resposta: **Opção A**

12.2. Aplicando o método descrito para a distribuição de 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas, temos:

Zona Temática	**AQ**	**MT**	**SD**
Média do número de visitantes, por hora	554	330	286
Divisor padrão	$\frac{1170}{27} \approx 43{,}33$		
Quota padrão	$\frac{554}{43{,}33} \approx 12{,}79$	$\frac{330}{43{,}33} \approx 7{,}62$	$\frac{286}{43{,}33} \approx 6{,}60$
1.ª atribuição	12	7	6
Total provisório	$12 + 7 + 6 = 25$		
2.ª atribuição	1	1	0
Vales atribuídos	$12 + 1 = 13$	$7 + 1 = 8$	$6 + 0 = 6$

Assim, temos que a distribuição dos 27 vales pelas 3 zonas temáticas, é:

- Zona AQ: 13 vales (eram 12 com um total de 26 vales)
- Zona MQ: 8 vales (eram 7 com um total de 26 vales)
- Zona SD: 6 vales (eram 7 com um total de 26 vales)

Assim, podemos verificar que apesar do aumento do número de vales a distribuir (de 26 para 27), existe uma zona (a zona SD) que fica com menos um vale na nova distribuição, o que pode ser considerado uma situação paradoxal.

Exame – 2017, 1.ª Fase

13. Aplicando o método descrito aos resultados da votação, temos:

Lista	W	X	Y	Z
Número de votos	498	100	804	98
Total de votos	$498+100+804+98=1500$			
Divisor padrão	$\frac{1500}{12}=125$			
Quota padrão	$\frac{498}{125}\approx 3{,}98$	$\frac{100}{125}=0{,}8$	$\frac{804}{125}\approx 6{,}43$	$\frac{98}{125}\approx 0{,}78$
Quota arredondada	$3+1=4$	$0+1=1$	$6+1=7$	$0+1=1$
Total provisório	$4+1+7+1=13$			
Divisor modificado	$125+10=135$			
Quota padrão modificada	$\frac{498}{135}\approx 3{,}69$	$\frac{100}{135}\approx 0{,}74$	$\frac{804}{135}\approx 5{,}96$	$\frac{98}{135}\approx 0{,}73$
Quota arredondada modificada	$3+1=4$	$0+1=1$	$5+1=6$	$0+1=1$
Total	$4+1+6+1=12$			

Assim, a constituição da assembleia-geral do SCC resultante da aplicação do método descrito, é:

- Lista W: 4 mandatos
- Lista X: 1 mandato
- Lista Y: 6 mandatos
- Lista Z: 1 mandato

Exame – 2016, 2.ª Fase

14. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 9 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	10 918	5947	2022	1483	660
Divisão por 1	10 918	5947	2022	1483	660
Divisão por 2	$\frac{10\,918}{2} = 5459$	$\frac{5947}{2} = 2973{,}5$	$\frac{2022}{2} = 1011$		
Divisão por 3	$\frac{10\,918}{3} \approx 3639{,}3$	$\frac{5947}{3} \approx 1982{,}3$			
Divisão por 4	$\frac{10\,918}{4} = 2729{,}5$	$\frac{5947}{4} \approx 1486{,}8$			
Divisão por 5	$\frac{10\,918}{5} = 2183{,}6$				
Divisão por 6	$\frac{10\,918}{5} \approx 1819{,}7$				

Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 9 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	10 918	5947	2022	1483	660
Total de votos	$10\,918 + 5947 + 2022 + 1483 + 660 = 21\,030$				
Divisor padrão	$\frac{21\,030}{9} \approx 2336{,}667$				
Quota padrão	$\frac{10\,918}{2336{,}667} \approx$ $\approx 4{,}672$	$\frac{5947}{2336{,}667} \approx$ $\approx 2{,}545$	$\frac{2022}{2336{,}667} \approx$ $\approx 0{,}865$	$\frac{1483}{2336{,}667} \approx$ $\approx 0{,}635$	$\frac{660}{2336{,}667} \approx$ $\approx 0{,}282$
1.ª atribuição	4	2	0	0	0
Mandatos atribuídos	$4 + 2 + 0 + 0 + 0 = 6$				
2.ª atribuição	1	0	1	1	0
Total de mandatos	$4 + 1 = 5$	$2 + 0 = 2$	$0 + 1 = 1$	$0 + 1 = 1$	$0 + 0 = 0$

Assim, o número de mandatos do executivo da Câmara Municipal, distribuídos pelo Método de Hondt e pelo Método de Hamilton, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E
n.º de mandatos Método de Hondt	5	3	1	0	0
n.º de mandatos Método de Hamilton	5	2	1	1	0

Desta forma, podemos concluir que a Maria tem razão, porque se fosse aplicado o método de Hamilton, o partido D ficaria representado no executivo (com 1 mandato), o que não acontece porque o método usado é o de Hondt.

