

M.A.C.S. (10.º ano)

Gráficos e medidas estatísticas

Exercícios de Provas Nacionais - Propostas de resolução



1.

1.1.

1.1.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos "Pontos", e noutra lista os valores correspondentes do "N.º de clientes" como as respetivas frequências absolutas simples, temos:

Pontos	N.º de clientes Freq. absoluta simples
0	0
1	34
2	25
3	9
4	0
5	22
6	30
7	124
8	170
9	369
10	297

Calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor da média:

$$\bar{x} \approx 8,26$$

Para uma classificação do grau de satisfação na "Zona de excelência", o valor da média das pontuações deveria ser igual ou superior a 9 pontos, o que não acontece, usando este indicador.

Calculando o *NPS*, temos:

- total de Promotores: $369 + 297 = 666$
- total de Detratores: $0 + 34 + 25 + 9 + 0 + 22 + 30 = 120$
- percentagem de Promotores: $\frac{p}{666} = \frac{100}{1080} \Leftrightarrow p = \frac{100 \times 666}{1080} \Rightarrow p \approx 61,67\%$
- percentagem de Detratores: $\frac{p}{120} = \frac{100}{1080} \Leftrightarrow p = \frac{100 \times 120}{1080} \Rightarrow p \approx 11,11\%$
- $NPS = 61,67 - 11,11 = 50,56\%$

De acordo com a tabela, o valor do *NPS* (50 a 74) corresponde a uma classificação do grau de satisfação na "Zona de qualidade" e não na "Zona de excelência", de acordo com este indicador.

1.1.2. Observando os dados da tabela anterior e o valor da mediana obtida com recurso à calculadora gráfica, temos:

- Moda das pontuações dos Detratores: $\hat{x} = 1$
- Percentagem de clientes Neutros: $\frac{n}{124 + 170} = \frac{100}{1080} \Leftrightarrow n = \frac{100 \times 294}{1080} \Rightarrow n \approx 27\%$
- Mediana das pontuações dos 1080 clientes: $\tilde{x} = 9$
- Amplitude do setor circular relativo aos Promotores (666 num total de 1080):
 $\frac{s}{666} = \frac{360}{1080} \Leftrightarrow s = \frac{360 \times 666}{1080} \Leftrightarrow s = 222^\circ$

E assim, vem que:

A moda das pontuações atribuídas pelos Detratores é 1.

Os clientes Neutros representam, com arredondamento às unidades, aproximadamente 27 % da amostra.

A mediana das pontuações atribuídas pelos 1080 clientes é 9.

Os resultados obtidos estão organizados no gráfico circular 222, no qual se apresenta a amplitude, em graus, de um dos sectores.

Logo, as correspondências corretas são:

- I → a)
- II → c)
- III → b)
- IV → c)

1.2. Como os 723 clientes Promotores correspondem a $\frac{723 \times 100}{1000} = 72,3\%$ do total da amostra, podemos determinar o valor do *NPS* desta amostra:

$$NPS = 72,3 - 8 = 64,3\%$$

Para que a amostra permitisse classificar a empresa na Zona de excelência, este valor deveria ser, pelo menos, 75%, ou seja, seria necessário uma percentagem adicional de Promotores de $75 - 64,3 = 10,7\%$, a que corresponde o número mínimo de clientes Neutros, que teriam de passar a Promotores, de:

$$1000 \times \frac{10,7}{100} = 1000 \times 0,107 = 107$$

Exame – 2023, 2.ª Fase



2.

2.1. Organizando os dados relativos aos valores da temperatura mínima (16; 15; 16; 16; 15; 15; 14), da temperatura máxima (26; 23; 28; 29; 29; 28; 26) e da precipitação acumulada diária (1; 0,5; 0,1; 0,2; 0; 0,3; 3), em três listas na calculadora gráfica e calculando as medidas estatísticas de cada uma das variáveis, obtemos os seguintes valores, relativos à média, mediana, 1.º quartil, desvio padrão, e amplitude:

	Temperatura mínima	Temperatura máxima	Precipitação acumulada diária
Média	15,2857	27	0,7286
Mediana	15	28	0,3
1º quartil	15	26	0,1
Desvio padrão	0,6999	2	0,9765
Amplitude	2	6	3

E assim, podemos estabelecer as correspondências seguintes:

- **(1) - (b)** O conjunto dos dados é o que apresenta média inferior à mediana são os da temperatura máxima;
- **(2) - (a)** O conjunto dos dados é o que apresenta o primeiro quartil igual à mediana para a variável temperatura mínima;
- **(3) - (c)** De segunda para terça, os valores da precipitação decresceram (de 0,5 para 0,1) e os valores das temperaturas mínima e máxima cresceram (de 15 para 16 e de 23 para 28, respetivamente) e em nenhum outro par de dias se verificou uma tendência semelhante;
- **(4) - (c)** Os valores da precipitação são todos diferentes, pelo que nenhum deles tem uma frequência maior que os restantes, pelo que não existe moda, ou seja, o conjunto dos dados é amodal;
- **(5) - (a)** O conjunto dos dados é o que apresenta menor dispersão em relação à média, que pode ser identificado através do valor do desvio padrão que é menor, são os dados relativos à temperatura mínima;
- **(6) - (b)** A amplitude dos dados da temperatura mínima é igual a 6;
- **(7) - (c)** Relativamente à temperatura mínima existem 3 dados acima da média, ou seja, mais de 30% ($3 \times \frac{100}{7} \approx 42,86$); relativamente à temperatura máxima existem 4 dados acima da média, ou seja, mais de 30% ($4 \times \frac{100}{7} \approx 51,14$) e relativamente à precipitação acumulada existem 2 dados acima da média, ou seja, menos de 30% ($2 \times \frac{100}{7} \approx 28,57$)

