

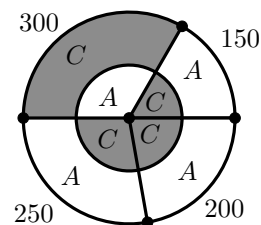
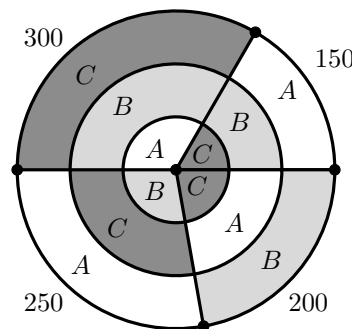
M.A.C.S. (10.º ano)  
**Teoria de eleições**

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução



1. Aplicando o método descrito, temos:

- Número de votos necessário para obter maioria absoluta:  $\frac{900}{2} + 1 = 451$ ;
- observando o número de votos em cada empregado, como primeira preferência, verifica-se que nenhum deles obtém a maioria absoluta (o empregado mais votado foi a Ana com 300 votos);
- o empregado com menor número de votos foi a Diana com 150 votos;
- reestruturando o diagrama, eliminando a Diana, podemos verificar que:
  - observando o número de votos em cada empregado, como primeira preferência, verifica-se que nenhum deles obtém a maioria absoluta (o empregado mais votado foi o Carlos com  $150 + 200 = 350$  votos);
  - o empregado com menor número de votos foi a Bernardo com 200 votos;
- reestruturando novamente o diagrama, eliminando o Bernardo, podemos verificar que o Carlos obtém a maioria absoluta com  $150 + 250 + 200 = 600$  votos;



Logo, as correspondências corretas são:

- I → a)
- II → c)
- III → b)
- IV → b)

2. De acordo com o método descrito, temos que a pontuação total do jogador P, é:

$$4 \times 200 + 3 \times 400 + 2 \times 600 = 3200$$

Como o jogador Q obteve um total de 1400 pontos, e sabemos que não ficou na 4.<sup>a</sup> preferência da lista 1 (porque essa preferência foi dada ao jogador S), então ficou na 4.<sup>a</sup> preferência das listas 2 e 3, e na 3.<sup>a</sup> preferência da lista 1, porque é a única forma de somar apenas 1400 pontos:

$$2 \times 200 + 1 \times 400 + 1 \times 600 = 1400$$

Relativamente à pontuação do jogador S, sabemos que não ficou na primeira preferência da lista e, porque assim teria mais pontos que o jogador S: ( $1 \times 200 + 2 \times 400 + 4 \times 600 = 3400$ ), e como também não ficou na 4.<sup>a</sup> preferência (jogador Q) nem na 3.<sup>a</sup> (jogador S), então a sua preferência é a 2.<sup>a</sup>.

Assim o jogador R deve ocupar a 1.<sup>a</sup> preferência da lista 3, por ser o único jogador e a única preferência ainda não determinados. Desta forma a ordenação dos jogadores na lista 3, é:

	1. <sup>a</sup> Preferência	2. <sup>a</sup> Preferência	3. <sup>a</sup> Preferência	4. <sup>a</sup> Preferência
Jogador	R	S	P	Q

Exame – 2022, Ép. especial

3. Da observação do diagrama podemos preencher a totalidade da tabela apresentada:

Preferência \ Votos	Votos					
	3	4	4	6	6	7
1. <sup>a</sup>	A	A	B	B	C	C
2. <sup>a</sup>	B	C	A	C	B	A
3. <sup>a</sup>	C	B	C	A	A	B

Aplicando o método descrito para determinar qual dos candidatos foi eleito como novo diretor do parque de campismo, começando por comparar as votações dos candidatos A e C, temos:

	N.º de votos	N.º de votos	Vencedor
Candidatos A e C	Candidato A $3 + 4 + 4 = 11$	Candidato C $6 + 6 + 7 = 19$	Candidato C
Candidatos C e B	Candidato C $4 + 6 + 7 = 17$	Candidato C $3 + 4 + 6 = 13$	Candidato C

Como o Carlos (candidato C) venceu em todas as comparações com os restantes, foi eleito como novo diretor do parque de campismo.

Exame – 2022, 2.<sup>a</sup> Fase



4. Aplicando o método descrito para obter a composição da atual direção, temos:

- Pontuação da Alice (4 pontos na competência C, 3 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 5 pontos na competência I e 4 pontos na competência P):

$$4 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 1 = 55$$

- Pontuação do Bruno (4 pontos na competência C, 2 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 2 pontos na competência I e 2 pontos na competência P):

$$4 \times 5 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 1 = 46$$

- Pontuação da Carlota (3 pontos na competência C, 5 pontos na competência N, 5 pontos na competência T, 3 pontos na competência I e 4 pontos na competência P):

$$3 \times 5 + 5 \times 4 + 5 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 60$$

- Pontuação do Delfim (5 pontos na competência C, 3 pontos na competência N, 3 pontos na competência T, 3 pontos na competência I e 3 pontos na competência P):

$$5 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 2 + 3 \times 1 = 55$$

Assim, na ordenação dos candidatos por ordem decrescente de pontuação, temos que a candidata com maior pontuação é a Carlota, pelo que será a primeira candidata admitida, mas como foram selecionados dois candidatos, e a Alice e o Delfim ficaram empatados com a segunda maior pontuação, foi necessário recorrer a uma entrevista a estes dois candidatos para selecionar o segundo candidato admitido.