Exame – 2015, Ép. especial

15. Da aplicação do método proposto pelos sócios, considerando o número de sócios de cada filial, vem que:

Filiais	A	B	C	D
Número de funcionários	300	560	830	240
Total de funcionários	$300 + 560 + 830 + 240 = 1930$			
Divisor padrão	$\frac{1930}{200} = 9{,}65$			
Quota padrão	$\frac{300}{9{,}65} \approx 31{,}088$	$\frac{560}{9{,}65} \approx 58{,}031$	$\frac{830}{9{,}65} \approx 86{,}010$	$\frac{240}{9{,}65} \approx 24{,}870$
L	31	58	86	24
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{31 \times 32} \approx 31{,}496$	$\sqrt{58 \times 359} \approx 58{,}498$	$\sqrt{86 \times 87} \approx 86{,}499$	$\sqrt{24 \times 25} \approx 24{,}495$
Quota arredondada	31	58	86	$24 + 1 = 25$
Soma das quotas arredondadas	$31 + 58 + 86 + 25 = 200$			

Assim, temos que o número de convites para o congresso que cada filial da PTM irá receber, é:

- Filial A: 31 convites
- Filial B: 58 convites
- Filial C: 86 convites
- Filial D: 25 convites

Exame – 2015, 2.ª Fase

16. Aplicando o método descrito, temos:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	220	530	650	150
Divisão por 1	220	530	650	150
Divisão por 3	$\frac{220}{3} \approx 73{,}3$	$\frac{530}{3} \approx 176{,}7$	$\frac{650}{3} \approx 216{,}7$	$\frac{150}{3} = 50$
Divisão por 5		$\frac{530}{5} = 106$	$\frac{650}{5} = 130$	
Divisão por 7		$\frac{530}{7} \approx 75{,}7$	$\frac{650}{7} \approx 92{,}9$	
Divisão por 9			$\frac{650}{9} \approx 72{,}2$	

Na tabela seguinte estão o número de mandatos atribuídos a cada lista, de acordo com o método descrito, bem como o número de mandatos caso fossem atribuído na proporção direta do número de votos:

Lista	A	B	C	D
n.º de mandatos Método descrito	1	3	4	1
n.º de mandatos Proporção direta	$\frac{220}{1550} \times 9 \approx 1$	$\frac{530}{1550} \times 9 \approx 3$	$\frac{650}{1550} \times 9 \approx 4$	$\frac{150}{1550} \times 9 \approx 1$

Desta forma, podemos verificar que a proposta dos representantes da lista A e para esta votação, não implicava qualquer modificação do número de mandatos para todas as listas.

Exame – 2015, 1.ª Fase

17. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 15 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 1	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 2	$\frac{22\,010}{2} = 11\,005$	$\frac{17\,124}{2} = 8562$	$\frac{15\,144}{2} = 7572$	$\frac{12\,333}{2} = 6166{,}5$	$\frac{11\,1451}{2} = 5725{,}5$
Divisão por 3	$\frac{22\,010}{3} \approx 7336{,}7$	$\frac{17\,124}{3} = 5708$	$\frac{15\,144}{3} = 5048$	$\frac{12\,333}{3} = 4111$	$\frac{11\,451}{3} = 3817$
Divisão por 4	$\frac{22\,010}{4} = 5502{,}5$	$\frac{17\,124}{4} = 42881$	$\frac{15\,144}{4} = 3786$		
Divisão por 5	$\frac{22\,010}{5} = 4402$				
Divisão por 6	$\frac{22\,010}{6} \approx 3668{,}3$				

Aplicando o método de Saint-Laguë na distribuição dos 15 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 1	22 010	17 124	15 144	12 333	11 451
Divisão por 3	$\frac{22\,010}{3} \approx 7336{,}7$	$\frac{17\,124}{3} = 5708$	$\frac{15\,144}{3} = 5048$	$\frac{12\,333}{3} = 4111$	$\frac{11\,451}{3} = 3817$
Divisão por 5	$\frac{22\,010}{5} = 4402$	$\frac{17\,124}{5} = 3424{,}8$	$\frac{15\,144}{5} = 3028{,}8$	$\frac{12\,333}{5} = 2466{,}6$	$\frac{11\,451}{5} = 2290{,}2$
Divisão por 7	$\frac{22\,010}{7} \approx 3144{,}3$	$\frac{17\,124}{7} \approx 2446{,}3$	$\frac{15\,144}{7} \approx 2163{,}4$	$\frac{12\,333}{7} \approx 1761{,}9$	
Divisão por 9	$\frac{22\,010}{9} \approx 2445{,}6$				

Assim, os números de mandatos atribuídos às listas dos cinco partidos mais votados no círculo eleitoral de Penha Alta resultantes da aplicação do método de Hondt e da aplicação do método de Saint-Laguë, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E
n.º de mandatos Método de Hondt	5	3	3	2	2
n.º de mandatos Método de Saint-Laguë	4	3	3	3	2

Desta forma, podemos concluir que, as diferenças na atribuição dos mandatos pelos métodos de Hondt e de Saint-Laguë, consistem essencialmente num número de mandatos mais homogéneo entre os partidos na atribuição pelo método de Saint-Laguë.
Assim, deixar de utilizar o método de Hondt e passar a utilizar o método de Saint-Laguë implicaria que o partido A teria menos 1 mandato e o partido D teria mais 1 mandato.

Exame – 2014, 2.ª Fase

18. Incluindo os alunos do 9.º ano, considerando um total de 35 calculadoras requisitáveis, e aplicando o método apresentado, temos:

Ano de escolaridade	**10.º**	**9.º**	**11.º**	**12.º**
Número de alunos	120	210	170	162
Total de alunos	$120 + 210 + 170 + 162 = 662$			
Divisor padrão	$\frac{662}{35} \approx 18{,}914$			
Quota padrão	$\frac{120}{18{,}914} \approx 6{,}345$	$\frac{210}{18{,}914} \approx 11{,}103$	$\frac{170}{18{,}914} \approx 8{,}988$	$\frac{162}{18{,}914} \approx 8{,}565$
1.ª atribuição	6	11	8	8
Total provisório	$6 + 11 + 8 + 8 = 33$			
2.ª atribuição	0	0	1	1
Total	$6 + 0 = 6$	$11 + 0 = 11$	$8 + 1 = 9$	$8 + 1 = 9$