Resposta: **(a) - 2,5; (b) - 1,6 e (c) - 3,4,7**

2.2. Designando por d , o valor da descida da temperatura máxima entre dois dias correspondentes das duas semanas, e calculado a soma das temperaturas registadas, temos:

- entre os dias 7 e 13: $26 + 23 + 28 + 29 + 29 + 28 + 26 = 189$
- entre os dias 14 e 20: $(26 - d) + (23 - d) + (28 - d) + (29 - d) + (29 - d) + (28 - d) + (26 - d) = 189 - 7d$
- nos 14 dias da Festa: $189 + 189 - 7d = 378 - 7d$

Assim, sabendo que a média dos 14 dias da Festa foi de $25,5$ °C, podemos calcular o valor d , da descida da temperatura máxima entre os dias 7 e 14:

$$\frac{378 - 7d}{14} = 25,5 \Leftrightarrow 378 - 7d = 25,5 \times 14 \Leftrightarrow 378 - 7d = 357 \Leftrightarrow 378 - 357 = 7d \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 378 - 357 = 7d \Leftrightarrow 21 = 7d \Leftrightarrow \frac{21}{7} = d \Leftrightarrow d = 3$$

Exame - 2023, 1.ª Fase



3.

3.1. Analisando todas os cenários possíveis temos:

- 3 vezes: esta situação não pode ter ocorrido porque assim teria $3 \times 18 = 54$ pontos e não 58 como indicado.
- 2 vezes: esta situação não pode ter ocorrido porque assim teria $2 \times 18 + 25 = 61$, pontos se na prova restante tivesse ficado em primeiro lugar, ou $2 \times 18 + 15 = 51$ pontos se na prova restante tivesse ficado em terceiro lugar, em qualquer outra posição na prova restante teria ainda menos pontos e nunca os 58 indicados.
- 1 vez: esta situação pode ter ocorrido visto que teria que ter ocupado um primeiro lugar, visto que com um segundo e dois terceiros a pontuação seria $18 + 2 \times 15 = 48$ pontos. Considerando um primeiro e um segundo, a pontuação obtida é $18 + 25 = 43$ pontos e assim para a prova restante a pontuação necessária seria $58 - 43 = 15$ correspondente a um terceiro lugar.

Como se pretende identificar o número máximo de vezes que o piloto pode ter ficado em segundo lugar, a resposta é 1, correspondendo a 1 primeiro lugar, 1 segundo lugar e um terceiro lugar.

Resposta: **Opção B**

3.2.

3.2.1. Pela observação do gráfico, e sabendo que a pontuação no Reino Unido foi de 18 pontos, podemos determinar a pontuação dos quatro últimos GP, adicionando a diferença para os GP que se realizaram depois deste:

GP	Varição	Pontos
Reino Unido	6	18
Itália	-8	$18 - 8 = 10$
França	0	$10 + 0 = 10$
Japão	15	$10 + 15 = 25$

Assim, o número médio de pontos obtidos por este piloto nos quatro últimos GP, é:

$$\bar{x} = \frac{18 + 10 + 10 + 25}{4} = 15,75$$

3.2.2. Como o piloto obteve o primeiro lugar no GP da Austrália, onde se percorreram todas as voltas previstas obteve 25 pontos.

Como no GP de Espanha a variação foi de -21, a pontuação obtida foi de $25 - 21 = 4$ pontos.

Como este GP tem um total de 66 voltas, das quais só se realizaram 45, a percentagem p de voltas concluídas é:

$$\frac{66}{100} = \frac{45}{p} \Leftrightarrow p = \frac{45 \times 100}{66} \Rightarrow p \approx 68,18 \%$$

Ou seja, no GP de Espanha se cumpriram pelo menos 70% das voltas previstas, pelo que os 4 pontos obtidos pelo piloto correspondem a metade dos pontos previstos na tabela para a sua posição, ou seja 8 pontos, a que corresponde a 6.^a posição.

Exame – 2022, Ép. especial



4.

4.1. Identificando o máximo e o mínimo dos conjuntos de dados de cada diagrama, podemos determinar as respetivas amplitudes:

- (A) $30 - 18 = 12$
- (B) $31 - 12 = 19$
- (C) $39 - 14 = 25$
- (D) $31 - 12 = 19$

Assim, temos que apenas os diagramas das opções (B) e (D) podem representar as idades daquele grupo de pessoas. Adicionalmente podemos verificar que ambos os diagramas representam um conjunto com 14 dados, pelo devemos verificar em qual dos diagramas a média é 20:

- (B) $\bar{x} = \frac{12 \times 2 + 13 \times 2 + 15 \times 3 + 20 + 21 + 22 + 30 \times 2 + 31 \times 2}{14} = 20$
- (D) $\bar{x} = \frac{12 \times 3 + 13 \times 2 + 15 \times 2 + 17 + 18 + 19 + 21 \times 2 + 22 + 31}{14} \approx 17,2$