Exame – 2022, 1.ª Fase

5. Aplicando o método descrito para obter a composição da atual direção, temos:

- Pontuação do António (124 votos na 1.ª preferência, 90 votos na 1.ª preferência e 160 votos na 3.ª preferência):

$$125 \times 5 + 90 \times 3 + 160 \times 1 = 1055$$

- Pontuação do Bernardo (160 votos na 1.ª preferência, 125 votos na 1.ª preferência e 90 votos na 3.ª preferência):

$$160 \times 5 + 125 \times 3 + 90 \times 1 = 1265$$

- Pontuação da Carla (90 votos na 1.ª preferência, 160 votos na 2.ª preferência e 125 votos na 3.ª preferência):

$$90 \times 5 + 160 \times 3 + 125 \times 1 = 1055$$

Como no existem candidatos empatados, os seus lugares na direção são decididos utilizando a idade como critério de desempate, e como a Carla é mais velha que o António, será ela a assumir o cargo de maior importância.

Assim, a composição da direção da rádio OnOff, é:

- Diretor: Bernardo (1265 votos)
- Vice-diretor: Carla (1055 votos - 29 anos)
- Adjunto da direção: António (1055 votos - 27 anos)

Exame – 2021, Ép. especial



6. Temos que:

- O número total de votos que não eram válidos foi 96, correspondentes a 25% dos eleitores que votaram (porque 75% foram considerados válidos), pelo que o número votantes ( $NV$ ), é:

$$\frac{NV}{96} = \frac{100}{25} \Leftrightarrow NV = \frac{96 \times 100}{25} \Leftrightarrow NV = 384$$

- Como existiam 480 e votaram 384, o número de eleitores inscritos que não votou foi  $480 - 384 = 96$ , pelo que a taxa de abstenção ( $TA$ ) corresponde á percentagem a que corresponde 96 eleitores que não votaram no total 480 eleitores inscritos, ou seja:

$$\frac{TA}{100} = \frac{96}{480} \Leftrightarrow TA = \frac{100 \times 96}{480} \Leftrightarrow TA = 20$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2021, Ép. especial

7. Como Barcelona foi a cidade vencedora, começamos por aplicar o método, escolhendo todos os pares que envolvem esta cidade:

Pares	N.º de votos				Totais
	36	58	$X$	29	
Barcelona e Cracóvia	B	B	C	C	Barcelona: $36 + 58 = 94$ Cracóvia: $X + 29$
Barcelona e Praga	B	P	B	P	Barcelona: $36 + X$ Praga: $58 + 29 = 87$
Barcelona e Roma	B	R	B	B	Barcelona: $36 + X + 29 = X + 65$ Roma: 58

Assim, como sabemos que Barcelona teve mais votos que qualquer uma das restantes cidades, podemos verificar que:

- $X + 29 < 94 \Leftrightarrow X < 94 - 29 \Leftrightarrow X < 65$
- $36 + X > 87 \Leftrightarrow X > 87 - 36 \Leftrightarrow X > 51$
- $X + 65 > 58 \Leftrightarrow X > 58 - 65 \Leftrightarrow X > -7$

Como  $X$  é um número natural, Barcelona tem mais votos que Roma independentemente do valor de  $X$ , para que Barcelona tenha mais votos que Praga,  $X$  deve ser superior a 51, ou seja deve ser no mínimo 52, e para que Barcelona tenha mais votos que Cracóvia,  $X$  deve ser inferior a 65, ou seja, deve ser 64 no máximo, pelo que,  $X$  representa no mínimo 52 e no máximo 64.

Exame – 2021, 2.ª Fase



8. Temos que:

- O número total de votos validamente expressos foi 7200, correspondentes a 96% dos votos apurados, pelo que o número de votos apurados ( $VA$ ), é:

$$\frac{VA}{7200} = \frac{100}{96} \Leftrightarrow VA = \frac{7200 \times 100}{96} \Leftrightarrow VA = 7500$$

- Como a abstenção foi de 20%, o número de votos apurados ( $VA$ ), corresponde a  $100 - 20 = 80\%$  do número de acionistas da empresa que poderiam ter votado ( $NA$ ), ou seja:

$$\frac{NA}{7500} = \frac{100}{80} \Leftrightarrow NA = \frac{7500 \times 100}{80} \Leftrightarrow NA = 9375$$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2021, 1.ª Fase