Assim, o novo número máximo de calculadoras gráficas que os alunos de cada ano de escolaridade podem requisitar, é:

- 9.º ano: 6 calculadoras
- 10.º ano: 11 calculadoras
- 11.º ano: 9 calculadoras
- 12.º ano: 9 calculadoras

Exame – 2014, 1.ª Fase

19. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	5243	3475	1211	1153	657
Divisão por 1	5243	3475	1211	1153	657
Divisão por 2	$\frac{5243}{2} = 2621{,}5$	$\frac{3475}{2} = 1737{,}5$	$\frac{1211}{2} = 605{,}5$		
Divisão por 3	$\frac{5243}{3} \approx 1747{,}7$	$\frac{3475}{3} \approx 1158{,}3$			
Divisão por 4	$\frac{5243}{4} \approx 1310{,}8$	$\frac{3475}{4} \approx 868{,}8$			
Divisão por 5	$\frac{5243}{5} = 1048{,}6$				

Aplicando o método de Saint-Laguë na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	5243	3475	1211	1153	657
Divisão por 1	5243	3475	1211	1153	657
Divisão por 3	$\frac{5243}{3} \approx 1747{,}7$	$\frac{3475}{3} \approx 1158{,}3$	$\frac{1211}{3} \approx 403{,}7$	$\frac{1153}{3} \approx 348{,}3$	
Divisão por 5	$\frac{5243}{5} = 1048{,}6$	$\frac{3475}{5} = 691{,}4$			
Divisão por 7	$\frac{5243}{7} = 749$				
Divisão por 9	$\frac{5243}{9} \approx 582{,}6$				

Assim, os números de mandatos atribuídos aos cinco partidos mais votados para a assembleia de freguesia de Cabeço-dos-Moinhos resultantes da aplicação do método de Hondt e da aplicação do método de Saint-Laguë, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E
n.º de mandatos Método de Hondt	4	3	1	0	0
n.º de mandatos Método de Saint-Laguë	4	2	1	1	0

Assim, podemos concluir que o candidato que fez a afirmação pertence ao partido D, visto ser o único partido que obteria um mandato se a distribuição de mandatos tivesse sido feita pelo método de Saint-Laguë, e não pelo método de Hondt.

Exame – 2013, Ép. especial

20. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	1232	1035	613	555
Divisão por 1	1232	1035	613	555
Divisão por 2	$\frac{1232}{2}=616$	$\frac{1035}{2}=517{,}5$	$\frac{613}{2}=306{,}5$	$\frac{555}{2}=277{,}5$
Divisão por 3	$\frac{1232}{3}\approx 410{,}7$	$\frac{1035}{3}=345$		
Divisão por 4	$\frac{1232}{4}=308$	$\frac{1035}{4}\approx 258{,}8$		

Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 8 mandatos, temos:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	1232	1035	613	555
Total de votos	$1232+1035+613+555=3435$			
Divisor padrão	$\frac{3435}{8}\approx 429{,}375$			
Quota padrão	$\frac{1232}{429{,}375}\approx 2{,}869$	$\frac{1035}{429{,}375}\approx 2{,}410$	$\frac{613}{429{,}375}\approx 1{,}428$	$\frac{555}{429{,}375}\approx 1{,}293$
1.ª atribuição	2	2	1	1
Mandatos atribuídos	$2+2+1+1=6$			
2.ª atribuição	1	0	1	0
Total de mandatos	$2+1=3$	$2+0=2$	$1+1=2$	$1+0=1$

Assim, o número de mandatos para a direção do GDP, distribuídos pelo Método de Hondt e pelo Método de Hamilton, estão assinalados na tabela seguinte:

Lista	A	B	C	D
n.º de mandatos Método de Hondt	3	3	1	1
n.º de mandatos Método de Hamilton	3	2	2	1

Assim, podemos concluir que, com a alteração do método de Hondt para o método de Hamilton, a lista B teria menos um mandato atribuído e a lista C teria mais um mandato atribuído, e as listas A e D não teriam diferenças de mandatos atribuídos.

Exame – 2013, 2.ª Fase

21. Aplicando o método descrito na distribuição dos 20 lugares na comissão, e sabendo que na primeira aplicação deste método, a soma das quotas arredondadas foi diferente do número de lugares a distribuir, começamos por determinar o divisor padrão:

$$\text{Divisor padrão} = \frac{140+120+160}{20} = \frac{420}{20} = 21$$

Após algumas experiências podemos verificar que o divisor modificado 21,5 permite a atribuição dos 20 lugares na comissão:

Ano de escolaridade	10.º	11.º	12.º
Número de alunos	140	120	160
Divisor modificado	21,5		
Quota modificada	$\frac{140}{21,5} \approx 6{,}512$	$\frac{120}{21} \approx 5{,}581$	$\frac{160}{21} \approx 7{,}442$
Quota modificada arredondada	$6+1=7$	$5+1=6$	7
Soma das quotas arredondadas	$7+6+7=20$		

Assim, a distribuição dos 20 lugares da comissão, é:

- 10.º ano: 7 lugares
- 11.º ano: 6 lugares
- 12.º ano: 7 lugares

Exame – 2013, 1.ª Fase

22.