Resposta: **Opção B**

4.2. Designando por b o número de pessoas do grupo B, temos que:

- o número total de pessoas é: $14 + b$
- a soma das idades de todas as pessoas é: $20 \times 14 + 18 \times b$

Assim, como a média dos dois grupos é 18,7, o valor de b , é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{20 \times 14 + 18 \times b}{14 + b} = 18,7 &\Leftrightarrow 280 + 18b = 18,7(14 + b) \Leftrightarrow 280 + 18b = 261,8 + 18,7b \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 280 - 261,8 = 18,7b - 18b \Leftrightarrow 18,2 = 0,7b \Leftrightarrow \frac{18,2}{0,7} = b \Leftrightarrow 26 = b \end{aligned}$$

Exame – 2022, 2.ª Fase

5. Como no dia 3 de janeiro de 2018, a média das idades dos funcionários que se manteve na empresa, era 31,5 anos, então no dia 3 de janeiro de 2014, a média das idades dos mesmos funcionários era $31,5 - 3 = 28,5$.

Assim a média das idades destes funcionários, no dia 3 de janeiro de 2014, é:

$$\bar{x} = \frac{20 \times 1 + 22 \times 3 + 26 \times 2 + 31 \times b + 40 \times 2}{1 + 3 + 2 + b + 2} = \frac{31b + 218}{b + 8}$$

Assim, calculando o número de funcionários tinham 31 anos quando a agência foi inaugurada, ou seja, o valor de b , temos:

$$\begin{aligned} \frac{31b + 218}{b + 8} = 28,5 &\Leftrightarrow 31b + 218 = 28,5(b + 8) \Leftrightarrow 31b + 218 = 28,5b + 228 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 31b - 28,5b = 228 - 218 \Leftrightarrow 2,5b = 10 \Leftrightarrow b = \frac{10}{2,5} \Leftrightarrow b = 4 \end{aligned}$$

Exame – 2022, 1.ª Fase



6.

- 6.1. Como existem 6 ouvintes com variação de peso normal (correspondentes aos IMC 19, 19, 20, 20, 20 e 23), então os restantes $20 - 6 = 14$ ouvintes tem um IMC que não pode ser classificado como variação normal.

Assim, a percentagem (p) correspondente é:

$$\frac{p}{100} = \frac{14}{20} \Leftrightarrow p = \frac{14 \times 100}{20} \Leftrightarrow p = 70$$

Resposta: **Opção A**

- 6.2. De acordo com os dados do histograma temos que o número de elementos da amostra, n , é:

$$n = 18 + a + 6 + 32 + 16 = a + 72$$

Como os dados estão agrupados em classes, a média é calculada com recurso à identificação da marca de cada classe. Assim, como as marcas de classe são 16, 20, 24, 28 e 32, a média é:

$$\bar{x} = \frac{18 \times 16 + a \times 20 + 6 \times 24 + 32 \times 28 + 16 \times 32}{a + 72} = \frac{20a + 1840}{a + 72}$$

Admitindo que a média é igual a 24, temos que o valor é:

$$\begin{aligned} 24 &= \frac{20a + 1840}{a + 72} \Leftrightarrow 24(a + 72) = 20a + 1840 \Leftrightarrow 24a + 1728 = 20a + 1840 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 24a - 20a = 1840 - 1728 \Leftrightarrow 4a = 112 \Leftrightarrow a = \frac{112}{4} \Leftrightarrow a = 28 \end{aligned}$$

Exame – 2021, Ép. especial

7.

- 7.1. Pela observação do gráfico podemos verificar que no mês 6 a taxa de utilização da cantina foi de 12,7% e no mês 7 foi de 9,4%.

Como no mês 6, frequentaram a cantina 1016 alunos, podemos estabelecer a proporção para determinar o número de alunos a que frequentaram a cantina no mês 7:

$$\frac{12,7}{9,4} = \frac{1016}{a} \Leftrightarrow a = \frac{1016 \times 9,4}{12,7} \Leftrightarrow a = 752$$

Logo a redução do número de alunos é:

$$1016 - 752 = 264$$

Assim, a percentagem x da redução do mês 7 relativamente ao mês 6, corresponde à proporção de 264 relativamente a 1016:

$$\frac{1016}{264} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100 \times 264}{1016} \Rightarrow x \approx 26$$

Resposta: **Opção A**



7.2. Ordenando os dados de acordo com o gráfico ($b < 9,4$), podemos identificar a posição dos dados centrais, necessários para o cálculo da mediana:

$$\underbrace{b; 9,4; 11,7; 12,7; 13,9; 14,5}_{50\%}; \underbrace{a; 15,5; 15,9; 15,9; 16,2; 16,5}_{50\%}$$

Admitindo que a mediana dos dados recolhidos é 14,9%, e observando que é a média aritmética entre 14,5 e a , temos que:

$$\frac{14,5 + a}{2} = 14,9 \Leftrightarrow a = 14,9 \times 2 - 14,5 \Leftrightarrow a = 16 - 7 \Leftrightarrow a = 15,3\%$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

8. Pela observação do gráfico podemos verificar que a média dos alunos que participaram no primeiro semestre é relativa a $15 + 55 = 70$ alunos, e que a média dos alunos que participaram no segundo semestre é relativa a $10 + 30 = 40$ alunos.