9. Aplicando o método descrito, temos:

- Número de votos necessário para obter maioria absoluta: 12 (porque  $\frac{23}{2} = 11,5$ )
- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta (a cidade mais votada foi Veneza com 8 votos)
- Reestruturando novamente a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Milão - temos:

Votos	8	7	5	3
Preferências				
1ª	Veneza	Florença	Milão	Veneza
2ª	Florença	Milão	Florença	Milão
3ª	Milão	Veneza	Veneza	Florença

- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência na tabela reestruturada, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta novamente (a cidade mais votada é, de novo, Veneza com  $8 + 3 = 11$  votos)
- Reestruturando a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Milão - temos:

Votos	8	7	5	3
Preferências				
1ª	Veneza	Florença	Florença	Veneza
2ª	Florença	Veneza	Veneza	Florença

E assim, a cidade selecionada pelos amigos para visitar depois de Roma, ou seja a cidade com maioria absoluta de votos ( $7 + 5 = 12$ , ou seja, mais que  $11,5$ ), é Florença.

Exame – 2020, 2.ª Fase



10. Aplicando o método descrito antes de ser contabilizado o voto do Filipe, temos:

- Pontuação do festival A (4 votos na 1.<sup>a</sup> preferência e 5 votos na 3.<sup>a</sup> preferência):

$$4 \times 5 + 5 \times 1 = 20 + 5 = 25$$

- Pontuação do festival B (3 votos na 1.<sup>a</sup> preferência, 4 votos na 2.<sup>a</sup> preferência e 2 votos na 3.<sup>a</sup> preferência):

$$3 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \times 1 = 15 + 12 + 2 = 29$$

- Pontuação do festival C (2 votos na 1.<sup>a</sup> preferência, 5 votos na 2.<sup>a</sup> preferência e 2 votos na 3.<sup>a</sup> preferência):

$$2 \times 5 + 5 \times 3 + 2 \times 1 = 10 + 15 + 2 = 27$$

Como após a contabilização dos votos do Filipe o festival C ficou em último lugar, e não se verificaram empates, o voto do Filipe colocou o festival C na 3.<sup>a</sup> preferência, porque se fosse a 2.<sup>a</sup> ou a 1.<sup>a</sup>, mesmo com 5 pontos o festival A não iria obter um número de pontos superior).

Relativamente à 1.<sup>a</sup> preferência, o Filipe escolheu o festival A (porque se fosse a 2.<sup>a</sup> alternativa iria totalizar o mesmo número de pontos do festival C, e é sabido que não se registou qualquer empate).

Desta forma, o voto do Filipe indicou na 1.<sup>a</sup> preferência o festival A, na 2.<sup>a</sup> o festival B e na 3.<sup>a</sup> o festival C.

E assim, a pontuação de cada filme, após a contabilização do voto do Filipe, é:

- Festival A:  $25 + 5 = 30$
- Festival B:  $29 + 3 = 32$
- Festival C:  $27 + 1 = 28$

Exame – 2020, 1.<sup>a</sup> Fase

11. De acordo com os estatutos do Clube, calculamos o número de votos que Ricardo obteve:

Anos como Sócio	Titular		Efetivo	
	Sócios	Votos	Sócios	Votos
[1,5[	4	$4 \times 2 = 8$	1	$1 \times 1 = 1$
[5,10[	6	$6 \times 3 = 18$	2	$2 \times 1 = 2$
[10,15[	30	$30 \times 4 = 120$	11	$11 \times 2 = 22$
[15,20[	12	$12 \times 5 = 60$	3	$3 \times 2 = 6$
Total	52	206	17	31
Total de sócios	$52 + 17 = 69$			
Total de votos	$206 + 31 = 237$			

Assim, a afirmação apresentada é verdadeira, porque o número de sócios que votaram no Ricardo (69) é menor do que o número de sócios que votaram na Teresa (71), mas o Ricardo venceu as eleições porque obteve mais votos (237) que a Teresa (210).

Exame – 2019, 2.<sup>a</sup> Fase



12.

12.1. Como a escolha do país a visitar é feita considerando apenas a primeira preferência, temos que as votações foram:

- Bélgica:  $X + 7$  votos
- Croácia: 15 votos
- Dinamarca: 12 votos

Como o segundo país mais votado para a visita de estudo era a Bélgica, temos que a votação da Bélgica deve ser maior que a da Dinamarca (12) e menor que a da Croácia (15). Assim, de entre as opções apresentadas, o único valor possível para o valor de  $X$  é 7, porque a soma correspondente,  $7 + 7 = 14$ , está compreendida entre 12 e 15 (e os restantes valores resultam numa soma superior a 15 ou inferior a 12).