22.1. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 10 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Divisão por 1	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Divisão por 2	$\frac{23\,023}{2} = 11511{,}5$	$\frac{13\,245}{2} = 6622{,}5$	$\frac{12\,345}{2} = 6172{,}5$			
Divisão por 3	$\frac{23\,023}{3} \approx 7674{,}3$	$\frac{13\,245}{3} = 4415$	$\frac{12\,345}{3} = 4115$			
Divisão por 4	$\frac{23\,023}{4} \approx 5755{,}8$	$\frac{13\,245}{4} \approx 3311{,}3$				
Divisão por 5	$\frac{23\,023}{5} \approx 4604{,}6$					
Divisão por 6	$\frac{23\,023}{6} \approx 3837{,}2$					

Aplicando o método de Saint-Laguë na distribuição dos 10 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Divisão por 1	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Divisão por 3	$\frac{23\,023}{3} \approx 7674{,}3$	$\frac{13\,245}{3} = 4415$	$\frac{12\,345}{3} = 4115$	$\frac{2564}{3} \approx 854{,}7$		
Divisão por 5	$\frac{23\,023}{5} \approx 4604{,}6$	$\frac{13\,245}{5} = 2649$	$\frac{12\,345}{5} = 2469$			
Divisão por 7	$\frac{23\,023}{7} = 3289$	$\frac{13\,245}{7} \approx 1892{,}1$				
Divisão por 9	$\frac{23\,023}{7} \approx 2558{,}1$					

Assim, os 10 mandatos atribuídos aos partidos na eleição dos representantes do estado neozelandês, resultantes da aplicação do método de Hondt e da aplicação do método de Saint-Laguë, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E	F
n.º de mandatos Método de Hondt	5	3	2	0	0	0
n.º de mandatos Método de Saint-Laguë	4	3	2	1	0	0

Desta forma, podemos concluir que a aplicação do método de Saint-Laguë resulta na atribuição de um mandato ao partido D (dos menos votados), o que não aconteceria se fosse usado o método de Hondt, pelo que a Maria tem razão.

22.2. Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 10 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Total de votos	$23\,023 + 13\,245 + 12\,345 + 2564 + 2543 + 2463 = 56\,183$					
Divisor padrão	$\frac{56\,183}{10} = 5\,618{,}3$					
Quota padrão	$\frac{23\,023}{5\,618{,}3} \approx \approx 4{,}0979$	$\frac{13\,245}{5\,618{,}3} \approx \approx 2{,}3575$	$\frac{13\,245}{5\,618{,}3} \approx \approx 2{,}1973$	$\frac{2564}{5\,618{,}3} \approx \approx 0{,}4564$	$\frac{2543}{5\,618{,}3} \approx \approx 0{,}4526$	$\frac{2463}{5\,618{,}3} \approx \approx 0{,}4384$
1.ª atribuição	4	2	2	0	0	0
Mandatos atribuídos	$4 + 2 + 2 + 0 + 0 + 0 = 8$					
2.ª atribuição	0	0	0	1	1	0
Total de mandatos	$4 + 0 = 4$	$2 + 0 = 2$	$2 + 0 = 2$	$0 + 1 = 1$	$0 + 1 = 1$	$0 + 0 = 0$

Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 12 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E	F
Número de votos	23 023	13 245	12 345	2564	2543	2463
Total de votos	$23\,023 + 13\,245 + 12\,345 + 2564 + 2543 + 2463 = 56\,183$					
Divisor padrão	$\frac{56\,183}{12} = 4\,681{,}9167$					
Quota padrão	$\frac{23\,023}{4\,681{,}9167} \approx 4{,}9174$	$\frac{13\,245}{4\,681{,}9167} \approx 2{,}8290$	$\frac{13\,245}{4\,681{,}9167} \approx 2{,}6367$	$\frac{2564}{4\,681{,}9167} \approx 0{,}5476$	$\frac{2543}{4\,681{,}9167} \approx 0{,}5432$	$\frac{2463}{4\,681{,}9167} \approx 0{,}5261$
1.ª atribuição	4	2	2	0	0	0
Mandatos atribuídos	$4 + 2 + 2 + 0 + 0 + 0 = 8$					
2.ª atribuição	1	1	1	1	0	0
Total de mandatos	$4 + 1 = 5$	$2 + 1 = 3$	$2 + 1 = 3$	$0 + 1 = 1$	$0 + 0 = 0$	$0 + 0 = 0$

Assim, os mandatos atribuídos aos partidos na eleição dos representantes do estado neozelandês, para um total de 10 mandatos e de 12 mandatos, estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	A	B	C	D	E	F
10 mandatos	4	4	2	1	1	0
12 mandatos	5	3	3	1	0	0

Desta forma podemos concluir que o candidato que não obteria um mandato, se fossem atribuídos 12, mas que o obteria se fossem atribuídos 10 era do partido E, porque foi o único partido com menos mandatos no caso da atribuição de 12 mandatos.

Exame – 2012, 2.ª Fase

23. Aplicando o método apresentado para a distribuição dos 360 convites pelas aldeias, temos:

Aldeia	**A**	**B**	**C**	**D**
Número de habitantes	4000	3800	3200	2500
Total de habitantes	$4000 + 3800 + 3200 + 2500 = 13\,500$			
Divisor padrão	$\frac{13\,500}{360} = 37{,}5$			
Quota padrão	$\frac{4000}{37{,}5} \approx 106{,}67$	$\frac{3800}{37{,}5} \approx 101{,}33$	$\frac{3200}{37{,}5} \approx 85{,}33$	$\frac{4000}{37{,}5} \approx 66{,}67$
L	106	101	85	66
$\sqrt{L(L+1)}$	$\sqrt{106 \times 107} \approx$ $\approx 106{,}50$	$\sqrt{101 \times 102} \approx$ $\approx 101{,}50$	$\sqrt{85 \times 86} \approx$ $\approx 85{,}50$	$\sqrt{66 \times 67} \approx$ $\approx 66{,}50$
Quota arredondada	$106 + 1 = 107$	101	85	$66 + 1 = 67$
Soma das quotas arredondadas	$107 + 101 + 85 + 67 = 360$			

Assim, a distribuição dos 360 convites em cada aldeia, é:

- Aldeia A: 107 convites
- Aldeia B: 101 convites
- Aldeia C: 85 convites
- Aldeia D: 67 convites

Exame – 2012, 1.ª Fase

24.