Assim a notta média dos 110 alunos é:

$$\bar{x} = \frac{15,65 \times 70 + 14,22 \times 40}{100} = 15,13 \text{ valores}$$

Exame – 2021, 2.ª Fase

9. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada barra do histograma e calcular a frequência absoluta simples (a partir da frequência absoluta acumulada, por subtrações sucessivas), como se apresenta na tabela seguinte:

Classes	Marca de classe	Frequência absoluta acumulada	Frequência absoluta simples
[18,28[$\frac{18+28}{2} = 23$	15	15
[28,38[$\frac{28+38}{2} = 33$	75	$75 - 15 = 60$
[38,48[$\frac{38+48}{2} = 43$	120	$120 - 75 = 45$
[48,58[$\frac{48+58}{2} = 53$	140	$140 - 120 = 20$
[58,68[$\frac{58+68}{2} = 63$	150	$150 - 140 = 10$

Assim, introduzindo na calculadora gráficas listas correspondentes às marca de classe e às frequências absolutas simples e calculando as medidas estatísticas referentes a estas duas listas obtemos o valor da média das idades dos 150 funcionários, com arredondamento às unidades:

$$\bar{x} \approx 40$$

Exame – 2021, 1.ª Fase



10.

- 10.1. Como a mediana é 8 e existem um total de 20 registos ($3 + 4 + 2 + 2 = 11$ rapazes e 9 raparrigas), a mediana é a média do 10.º e do 11.º primeiros registos na lista ordenada de todos os registos.

Assim, escrevendo os 11 primeiros registos da lista ordenada temos:

$$\underbrace{\overbrace{5; 5; 5}^{\text{♂}}; \overbrace{5; 5}^{\text{♀}}; \overbrace{6; 6; 6; 6}^{\text{♂}}; \overbrace{7}^{\text{♀}}; \overbrace{a}^{\text{♀}}; \dots}_{10}}_{10}$$

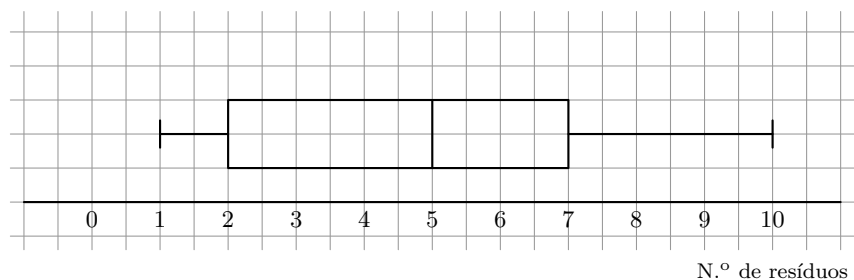
Assim a mediana ($\tilde{x} = 8$) é a média aritmética entre 7 e a , ou seja:

$$\frac{7 + a}{2} = 8 \Leftrightarrow 7 + a = 16 \Leftrightarrow a = 16 - 7 \Leftrightarrow a = 9$$

- 10.2. Inserindo na calculadora gráfica os valores do número de resíduos numa lista e os valores da frequência absoluta noutra lista, e formatando a calculadora para obter os calculos estatísticos de uma variável, com dados agrupados, obtemos os seguintes valores para os quartis e para os extremos:

Mínimo	1
1.º quartil	2
Mediana	5
3.º quartil	7
Máximo	10

Assim, representando o diagrama de extremos e quartis relativo a estes dados, temos:



Desta forma podemos concluir que o diagrama apresentado no enunciado não traduz os dados apresentados na tabela, porque o valor do 3.º quartil não é 8, mas sim 7, como se ilustra no diagrama aqui representado.

Exame – 2020, Ép. especial

11. Como em abril foram ocupados menos 25% dos quartos do que em março, então o número de quartos ocupados em abril foi 75% dos número registado março.

Assim, como 198 corresponde a 75% do número de quartos ocupados em março (m), então a ocupação de março corresponde a 100%, e assim, estabelecendo a proporção, temos que:

$$\frac{m}{198} = \frac{100}{75} \Leftrightarrow m = \frac{100 \times 198}{75} \Leftrightarrow m = 264$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2020, 2.ª Fase



12.

- 12.1. Relacionando as frequências absoluta simples e absoluta acumulada do tempo de atraso de 5 min, podemos determinar a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso de 4 min, e podemos calcular a frequência absoluta acumulada do tempo de atraso b , como está indicado na tabela:

Tempo de atraso (min)	N.º de comboios	Frequência absoluta acumulada
0		2
2		14
4	a	$37 - 13 = 24$
5	13	37
b	13	$37 + 13 = 50$
15		
17		100

Depois relacionando as frequências absolutas acumuladas dos tempos 2 e 4 min, podemos determinar o valor de a :

$$\text{Como } 14 + a = 24, \text{ então } a = 24 - 14 = 10$$

Relativamente ao valor de b , como se verificou que existem 50 registos com um valor inferior a b e 50 registos com um valor igual ou superior a 15, então, como o total de registos é par, a mediana resulta da média entre b e 15. Como a mediana é 11 min, podemos determinar o valor de b :

$$\frac{b + 15}{2} = 11 \Leftrightarrow b + 15 = 11 \times 2 \Leftrightarrow b = 22 - 15 \Leftrightarrow b = 7$$

- 12.2. Como do conjunto das reclamações apresentadas em todas as estações, 13 680 se encontram pendentes, pela leitura do gráfico podemos verificar que este valor corresponde a 45% do total, pelo que, o número total de reclamações é:

$$\frac{t}{13\,680} = \frac{100}{45} \Leftrightarrow t = \frac{100 \times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t = \frac{100 \times 13\,680}{45} \Leftrightarrow t = 30\,400$$

Como do total das reclamações apresentadas, 40% são da estação E2, podemos calcular o número de reclamações da estação E2:

$$30\,400 \times 0,4 = 12\,160$$

Novamente pela observação do gráfico podemos verificar que a percentagem de reclamações pendentes na estação E2 é 75%, pelo que o número correspondente é:

$$12\,160 \times 0,75 = 9\,120$$

Exame – 2020, 2.ª Fase

13.