Resposta: **Opção B**

12.2. Considerando que  $X = 9$ , e aplicando o método descrito, temos:

- Total de votos:  $9 + 15 + 12 + 7 = 43$
- Número de votos necessário para obter maioria absoluta: 22 (porque  $\frac{43}{2} = 21,5$ )
- Fazendo a contagem do número de votos em cada país, como primeira preferência, verifica-se que nenhum deles obtém a maioria absoluta:
  - Bélgica:  $9 + 7 = 16$
  - Croácia: 15
  - Dinamarca: 12
- Reestruturando a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando o país que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - a Dinamarca - temos:

Nº. de votos	9	15	12	7
Preferência				
1ª	Bélgica	Croácia	Croácia	Bélgica
2ª	Croácia	Bélgica	Bélgica	Croácia

E assim, o país escolhido pelos alunos, ou seja o país com maioria absoluta de votos ( $15 + 12 = 27$ , ou seja, mais que 22), como primeira preferência é a Croácia.

Exame - 2018, 1.ª Fase



13. Aplicando o método descrito aos 600 votos registados na tabela, temos:

- Pontuação do filme A (195 votos na 1.<sup>a</sup> preferência, 180 votos na 3.<sup>a</sup> preferência e 225 votos na 4.<sup>a</sup> preferência:

$$4 \times 195 + 2 \times 180 + 1 \times 225 = 1365$$

- Pontuação do filme B (180 votos na 2.<sup>a</sup> preferência e  $225 + 195 = 420$  votos na 3.<sup>a</sup> preferência:

$$3 \times 180 + 2 \times 420 = 1380$$

- Pontuação do filme C (180 votos na 1.<sup>a</sup> preferência, 225 votos na 2.<sup>a</sup> preferência e 195 votos na 4.<sup>a</sup> preferência:

$$4 \times 180 + 3 \times 225 + 1 \times 195 = 1590$$

- Pontuação do filme D (225 votos na 1.<sup>a</sup> preferência, 195 votos na 2.<sup>a</sup> preferência e 195 votos na 4.<sup>a</sup> preferência:

$$4 \times 225 + 1 \times 180 + 3 \times 195 = 1665$$

Como após a contabilização dos 750 votos, os filmes A e D tiveram a mesma pontuação e a diferença de pontos, após a contabilização dos 600 votos, é de:

$$1665 - 1365 = 300$$

Então podemos concluir que o filme A foi classificado pelos 150 votantes em falta 2 preferências acima do filme D (porque  $2 \times 150 = 300$ ), ou seja o filme A foi classificado na 1.<sup>a</sup> preferência e o filme D na 3.<sup>a</sup>, ou então o filme A foi classificado na 2.<sup>a</sup> preferência e o filme D na 4.<sup>a</sup>.

Por outro lado como o filme B obteve a maior pontuação, e a diferença de pontos para o filme A, após a contabilização dos 600 votos, é de:

$$1380 - 1365 = 15$$

Se o filme A fosse classificado na 1.<sup>a</sup> preferência para os 150 votantes em falta, seria o filme com maior pontuação, pelo que podemos concluir que o filme B foi o classificado na 1.<sup>a</sup> preferência para os 150 votantes em falta.

Desta forma, temos que a ordenação dos 150 votantes em falta foi:

Filme	A	B	C	D
Preferência	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	4. <sup>a</sup>

E desta forma, aplicando o método descrito aos 750 votos, ou seja às pontuações calculadas anteriormente somamos a pontuação decorrente dos 150 votos falta, e assim, temos:

- Pontuação do filme A:  $1365 + 3 \times 150 = 1815$
- Pontuação do filme B:  $1380 + 4 \times 150 = 1980$
- Pontuação do filme C:  $1590 + 2 \times 150 = 1890$
- Pontuação do filme D:  $1665 + 1 \times 150 = 1815$





14. Temos que:

- O número total de votos validamente expressos é:  $373 + 602 + 318 + 157 = 1450$
- O número total de votos necessários para obter a maioria absoluta é:  $\frac{1450}{2} + 1 = 726$

Assim podemos verificar que a lista X, em coligação com qualquer outra lista obterá a maioria absoluta. Desta forma a coligação X com Z obterá uma votação de  $602 + 157 = 759$ , e portanto mais do que os 726 votos necessários para a maioria absoluta.

Resposta: **Opção B**

Exame – 2017, 2.ª Fase

15. Aplicando o método descrito para determinar qual foi a ementa vencedora, começando por selecionar as ementas A e B, temos:

	N.º de votos	N.º de votos	Vencedor
Ementas A e B	Ementa A 309	Ementa B $602 + 727 = 1329$	Ementa B
Ementas B e C	Ementa B $309 + 727 = 1036$	Ementa C 602	Ementa B
Ementas B e D	Ementa B $602 + 309 = 911$	Ementa D 726	Ementa B

Como a ementa B venceu em todas as comparações com as restantes é a ementa vencedora.