24.1. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos nove mandatos, considerando a coligação do partido C com o partido D, temos:

Força partidária	A	B	C+D	E
Número de votos	80 676	74 745	$28\,867 + 13\,971 =$ $= 42\,838$	6148
Divisão por 1	80 676	74 745	42 838	6148
Divisão por 2	$\frac{80\,676}{2} = 40\,338$	$\frac{74\,745}{2} = 37\,372{,}5$	$\frac{42\,838}{2} = 21\,419$	
Divisão por 3	$\frac{80\,676}{3} = 26\,892$	$\frac{74\,745}{3} = 24\,915$	$\frac{42\,838}{3} \approx 14279{,}3$	
Divisão por 4	$\frac{80\,676}{4} = 20\,169$	$\frac{77\,745}{4} \approx 18\,686{,}3$		
Divisão por 5	$\frac{80\,676}{5} = 16\,135{,}2$			

Aplicando o método de Hondt na distribuição dos nove mandatos, considerando a coligação do partido C com o partido E, temos:

Força partidária	A	B	C+E	D
Número de votos	80 676	74 745	$28\,867 + 6148 =$ $= 35\,015$	13 971
Divisão por 1	80 676	74 745	35 015	13 971
Divisão por 2	$\frac{80\,676}{2} = 40\,338$	$\frac{74\,745}{2} = 37\,372{,}5$	$\frac{35\,015}{2} = 17\,507{,}5$	
Divisão por 3	$\frac{80\,676}{3} = 26\,892$	$\frac{74\,745}{3} = 24\,915$		
Divisão por 4	$\frac{80\,676}{4} = 20\,169$	$\frac{74\,745}{4} \approx 18\,686{,}3$		
Divisão por 5	$\frac{80\,676}{5} = 16135{,}2$	$\frac{74\,745}{5} = 14\,949$		

Assim, os nove mandatos atribuídos aos partidos, nos três cenários (sem coligação, com a coligação C+D e com a coligação C+E), estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	**A**	**B**	**C** **C+D** **C+E**	**D**	**E**
Número de mandatos sem coligação	4	4	1	0	0
Número de mandatos com a coligação C+D	4	3	2	—	0
Número de mandatos com a coligação C+E	4	4	1	0	—

Desta forma podemos verificar que o presidente do Partido C tem razão, apenas em parte, ou seja, caso o seu partido tivesse concorrido em coligação como Partido D, a coligação teria mais um mandato, mas caso a coligação fosse com o Partido E, a distribuição dos nove mandatos não sofreria qualquer alteração.

24.2. Aplicando o método de Webster na distribuição dos nove mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	80 676	74 745	28 867	13 971	6148
Total de votos	$80\,676 + 74\,745 + 28\,867 + 13\,971 + 6148 = 204\,407$				
Divisor padrão	$\frac{204\,407}{9} = 22\,711{,}889$				
Quota padrão	$\frac{80\,676}{22\,711{,}889} \approx$ $\approx 3{,}552$	$\frac{74\,745}{22\,711{,}889} \approx$ $\approx 3{,}291$	$\frac{28\,867}{22\,711{,}889} \approx$ $\approx 1{,}271$	$\frac{13\,971}{22\,711{,}889} \approx$ $\approx 0{,}615$	$\frac{6148}{22\,711{,}889} \approx$ $\approx 0{,}271$
Quota arredondada	$3 + 1 = 4$	3	1	$0 + 1 = 1$	0
Soma das quotas arredondadas	$4 + 3 + 1 + 1 + 0 = 9$				

Assim, os nove mandatos atribuídos aos partidos, ns três cenários (sem coligação, com a coligação C+D e com a coligação C+E), estão assinalados na tabela seguinte:

Partido	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
Número de mandatos - Método de Hondt -	4	4	1	0	0
Número de mandatos - Método de Webster -	4	3	1	1	0

Desta forma podemos verificar que o comentador tem razão, porque o partido D obteria um mandato com a aplicação do método de Webster (o que não acontece com a aplicação do método de Hondt) e a o partido B obteria menos um mandato pela aplicação do método de Webster do que pela aplicação do método de Hondt.

Exame – 2011, 1.ª Fase

25. Aplicando o método de Hamilton na distribuição dos 25 computadores pelos seis grupos, temos:

Grupos	**Prof.**	**Invest.**	**Estud. lic.**	**Admin.**	**Aux.**	**Estud. mest.**
N.º de elementos	171	55	1720	120	156	210
Total de elementos	$171+55+1720+120+156+210=2432$					
Divisor padrão	$\frac{2432}{25}=97{,}28$					
Quota padrão	$\frac{171}{97{,}28}\approx$ $\approx 1{,}758$	$\frac{55}{97{,}28}\approx$ $\approx 0{,}565$	$\frac{1720}{97{,}28}\approx$ $\approx 17{,}681$	$\frac{120}{97{,}28}\approx$ $\approx 1{,}234$	$\frac{156}{97{,}28}\approx$ $\approx 1{,}604$	$\frac{210}{97{,}28}\approx$ $\approx 2{,}159$
1.ª atribuição	1	0	17	1	1	2
Equipamentos atribuídos	$1+0+17+1+1+2=22$					
2.ª atribuição	1	0	1	0	1	0
Total de equipamentos	$1+1=2$	$0+0=0$	$17+1=18$	$1+0=1$	$1+1=2$	$2+0=2$