- 13.1. Como o tempo médio de espera é referente a 9 pessoas, tendo os tempos do Filipe e do amigo iguais (porque permaneceram juntos na fila), designado por t este valor, temos que:

$$\frac{30 + 24 + 22,5 + 18 + 12 + 8 + 3 + t + t}{9} = 15,5 \Leftrightarrow 117,5 + 2t = 15,5 \times 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t = 139,5 - 117,5 \Leftrightarrow t = \frac{22}{2} \Leftrightarrow t = 11$$



13.2. Observando que as pessoas indicadas na tabela, as que esperaram menos de três horas foram as pessoas A, B e C, ou seja 3 pessoas e designando por t o número total de clientes que, nesse dia, adquiriram bilhete, temos que:

- $t \times 0,6$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete (60% do total)
- $t \times 0,6 \times 0,004$ é o número de pessoas que esperaram menos de três horas para comprar o bilhete e que figuram na tabela (0,4% do valor anterior)

Assim, determinando o valor de t , temos:

$$t \times 0,6 \times 0,04 = 3 \Leftrightarrow t = \frac{3}{0,6 \times 0,04} \Leftrightarrow t = 1250$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2020, 1.ª Fase

14.

14.1. Como existem 50 registos (referentes aos 50 clientes inquiridos pelo João), e como a média do número de artigos comprados é 1,96, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{50} = 1,96 \Leftrightarrow S = 1,96 \times 50 \Leftrightarrow S = 98$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, temos:

$$98 - 0 \times 8 - 1 \times 14 - 2 \times 12 - 3 \times 13 = 98 - 0 - 14 - 24 - 39 = 21$$

Desta forma, temos que o valor de a pode ser calculado por:

$$a \times 3 = 21 \Leftrightarrow a = \frac{21}{3} \Leftrightarrow a = 7$$



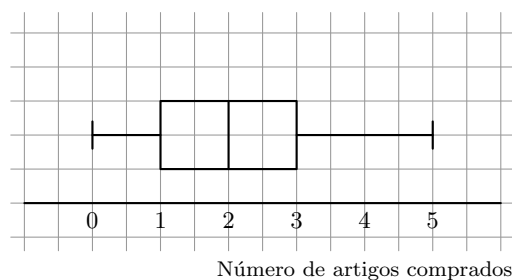
14.2. Organizando os dados recolhidos pelo João e pela Maria numa tabela, e agrupando as respostas semelhantes, temos:

N.º de artigos comprados	N.º de clientes (João)	N.º de clientes (Maria)	N.º de clientes (Total)
0	8	10	10
1	14	15	29
2	12	8	20
3	13	7	20
4	3	7	10
5	0	3	3

Inserindo na calculadora, em duas listas, os valores relativos ao N.º de artigos comprados, e ao N.º de clientes (Total), e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os seguintes valores para os extremos e para os quartis:

- Mínimo: 0
- 1.º quartil: 1
- Mediana (2.º Q): 2
- 3.º quartil: 3
- Máximo: 5

E desta forma podemos desenhar o diagrama de extremos e quartis que representa os dados relativos ao número de artigos que os 100 clientes inquiridos:



Exame – 2019, Ép. especial

15.

15.1. Admitindo que o valor médio das 10 licitações é 34 euros, calculamos a soma (S) dos valores dos valores das 10 licitações:

$$\frac{S}{10} = 34 \Leftrightarrow S = 34 \times 10 \Leftrightarrow S = 340$$

Calculando a soma das 9 licitações indicadas no diagrama de caule e folhas, temos:

$$14 + 16 + 22 + 31 + 32 + 37 + 45 + 48 + 50 = 295$$

Assim, o valor em falta é dado pela diferença entre S e a soma dos valores das 9 licitações:

$$340 - 295 = 45$$

Resposta: **Opção A**



15.2.

- 15.2.1. • Considerando que 48 artigos foram vendidos por um preço inferior ou igual ao 3.º quartil, ou seja, que 48 artigos correspondem a 75% da população, então o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros (n), ou seja, superior ou igual à mediana pode ser 50% da população:

$$\frac{75}{48} = \frac{50}{n} \Leftrightarrow n = \frac{50 \times 48}{75} \Leftrightarrow n = 32$$

- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana é calculada a partir de vários valores iguais, pelo que os valores iguais ou superior à mediana podem ser mais do 50%, por exemplo:

$$\underbrace{20 \dots 20}_{16} \underbrace{40 \dots 40}_{16} \underbrace{40 \dots 40}_{16} \underbrace{59 \ 61 \ 70 \dots 70}_{16}$$

Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $16 \times 3 = 48$

- Outra alternativa consiste em considerar a situação em que a mediana o 3.º quartil corresponde a mais do que 75% da população, por exemplo:

$$20 \underbrace{30 \dots 30}_{23} 40 \underbrace{60 \dots 60}_{23} 70$$

Nestas condições, a distribuição apresentada verifica os dados do diagrama de extremos e quartis relativo ao mês de maio, e o número de artigos vendidos por um preço mínimo de 40 euros é $23 + 2 = 25$

15.2.2. Identificando os valores indicados para as seis peças, nos diagramas respetivos, temos:

- Abril: 10 €(mínimo) e 40 €(mediana)
- Julho: 40 €(1.º quartil) e 70 €(3.º quartil)
- Agosto: 2×90 €(máximo)

Assim o valor obtido com a venda das seis peças é:

$$10 + 40 + 40 + 70 + 2 \times 90 = 340 \text{ euros}$$

Exame – 2019, 2.ª Fase

16.

16.1. Como a média é relativa a 5 anos, temos que:

$$\frac{10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450}{5} = 13\,576 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10\,980 + 12\,000 + a + 15\,000 + 16\,450 = 13\,576 \times 5 \Leftrightarrow 54\,430 + a = 67\,880 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 67\,880 - 54\,430 \Leftrightarrow a = 13\,450$$



- 16.2. Observando as linhas da tabela até ao valor de latência 21 ms, podemos calcular as frequências relativas acumuladas relativa com o objetivo de localizar o 1.º quartil e a mediana:

Latência (ms)	N.º de testes	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	
9	18	18	$\frac{18}{150} = 0,12$	
13	27	$18 + 27 = 45$	$\frac{45}{150} = 0,3$	$Q_1 = 13$
17		51	$\frac{51}{150} = 0,34$	
21	42	$51 + 42 = 93$	$\frac{93}{150} = 0,62$	$\tilde{x} = 21$
...	

Assim, de entre os diagramas de extremos e quartis apresentados, o único compatível com os valores calculados do primeiro quartil e da mediana é o da opção A.

Resposta: **Opção A**

Exame – 2019, 1.ª Fase

17. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores:

50 50 50 54 56 56 56 57 62 62 63 65 69 74 74 74 79

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos os seguintes valores para a média e o desvio padrão (com arredondamento às unidades):

$$\bar{x} = 59,65 \text{ e } s \approx 10$$

Assim, temos que o intervalo $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$ é:

$$]59,65 - 10 ; 59,65 + 10[=]49,65 ; 69,65[$$

Logo, existem 13 registos dentro deste intervalo, ou seja todos exceto os três abaixo de 50 e os quatro acima de 70.

Exame – 2018, Ép. especial

18. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada barra do histograma, inserir esses valores numa lista da calculadora gráfica e noutra lista a respetiva frequência absoluta, ou seja, a tabela seguinte:

Marca de classe	Frequência absoluta simples
$\frac{100+150}{2} = 125$	16
$\frac{150+200}{2} = 175$	24
$\frac{200+250}{2} = 225$	8
$\frac{250+300}{2} = 275$	32
$\frac{300+350}{2} = 325$	20

Calculando as medidas estatísticas referentes a estas duas listas obtemos o valor da média:

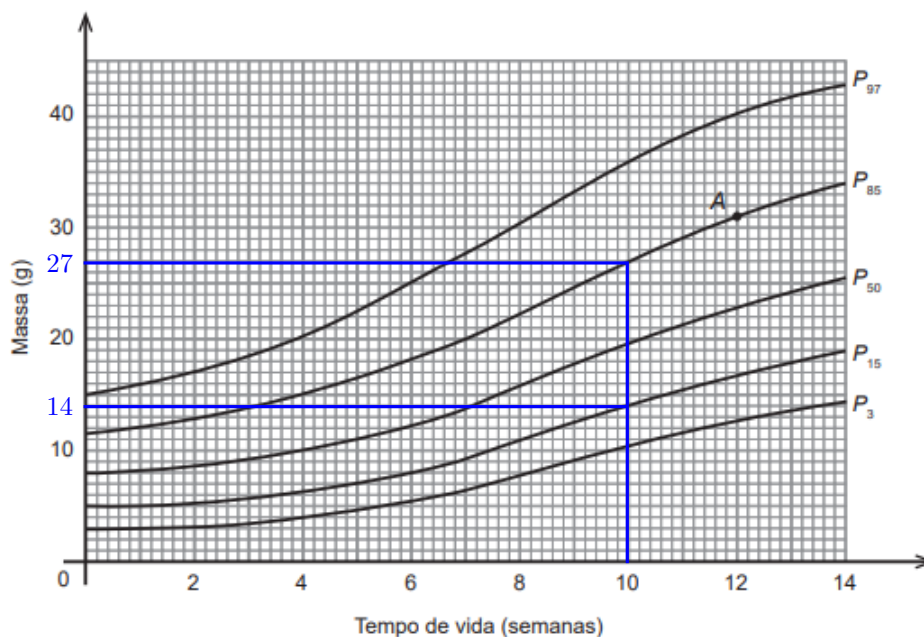
$$\bar{x} = 233$$

Identificando no histograma a classe modal, ou seja, a classe com maior frequência - a classe $[250,300[$ - podemos verificar que a média dos dados agrupados não pertence à classe modal.