Exame – 2017, 1.ª Fase

16. Aplicando o primeiro método para o apuramento do vencedor, temos:

	N.º. de votos	615	300	435	150	Total de votos	Vencedor
Par V-A	1.ª preferência	A	V	V	V	V: $300 + 435 + 150 = 885$	V
	2.ª preferência	V	A	A	A	A: 615	
Par V-P	1.ª preferência	P	V	V	V	V: $300 + 435 + 150 = 885$	V
	2.ª preferência	V	P	P	P	P: 615	
Par V-R	1.ª preferência	V	V	R	R	V: $615 + 300 = 915$	V
	2.ª preferência	R	R	V	V	R: $435 + 150 = 585$	

Como o ator V (Vasco Silva) venceu na comparação com todos os restantes é o ator vencedor.

Aplicando o primeiro método para o apuramento do vencedor, temos:

- Pontuação do ator A:  $3 \times 615 + 2 \times 300 + 2 \times 435 + 1 \times 150 = 3465$
- Pontuação do ator P:  $4 \times 615 + 1 \times 300 + 1 \times 435 + 2 \times 150 = 3495$
- Pontuação do ator R:  $1 \times 615 + 3 \times 300 + 4 \times 435 + 4 \times 150 = 3855$
- Pontuação do ator V:  $2 \times 615 + 4 \times 300 + 3 \times 435 + 3 \times 150 = 4185$

Como o ator V (Vasco Silva) é o que tem maior número de pontos, também é o vencedor decorrente da aplicação deste método.

Exame – 2016, Ép. especial



17. Temos que o número total de votos necessários para obter a maioria absoluta é 24, porque  $\frac{47}{2} = 23,5$

Aplicando o método descrito, temos que o número de primeiras preferências de cada candidato é:

- Candidato E: 7 votos
- Candidato F:  $11 + 6 = 17$  votos
- Candidato G: 14 votos
- Candidato H: 9 votos

Como nenhum dos candidatos obteve a maioria absoluta, e o candidato menos votado é o candidato E, a tabela reestruturada é a seguinte:

Nº. de votos Preferência	11	14	7	6	9
1 <sup>a</sup>	F	G	H	F	H
2 <sup>a</sup>	G	H	F	H	G
3 <sup>a</sup>	H	F	G	G	F

Voltando a calcular o número de primeiras preferências de cada candidato, temos:

- Candidato F:  $11 + 6 = 17$  votos
- Candidato G: 14 votos
- Candidato H:  $7 + 9 = 16$  votos

Como nenhum dos candidatos obteve a maioria absoluta, e o candidato menos votado é o candidato G, a tabela reestruturada é a seguinte:

Nº. de votos Preferência	11	14	7	6	9
1 <sup>a</sup>	F	H	H	F	H
2 <sup>a</sup>	H	F	F	H	F

Voltando a calcular o número de primeiras preferências de cada candidato, temos:

- Candidato F:  $11 + 6 = 17$  votos
- Candidato H:  $14 + 7 + 9 = 30$  votos

Como o candidato H (Henrique) tem a maioria absoluta das primeiras preferências é o candidato eleito para ser o porta-estandarte.

Analisando a primeira contagem de votos na primeira preferência, podemos verificar que o candidato declarado vencedor, por aplicação do método descrito (H), não foi o que teve maior número de votos na primeira preferência (F).



18. Aplicando o método descrito para os 900 votos conhecidos, temos:

- Pontuação da banda A:  $4 \times 200 + 3 \times 400 + 1 \times 300 = 2300$
- Pontuação da banda B:  $3 \times 200 + 4 \times 400 + 2 \times 300 = 2800$
- Pontuação da banda C:  $2 \times 200 + 2 \times 400 + 4 \times 300 = 2400$
- Pontuação da banda D:  $1 \times 200 + 1 \times 400 + 3 \times 300 = 1500$

Desta forma temos que a banda C não poderá atuar em primeiro lugar porque, mesmo na eventualidade dos 100 votos em falta escolherem a lista C na 1.<sup>a</sup> preferência e a lista B na 4.<sup>a</sup> preferência, a lista B obteria a maioria dos votos:

- Pontuação da banda B:  $2800 + 1 \times 100 = 2900$
- Pontuação da banda C:  $2400 + 4 \times 100 = 2800$

E em qualquer outro cenário a pontuação da banda B seria superior, ou a pontuação da banda C seria inferior.