Assim, os mandatos atribuídos aos partidos na eleição dos representantes do estado neozelandês, para um total de 10 mandatos e de 12 mandatos, estão assinalados na tabela seguinte:

Grupos	**Prof.**	**Invest.**	**Estud. lic.**	**Admin.**	**Aux.**	**Estud. mest.**
20 computadores	2	1	15	1	1	—
25 computadores	2	0	18	1	2	2

Desta forma podemos concluir que o aumento de 20 para 25 computadores a serem distribuídos, implica que os grupos dos professores e dos administrativos fiquem com o mesmo número de equipamentos atribuídos; o grupo dos estudantes de licenciatura ficam com mais três computadores atribuídos, o grupo dos auxiliares com mais um equipamento atribuído, os estudantes de mestrado passam a ter computadores e o grupo dos investigadores perde o computador anteriormente atribuído.
Ou seja, observando a variação relativa ao grupo dos investigadores, podemos concluir que a afirmação do presidente do conselho direto é verdadeira.

Exame – 2010, 2.ª Fase

26.

26.1. Como o Jogo do Pau tem 12% de habitantes inscritos e a distribuição da verba foi feita de forma diretamente proporcional, a verba do subsídio atribuída ao Jogo do Pau corresponde a 12% de €2532, ou seja:

$$2532\times 0{,}12=303{,}84\text{ €}$$

26.2. Como o valor da verba do subsídio atribuída ao Jogo da Péla foi de €683,64, ou seja, Y% de €2532, podemos calcular o valor de Y:

$$\frac{2532}{683{,}64}=\frac{100}{Y}\Leftrightarrow Y=\frac{100\times 683{,}64}{2532}\Leftrightarrow Y=27\%$$

Desta forma, como a soma das percentagens de cada jogo tradicional é 100%, podemos calcular o valor de X, ou seja, a percentagem de habitantes inscritos no Jogo da Vara:

$$X=100-12-25-27-20=16\%$$

Exame – 2010, 2.ª Fase

27. Aplicando o método de Hondt na distribuição dos 7 mandatos, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	7744	4918	1666	1572	308
Divisão por 1	7744	4918	1666	1572	308
Divisão por 2	$\frac{7744}{2} = 3872$	$\frac{4918}{2} = 2459$	$\frac{1666}{2} = 833$		
Divisão por 3	$\frac{7744}{3} \approx 2581$	$\frac{4918}{3} \approx 1639$			
Divisão por 4	$\frac{7744}{4} = 1936$				
Divisão por 5	$\frac{7744}{5} \approx 1549$				

Assim, os sete mandatos atribuídos para a vereação da Câmara Municipal, estão assinalados na tabela seguinte, bem como a divisão dos 7 mandatos de forma diretamente proporcional:

Partido	A	B	C	D	E
Número de mandatos - Método de Hondt -	4	2	1	0	0
Total de elementos	$7744 + 4918 + 1666 + 1572 + 308 = 16\,208$				
Número de mandatos - Proporção direta -	$\frac{7744}{16\,208} \times 7 \approx 3$	$\frac{4918}{16\,208} \times 7 \approx 2$	$\frac{1666}{16\,208} \times 7 \approx 1$	$\frac{1572}{16\,208} \times 7 \approx 1$	$\frac{308}{16\,208} \times 7 \approx 0$

Assim, temos que, para a votação em apreciação, a alteração da atribuição de mandatos pelo método de Hondt para uma forma diretamente proporcional significaria a redução do número de mandatos do partido A (de 4 para 3) e o aumento do número de mandatos do partido D (de 0 para 1). Todos os restantes partidos teriam o mesmo número de mandatos.

Exame – 2010, 1.ª Fase

28. Aplicando o método de Hondt na atribuição dos 12 lugares aos representantes de cada modalidade, antes de se agruparem Golfe e Ténis, temos:

Modalidade	Basquetebol	Futebol	Ténis	Golfe	Râguebi
N.º praticantes	186	218	91	45	191
Divisão por 1	186	218	91	45	191
Divisão por 2	$\frac{186}{2} = 93$	$\frac{218}{2} = 109$	$\frac{91}{2} = 45{,}5$		$\frac{191}{2} = 95{,}5$
Divisão por 3	$\frac{186}{3} = 62$	$\frac{218}{3} \approx 72{,}7$			$\frac{191}{2} \approx 63{,}7$
Divisão por 4	$\frac{186}{4} = 46{,}5$	$\frac{218}{4} = 54{,}5$			$\frac{191}{4} \approx 47{,}8$
Divisão por 5		$\frac{218}{5} = 43{,}6$			$\frac{191}{2} = 38{,}2$

Aplicando agora o método de Hondt na atribuição dos 12 lugares aos representantes de cada modalidade, depois de se agruparem Golfe e Ténis, temos:

Modalidade	Basquetebol	Futebol	Ténis + Golfe	Râguebi
N.º praticantes	186	218	136	191
Divisão por 1	186	218	136	191
Divisão por 2	$\frac{186}{2} = 93$	$\frac{218}{2} = 109$	$\frac{136}{2} = 68$	$\frac{191}{2} = 95{,}5$
Divisão por 3	$\frac{186}{3} = 62$	$\frac{218}{3} \approx 72{,}7$	$\frac{136}{3} \approx 45{,}3$	$\frac{191}{2} \approx 63{,}7$
Divisão por 4	$\frac{186}{4} = 46{,}5$	$\frac{218}{4} = 54{,}5$		$\frac{191}{4} \approx 47{,}8$
Divisão por 5		$\frac{218}{5} = 43{,}6$		

Desta forma podemos verificar que o agrupamento das duas modalidades permite eleger 2 representantes, ao contrário do que sucede se a distribuição for feita com as modalidades separadas.
Assim, podemos concluir que o agrupamento é vantajoso no sentido em que permite assegurar a representatividade dos praticantes de Golfe.