Exame – 2018, 2.ª Fase



19. Observando o gráfico de percentis construído com base nos dados recolhidos, podemos observar que uma larva com 10 semanas de vida, com massa compreendida entre 14 e 27 gramas, está entre o percentil 15 e o percentil 85:



Como a percentagem de uma população compreendida entre os percentis 15 e 85 é: $85 - 15 = 70\%$, e a amostra tem 500 larvas, então o número esperado de larvas com massa compreendida entre 14 e 27 gramas, às 10 semanas é:

$$500 \times 0,7 = 350$$

Exame – 2018, 1.ª Fase

20. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores:

435 379 65 60 276 59 43

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos o valor para a média e o desvio padrão (com arredondamento às décimas):

$$\bar{x} \approx 188,1$$

Consultando a tabela podemos observar que apenas os filmes A, B e E, ou seja, 3 filmes, têm um custo de produção superior ao valor médio.

Resposta: **Opção C**

Exame – 2017, Ép. especial

- 21.

21.1. Ordenando os valores da tabela, temos:

$$\underbrace{184 < 200 < 208 < 224 < 232 < 240 < 256}_{50\%} < \underbrace{264 < 280 < 280 < 288 < 312 < 328 < 344}_{50\%}$$

Pelo que podemos verificar que o valor da mediana é a média entre os valores 256 e 264, ou seja entre os números de utilizadores da diversão na quarta-feira da segunda semana e na quinta-feira da segunda semana.

Resposta: **Opção C**



21.2. Inserindo numa lista da calculadora gráfica todos os valores da tabela:

184 200 208 224 232 240 256 264 280 280 288 312 328 344

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos o valor para a média diária do número de utilizadores desta diversão, nas duas primeiras semanas de 2015:

$$\bar{x} = 260$$

Como no ano seguinte a média, para o mesmo o período foi de 292,5, o valor médio acrescido é de $292,5 - 260 = 32,5$ visitantes.

Assim, o valor percentual correspondente ao aumento médio é:

$$\frac{260}{32,5} = \frac{100}{p} \Leftrightarrow p = \frac{100 \times 32,5}{260} \Leftrightarrow p = 12,5$$

Exame – 2017, 1.ª Fase

22.

22.1. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada barra do histograma, calcular a frequência relativa simples (a partir da frequência relativa acumulada, por subtrações sucessivas), multiplicar a frequência relativa simples pela marca de classe ($x_i \times fr_i$), como se apresenta na tabela seguinte:

Classes	Marca de classe	Frequência relativa acumulada (%)	Frequência relativa simples (%)	$x_i \times fr_i$
[20,30[$\frac{20+30}{2} = 25$	10	10	$25 \times 10 = 250$
[30,40[$\frac{30+40}{2} = 35$	30	$30 - 10 = 20$	$35 \times 20 = 700$
[40,50[$\frac{40+50}{2} = 45$	80	$80 - 30 = 50$	$45 \times 50 = 2250$
[50,60[$\frac{50+60}{2} = 55$	100	$100 - 80 = 20$	$55 \times 20 = 1100$

Assim, somando todos os produtos e dividindo por 100, obtemos uma aproximação à média de idades dos jornalistas:

$$\bar{x} = \frac{250 + 700 + 2250 + 1100}{100} = 43$$



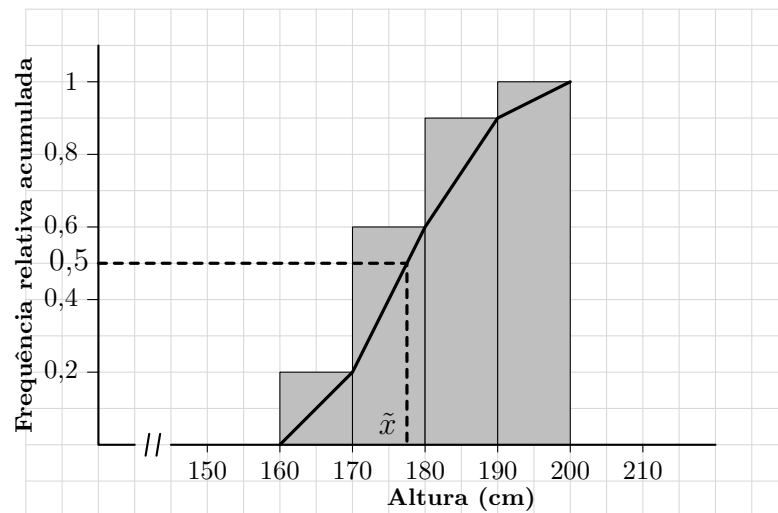
22.2. Começando por calcular o número total de jornalistas, as frequências relativas simples, e depois as frequências relativas acumuladas obtemos a tabela seguinte:

Altura (em centímetros)	Número de jornalistas	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
[160,170[4	$\frac{4}{20} = 0,2$	0,2
[170,180[8	$\frac{8}{20} = 0,4$	$0,2 + 0,4 = 0,6$
[180,190[6	$\frac{6}{20} = 0,3$	$0,6 + 0,3 = 0,9$
[190,200[2	$\frac{2}{20} = 0,1$	$0,9 + 0,1 = 1$
Total	20	1	—

Desta forma podemos observar que a classe mediana é a classe [170,180[, porque é a primeira classe que tem uma frequência relativa acumulada superior a 0,5.