Analisando os diferentes cenários, podemos calcular as diferentes pontuações finais de cada banda:

<b>Banda</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>1<sup>a</sup></b>	$2300 + 4 \times 100 =$ $= 2700$	$2800 + 4 \times 100 =$ $= 3200$	$2400 + 4 \times 100 =$ $= 2800$	$1500 + 4 \times 100 =$ $= 1900$
<b>2<sup>a</sup></b>	$2300 + 3 \times 100 =$ $= 2600$	$2800 + 3 \times 100 =$ $= 3100$	$2400 + 3 \times 100 =$ $= 2700$	$1500 + 3 \times 100 =$ $= 1800$
<b>3<sup>a</sup></b>	$2300 + 2 \times 100 =$ $= 2500$	$2800 + 2 \times 100 =$ $= 3000$	$2400 + 2 \times 100 =$ $= 2600$	$1500 + 2 \times 100 =$ $= 1700$
<b>4<sup>a</sup></b>	$2300 + 1 \times 100 =$ $= 2400$	$2800 + 1 \times 100 =$ $= 2900$	$2400 + 1 \times 100 =$ $= 2500$	$1500 + 1 \times 100 =$ $= 1600$

Assim, podemos verificar que existem cenários para os 100 votos em falta que originam pontuações iguais entre duas bandas, como por exemplo:

Preferência	<b>1.<sup>a</sup></b>	<b>2.<sup>a</sup></b>	<b>3.<sup>a</sup></b>	<b>4.<sup>a</sup></b>
<b>Banda</b>	A	C	B	D
<b>Pontuação final</b>	2700	2700	3000	1600

Exame – 2016, 1<sup>a</sup> Fase



19. Aplicando o método A, temos:

		150 votos	180 votos	100 votos	Pontuação	Vencedor
Castanho	<b>1ª Pref.</b>	Castanho	Amarelo	Castanho	Castanho $150 + 100 = 250$	Castanho
Amarelo	<b>2ª Pref.</b>	Amarelo	Castanho	Amarelo	Amarelo 180	
Castanho	<b>1ª Pref.</b>	Castanho	Vermelho	Castanho	Castanho $150 + 100 = 250$	Castanho
Vermelho	<b>2ª Pref.</b>	Vermelho	Castanho	Vermelho	Vermelho 180	

Como o castanho venceu as comparações com as restantes cores é a cor vencedora, usando o método A.

Aplicando o método B, temos:

- Pontuação da cor «Castanho»:  $3 \times 150 + 1 \times 180 + 3 \times 100 = 930$
- Pontuação da cor «Amarelo»:  $2 \times 150 + 3 \times 180 + 1 \times 100 = 1140$
- Pontuação da cor «Vermelho»:  $1 \times 150 + 2 \times 180 + 2 \times 100 = 710$

Como o amarelo tem maior número de pontos é a cor escolhida, usando o método B, o que prova que o Manuel tem razão.

Exame – 2014, 2.ª Fase



20. Aplicando o método referido temos:

		votos				Pontuação	Vencedor
		50	205	145	100		
Par L-R	1ª Pref.	L	R	L	L	L:50 + 145 + 100 = 295	L
	2ª Pref.	R	L	R	R	R: 205	
Par L-S	1ª Pref.	L	S	L	L	L:50 + 145 + 100 = 295	L
	2ª Pref.	S	L	S	S	S: 205	
Par L-V	1ª Pref.	V	L	V	L	L:205 + 100 = 305	L
	2ª Pref.	L	V	L	V	V:50 + 145 = 195	

Como o tema L (Liberdade) venceu a comparação com todos os restantes temas, é o tema vencedor.

Se o vencedor fosse apurado por maioria simples, tendo em conta apenas os votos na primeira preferência, a votação seria:

- Votação no tema V:  $50 + 145 = 195$ , a que corresponde a 39%;  $\left(\frac{195}{500} = 0,39\right)$
- Votação no tema S: 205, a que corresponde a 41%;  $\left(\frac{205}{500} = 0,41\right)$
- Votação no tema L: 100, a que corresponde a 20%;  $\left(\frac{100}{500} = 0,2\right)$

Pelo que o tema vencedor seria o tema S (sonhos), o que mostra que a afirmação da professora tem fundamento.

Exame – 2014, 1.ª Fase

21. Aplicando o método descrito, temos:

		1024 votos	4328 votos	5152 votos	Votação	Vencedor
<i>jazz</i>	<b>1ª linha</b>	<i>jazz</i>	<i>jazz</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i> $1024 + 4328 = 5352$	<i>jazz</i>
<i>gospel</i>	<b>2ª linha</b>	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>jazz</i>	<i>gospel</i> : 5152	
<i>jazz</i>	<b>1ª linha</b>	<i>jazz</i>	<i>pop</i>	<i>pop</i>	<i>jazz</i> : 1024	<i>pop</i>
<i>pop</i>	<b>2ª linha</b>	<i>pop</i>	<i>jazz</i>	<i>jazz</i>	<i>pop</i> $4328 + 5152 = 9480$	
<i>pop</i>	<b>1ª linha</b>	<i>pop</i>	<i>pop</i>	<i>gospel</i>	<i>pop</i> $1024 + 4328 = 5352$	<i>pop</i>
<i>gospel</i>	<b>2ª linha</b>	<i>gospel</i>	<i>gospel</i>	<i>pop</i>	<i>gospel</i> : 5152	

Assim, aplicando o método descrito, o tipo de música escolhido é *pop*, porque ganha quando comparado com os restantes tipos de música.