Exame – 2009, 2.ª Fase

29. Aplicando o método de Hondt na atribuição dos 9 lugares, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	454	438	49	463	29
Divisão por 1	454	438	49	463	29
Divisão por 2	$\frac{454}{2} = 227$	$\frac{438}{2} = 219$		$\frac{463}{2} = 231{,}5$	
Divisão por 3	$\frac{454}{3} \approx 151{,}3$	$\frac{438}{3} = 146$		$\frac{463}{3} \approx 154{,}3$	
Divisão por 4	$\frac{454}{4} = 113{,}5$	$\frac{438}{4} = 109{,}5$		$\frac{463}{4} \approx 115{,}8$	

Aplicando o método de Hamilton na atribuição dos 9 lugares, temos:

Partido	A	B	C	D	E
Número de votos	454	438	49	463	29
Total de votos	$454 + 438 + 49 + 463 + 29 = 1433$				
Divisor padrão	$\frac{1433}{9} \approx 159{,}2$				
Quota padrão	$\frac{454}{159{,}2} \approx 2{,}85$	$\frac{438}{159{,}2} \approx 2{,}75$	$\frac{49}{159{,}2} \approx 0{,}31$	$\frac{463}{159{,}2} \approx 2{,}91$	$\frac{29}{159{,}2} \approx 0{,}18$
1.ª atribuição	2	2	0	2	0
Mandatos atribuídos	$2 + 2 + 0 + 2 + 0 = 6$				
2.ª atribuição	1	1	0	1	0
Total de mandatos	$2 + 1 = 3$	$2 + 1 = 3$	$0 + 0 = 0$	$2 + 1 = 3$	$0 + 0 = 0$

Desta forma podemos concluir que o António tem razão, porque da aplicação dos dois métodos decorre que os partidos A, B e D têm 3 lugares cada, e os partidos C e E não obtêm qualquer lugar.

Exame – 2009, 1.ª Fase

30.

30.1. Calculando o divisor padrão e completando a tabela, temos:

REGIÕES	**NÚMERO DE PRATICANTES (P)**	**QUOTA PADRÃO (D:DP)**	**QUOTA INFERIOR (QI)**	**PARTE DECIMAL**
Minho	561	$\frac{561}{44{,}120} \approx 12{,}715$	12	0,715
Beiras	345	$\frac{345}{44{,}120} \approx 7{,}820$	7	0,820
Alentejo	120	$\frac{120}{44{,}120} \approx 2{,}720$	2	0,720
Ribatejo	870	$\frac{870}{44{,}120} \approx 19{,}719$	19	0,719
Algarve	310	$\frac{310}{44{,}120} \approx 7{,}026$	7	0,026

2 206	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES **(TP)**
50	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR **(R)**
$\frac{2\,206}{50} = 44{,}120$	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

30.2. Assim, de acordo com o método de Hamilton, como a soma das quotas inferiores é:

$$12 + 7 + 2 + 19 + 7 = 47$$

Logo restam 3 representantes para atribuir, que serão atribuídos às regiões Beira, Alentejo e Ribatejo, por serem as que têm as maiores partes decimais.
Assim, o número de representantes de cada região nas assembleias-gerais, é:

REGIÕES	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve
N.º de Representantes	12	$7 + 1 = 8$	$2 + 1 = 3$	$19 + 1 = 20$	7

30.3.

30.3.1. Calculando o divisor padrão e completando a tabela, com as seis regiões, temos:

REGIÕES	**NÚMERO DE PRATICANTES (P)**	**QUOTA PADRÃO (D:DP)**	**QUOTA INFERIOR (QI)**	**PARTE DECIMAL**
Minho	561	$\frac{561}{44{,}075} \approx 12{,}728$	12	0,728
Beiras	345	$\frac{345}{44{,}075} \approx 7{,}828$	7	0,828
Alentejo	120	$\frac{120}{44{,}075} \approx 2{,}723$	2	0,723
Ribatejo	870	$\frac{870}{44{,}075} \approx 19{,}739$	19	0,739
Algarve	310	$\frac{310}{44{,}075} \approx 7{,}033$	7	0,033
Madeira	130	$\frac{130}{44{,}075} \approx 2{,}950$	2	0,950

2 336	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES **(TP)**
53	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR **(R)**
$\frac{2\,336}{53} \approx 44{,}075$	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

30.3.2. Assim, comparando os dois cenários (antes e depois da entrada da região da Madeira na federação), podemos verificar que:

- com o aumento do número de delegados de 50 para 53, o novo divisor padrão mantém-se praticamente inalterado (variando de 44,102 para 44,075), ou seja, o aumento do número de delegados é adequado para o aumento do número total de praticantes resultante da entrada da região da Madeira na federação;
- fazendo a distribuição dos delegados, incluindo a região da Madeira, e comparando com a distribuição anterior, temos a soma das quotas inferiores é:

$$12 + 7 + 2 + 19 + 7 + 2 = 49$$

Logo restam 4 representantes para atribuir, que serão atribuídos às regiões Madeira, Beiras, Minho e Ribatejo, por serem as que têm as maiores partes decimais.
Assim, o número de representantes de cada região nas assembleias-gerais, nas duas distribuições é:

REGIÕES	Minho	Beiras	Alentejo	Ribatejo	Algarve	Madeira
N.º Representantes (sem a Madeira)	12	8	3	20	7	—
N.º Representantes (com a Madeira)	$12 + 1 = 13$	$7 + 1 = 8$	2	$19 + 1 = 20$	7	$2 + 1 = 3$

Desta forma podemos considerar que os três representantes adicionais forma atribuídos à Madeira, e nesse contexto, a região do Alentejo tem razão para se sentir prejudicada, pois vê a sua representação reduzida em 1 lugar (de 3 para 2) enquanto que a região do Minho ganha um representante (aumentando de 12 para 13).

Exame – 2007, 1.ª Fase

31. Aplicando o método de Hondt na atribuição dos sete mandatos a cada partido, temos:

Partidos	A	B	C	D
Número de votos	13 442	8 723	6 033	1 120
Divisão por 1	13 442	8 723	6 033	1 120
Divisão por 2	$\frac{13\,442}{2} = 6721$	$\frac{8\,732}{2} = 4361{,}5$	$\frac{6\,033}{2} = 3016{,}5$	
Divisão por 3	$\frac{13\,442}{3} \approx 4480{,}7$	$\frac{8\,732}{3} \approx 2907{,}7$		
Divisão por 4	$\frac{13\,442}{4} = 3360{,}5$			
Divisão por 5	$\frac{13\,442}{5} = 2688{,}4$			

Aplicando o método de Hondt na distribuição dos sete mandatos, considerando a coligação dos partidos B e C, temos:

Força política	A	B+C	D
Número de votos	13 442	$8\,723 + 6033 =$ $= 14\,756$	1 120
Divisão por 1	13 442	14 756	1 120
Divisão por 2	$\frac{13\,442}{2} = 6721$	$\frac{14\,756}{2} = 7378$	
Divisão por 3	$\frac{13\,442}{3} \approx 4480{,}7$	$\frac{14\,756}{3} \approx 4918{,}7$	
Divisão por 4	$\frac{13\,442}{4} = 3360{,}5$	$\frac{14\,756}{4} = 3689$	
Divisão por 5		$\frac{14\,756}{5} = 2951{,}2$	

Assim, os sete mandatos atribuídos aos partidos, nos dois cenários (sem coligação e com a coligação B+C), estão descritos na tabela seguinte:

força política	**A**	**B** **B+C**	**C**	**D**
Número de mandatos sem coligação	4	2	1	0
Número de mandatos com a coligação B+C	3	4	—	0

Desta forma podemos verificar que o no caso da coligação, os partidos B e C obtêm mais mandatos em coligação (4) do que a soma dos mandatos obtidos por cada um isoladamente (3).
Verifica-se ainda que, em coligação obtêm a maioria dos mandatos o que implicaria que o Presidente da Câmara deixaria de ser um candidato do partido A, e seria um candidato da coligação dos partidos B e C.

Neste caso, podemos concluir que a afirmação da página do STAPE se revela verdadeira, havendo uma vantagem clara dos partidos B e C se tivessem concorrido em coligação, em relação à situação em que concorrem isoladamente.

Exame – 2006, 2.ª Fase

32. Aplicando o método de Hondt na atribuição dos 11 mandatos, temos:

Partidos	A	B	C	D	E	F
N.º de votos	28 799	17 437	11 959	4 785	948	340
Divisão por 1	28 799	17 437	11 959	4 785	948	340
Divisão por 2	$\frac{28\,799}{2} = 14399{,}5$	$\frac{17\,437}{2} = 8718{,}5$	$\frac{11\,959}{2} = 5979{,}5$			
Divisão por 3	$\frac{28\,799}{3} \approx 9599{,}7$	$\frac{17\,437}{3} \approx 5812{,}3$	$\frac{11\,959}{3} \approx 3986{,}3$			
Divisão por 4	$\frac{28\,799}{4} \approx 7199{,}8$	$\frac{17\,437}{4} \approx 4359{,}3$				
Divisão por 5	$\frac{28\,799}{5} = 5759{,}8$					
Divisão por 6	$\frac{28\,799}{6} \approx 4799{,}8$					
Divisão por 7	$\frac{28\,799}{7} \approx 4114{,}1$					

Assim, temos que:

- A distribuição dos 11 mandatos pelos partidos é a seguinte:
  Partido A: 6 mandatos; Partido B: 3 mandatos; Partido C: 2 mandatos e os restantes partidos não elegeram quaisquer mandatos;
- se o partido D tivesse tido mais 15 votos (admitindo que os restantes partidos mantinham a votação) seria suficiente para conseguir um mandato, pois nesse caso o quociente relativo à divisão por 1 $(4785 + 15 = 4800)$ seria superior ao quociente da divisão por 6 do partido A (4799,8) que garantiu a atribuição do 11.º mandato ao partido A;
- caso se tivesse verificado a atribuição do 11.º mandato ao partido D, o partido A teria apenas uma maioria relativa no executivo (5 mandatos num total de 11) o que se iria traduzir na necessidade de "dialogar com a oposição", invocada pelo candidato do partido D, para conseguir uma maioria nas votações.

Exame – 2006, 1.ª Fase