Exame – 2013, Ép. especial



22. Aplicando o método descrito, incluindo o tema Festas, temos:

- Pontuação do tema *Bullying*:  $3 \times 415 + 1 \times 370 + 2 \times 200 = 2015$
- Pontuação do tema Solidariedade:  $2 \times 415 + 3 \times 370 + 1 \times 200 = 2140$
- Pontuação do tema Festas:  $1 \times 415 + 2 \times 370 + 3 \times 200 = 1755$

Excluindo o tema Festas, a tabela reorganizada, não alterando os números de votos nem a ordem de cada uma das preferências, é a seguinte:

	415 votos	370 votos	200 votos
<b>1ª Preferência</b>	<i>Bullying</i>	Solidariedade	<i>Bullying</i>
<b>2ª Preferência</b>	Solidariedade	<i>Bullying</i>	Solidariedade

E assim, aplicando o método descrito, excluindo o tema Festas, temos:

- Pontuação do tema *Bullying*:  $2 \times 415 + 1 \times 370 + 2 \times 200 = 1600$
- Pontuação do tema Solidariedade:  $1 \times 415 + 2 \times 370 + 1 \times 200 = 1355$

Assim, temos que com a inclusão do tema Festas, o tema escolhido é Solidariedade, porque tem a maior pontuação (2140 pontos) e, se o tema Festas for excluído, o tema escolhido é *Bullying* porque tem maior número de pontos (1600), pelo que podemos concluir que a exclusão do tema Festas altera a escolha do tema.

Exame – 2013, 1.ª Fase

23. Aplicando o método descrito, temos:

		votos				Votação	Vencedor
		1500	2100	1000	1500		
Maria	<b>1ª Linha</b>	M	F	F	F	M: 1500 F: 2100 + 1000 + 1500 = = 4600	Fernanda
Fernanda	<b>2ª Linha</b>	F	M	M	M		
Luísa	<b>1ª Linha</b>	L	L	F	F	L: 1500 + 2100 = = 3600 F: 1000 + 1500 = = 2500	Luísa
Fernanda	<b>2ª Linha</b>	F	F	L	L		
Luísa	<b>1ª Linha</b>	M	L	L	M	L: 2100 + 1000 = = 3100 M: 1500 + 1500 = = 3000	Luísa
Maria	<b>2ª Linha</b>	L	M	M	L		

Assim, aplicando o método descrito, a candidata escolhida para presidente da comissão organizadora, é a Luísa porque ganha quando comparada com as restantes candidatas.

Exame – 2012, 1.ª Fase

24. Aplicando o método de contagem de Borda, temos:

- Pontuação da cidade de Braga:  $3 \times 8 + 1 \times 6 + 1 \times 4 + 2 \times 3 = 40$
- Pontuação da cidade de Lamego:  $2 \times 8 + 3 \times 6 + 2 \times 4 + 1 \times 3 = 45$
- Pontuação da cidade de Amarante:  $1 \times 8 + 2 \times 6 + 3 \times 4 + 3 \times 3 = 41$

Logo, pelo método de contagem de Borda a cidade escolhida é Lamego (porque tem o maior número de pontos). Assim, podemos verificar que esta eleição não respeita a primeira preferência mais votada, que é a cidade de Braga (com 8 votos, enquanto Amarante tem 7 votos e Lamego apenas 6 votos).

Exame – 2011, 2.ª Fase



25. Aplicando o método de contagem de Borda, temos:

- Pontuação do Nuno:  $4 \times 25 + 2 \times 40 + 4 \times 15 + 3 \times 10 + 3 \times 5 = 285$
- Pontuação da Ana:  $3 \times 25 + 1 \times 40 + 2 \times 15 + 2 \times 10 + 1 \times 5 = 170$
- Pontuação da Inês:  $2 \times 25 + 3 \times 40 + 3 \times 15 + 1 \times 10 + 2 \times 5 = 235$
- Pontuação do Pedro:  $1 \times 25 + 4 \times 40 + 1 \times 15 + 4 \times 10 + 4 \times 5 = 260$

Assim, o candidato vencedor é o Nuno, porque tem o maior número de pontos.

Exame – 2009, 1ª Fase

26.

26.1. Calculando o número de votos que cada uma das cidades obteve, na primeira preferência, temos:

- Madrid:  $50 + 30 = 80$
- Vigo: 60
- Sevilha: 40
- Granada:  $14 + 22 = 36$

26.2. Analisando as votações, temos que:

- O número total de votos é:  $50 + 60 + 40 + 14 + 30 + 22 = 216$
- O número total de votos necessários para obter a maioria absoluta, ou seja, o número mínimo de votos necessários para que uma cidade tivesse sido eleita vencedora na primeira contagem é:

$$\frac{216}{2} + 1 = 109$$

26.3. Como na primeira contagem nenhuma cidade obteve a maioria absoluta e a cidade de Granada foi a menos votada, o quadro de preferências reestruturado é:

Preferências	Votos					
<b>1ª</b>	Madrid	Vigo	Sevilha	Madrid	Madrid	Sevilha
<b>2ª</b>	Sevilha	Sevilha	Vigo	Vigo	Vigo	Madrid
<b>3ª</b>	Vigo	Madrid	Madrid	Sevilha	Sevilha	Vigo
<b>Total de votos</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>40</b>	<b>14</b>	<b>30</b>	<b>22</b>

Contabilizando o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade, temos:

- Madrid:  $50 + 14 + 30 = 94$
- Vigo: 60
- Sevilha:  $40 + 22 = 62$

Como nesta contagem ainda nenhuma cidade obteve a maioria absoluta e a cidade de Vigo foi a menos votada, o quadro de preferências novamente reestruturado é:

Preferências	Votos					
<b>1ª</b>	Madrid	Sevilha	Sevilha	Madrid	Madrid	Sevilha
<b>2ª</b>	Sevilha	Madrid	Madrid	Sevilha	Sevilha	Madrid
<b>Total de votos</b>	<b>50</b>	<b>60</b>	<b>40</b>	<b>14</b>	<b>30</b>	<b>22</b>

Contabilizando o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada cidade, temos:

- Madrid:  $50 + 14 + 30 = 94$
- Sevilha:  $60 + 40 + 22 = 122$

Como Sevilha tem 122 votos, mais do que os 109 necessários para ter maioria absoluta, a cidade de Sevilha é a cidade aonde se vai realizar a viagem de finalistas.



26.4. Sabendo que 4% dos alunos do 12.º ano não votaram, então o total dos 216 votos correspondem a uma percentagem de  $100 - 4 = 96\%$  dos alunos. Desta forma podemos calcular o total ( $t$ ) dos alunos que frequentam o 12.º ano de escolaridade:

$$\frac{t}{216} = \frac{100}{96} \Leftrightarrow t = \frac{100 \times 216}{96} \Leftrightarrow t = 225$$

Exame – 2008, 2.ª Fase

27.

27.1. Completando a tabela para o apuramento do candidato vencedor, temos:

#### MÉTODO PREFERENCIAL

	Contagem dos pontos	Pontuação total
João	$40 \times 1 + 45 \times 3 + 38 \times 1$	213
Rui	$40 \times 3 + 45 \times 1 + 38 \times 2$	241
Luís	$40 \times 2 + 45 \times 2 + 38 \times 3$	284

Assim, como o Luís é o candidato com pontuação total mais elevada, é o candidato vencedor segundo este método.

27.2.

27.2.1. Construindo as tabelas com as comparações entre o Rui e o Luís, e depois entre o João e o Luís, e identificando o vencedor em cada caso, temos:

#### COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO RUI COM A VOTAÇÃO NO LUÍS

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Rui	Luís	Luís
2ª	Luís	Rui	Rui
<b>TOTAL</b>	40	45	38

Nesta comparação o vencedor é o Luís com  $45 + 38 = 83$  votos, porque o Rui teve apenas 40 votos.

#### COMPARAÇÃO DA VOTAÇÃO NO JOÃO COM A VOTAÇÃO NO LUÍS

PREFERÊNCIAS	VOTOS		
1ª	Luís	João	Luís
2ª	João	Luís	João
<b>TOTAL</b>	40	45	38

Nesta comparação o vencedor também é o Luís com  $40 + 38 = 78$  votos, porque o João teve apenas 45 votos.





27.2.2. Organizando as contagens dos resultados das comparações dos candidatos dois a dois, temos:

- Comparação entre o Rui e o João:

– Rui:  $40 + 38 = 78$  votos

– João: 45 votos

Vencedor: Rui

- Comparação entre o Rui e o Luís:

– Rui: 40 votos

– Luís:  $45 + 38 = 83$  votos

Vencedor: Luís

- Comparação entre o João e o Luís:

– João: 45 votos

– Luís:  $40 + 38 = 75$  votos

Vencedor: Luís

Desta forma temos que na ordenação dos candidatos, em primeiro lugar figura o Luís (com a vitória em 2 comparações), em segundo lugar figura o Rui (vencendo 1 comparação) e em terceiro lugar o João (sem qualquer vitória nas comparações).

Desta forma o Luís tem razões para assumir que deve ser considerado o vencedor porque vence quando comparado diretamente com qualquer um dos restantes candidatos.

Exame – 2007, 2.<sup>a</sup> Fase

28. Pela observação do gráfico podemos verificar que o partido A obteve mais de 40% dos votos na eleição de 2001, sendo o partido mais votado. Assim, o Presidente da Câmara eleito em 1997 pelo partido A foi reeleito porque se recandidatou pelo partido A em 2001 e este foi o partido mais votado.

Exame – 2006, 2.<sup>a</sup> Fase