A partir dos dados da tabela, desenhamos um histograma com as frequências relativas acumuladas e o polígono de frequências acumuladas.

Depois, identificando o ponto do polígono de frequências que corresponde à frequência relativa acumulada de valor 0,5, podemos determinar por processos geométricos o valor aproximado da altura mediana, como se apresenta no gráfico seguinte:



Exame – 2016, Ép. especial

23.

23.1. Como existem 15 registos (referentes aos 15 dias do festival), para que o número médio de elementos da organização presentes, por dia, nessa edição do MaréFest, seja 90, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{15} = 90 \Leftrightarrow S = 90 \times 15 \Leftrightarrow S = 1350$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, temos:

$$1350 - 75 - 77 - 77 - 80 - 80 - 83 - 88 - 93 - 99 - 100 - 100 - 102 - 105 - 105 = 86$$

Desta forma o registo a que se reporta o valor de a representa o valor 86, ou seja:

$$a = 86 - 80 = 6$$



23.2. Inserindo numa lista da calculadora gráfica todos os valores do diagrama, e considerando $a = 8$:

75 77 77 80 80 83 88 88 93 99 100 100 102 105 105

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos os valores do 1.º quartil e da mediana da distribuição de 2010:

$$q_1 = 80 \text{ e } \tilde{x} = 88$$

Observando o diagrama de extremos e quais apresentado, temos que os valores do 1.º quartil e da mediana da distribuição de 2011, são:

$$q_1 = 80 \text{ e } \tilde{x} = 100$$

Assim temos que o número de elementos da organização presentes, por dia, no recinto do MaréFest situados entre o 1.º quartil e a mediana, estão dispersos por um intervalo de amplitude $88 - 80 = 8$ na distribuição de 2010 e num intervalo de amplitude $100 - 80 = 20$ na distribuição de 2011.

Assim, podemos concluir que estes dados estão mais dispersos na distribuição de 2011, ou seja, estão mais concentrados na distribuição de 2010, pelo que a afirmação é verdadeira.

Exame – 2016, 1.ª Fase

24. Inserindo numa lista da calculadora gráfica todos os valores dados:

15 680 17 549 14 746 19 418 20 353 22 222 28 763 26 894 34 370 37 174 38 108 39 043

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos os valores para a média e o desvio padrão dos dados registados:

$$\bar{x} = 26193,33 \text{ e } \sigma = 8725,84$$

Exame – 2015, Ép. especial

25. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos números de saquetas por caixa, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, o número de caixas:

Número de saquetas de açúcar por caixa	Frequência absoluta simples (Número de caixas)
693	1
714	1
735	2
756	3
819	5
840	8

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor do número médio de saquetas por caixa da amostra:

$$\bar{x} \approx 798,38$$

Assim, como o valor esperado era de 760 saquetas, devem ser retiradas $798 - 760 = 38$ saquetas de cada caixa, e desta forma, como se retiram o mesmo número de saquetas de açúcar a cada uma das caixas da amostra, a média será

$$\bar{x} \approx 798,38 - 38 \approx 760 \text{ saquetas}$$

Exame – 2014, 2.ª Fase



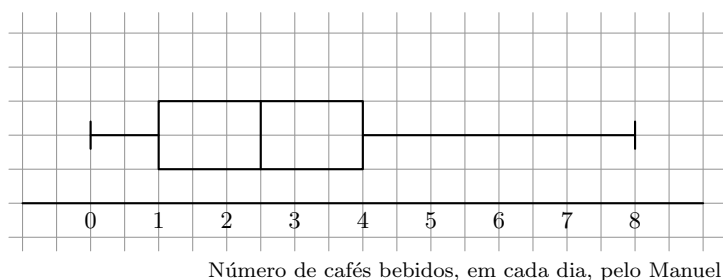
26. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os dados relativos à amostra de 40 dias, ou seja, os valores

0,1,2,2,2,1,3,2,1,1,3,4,1,3,3,0,1,5,4,2,0,4,1,3,4,4,2,4,5,3,3,1,2,4,8,5,0,1,8,4

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista obtemos os valores do mínimo, do 1.º quartil, da mediana, do 3.º quartil e do máximo:

Mínimo	0
1.º quartil	1
Mediana	2,5
3.º quartil	4
Máximo	8

E desta forma podemos desenhar o diagrama de extremos e quartis que representa a amostra:



Assim, comparando o diagrama obtido com o diagrama dado, podemos verificar que as diferenças são:

- O valor máximo (é 8 e no diagrama dado é 7,5)
- O valor do 3.º quartil (é 4 e no diagrama dado é 3)
- O valor da mediana (é 2,5 e no diagrama dado é 2)

Exame – 2014, 1.ª Fase



27. Relativamente à empresa X, inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos vencimentos, e noutra lista o número de trabalhadores, ou seja a frequência absoluta de cada valor do vencimento:

Vencimento mensal (em euros)	N.º de trabalhadores Freq. absoluta
500	4
512	6
752	3
840	1
1520	1
3850	1

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e do desvio padrão dos vencimentos mensais dos trabalhadores da empresa X:

$$\bar{x} = 846,13 \text{ e } \sigma = 842,74$$

Procedendo da mesma forma para dados relativos à empresa Y, ou seja, inserindo na calculadora gráfica as listas:

Vencimento mensal (em euros)	N.º de trabalhadores Freq. absoluta
750	5
870	10
1088	1

obtemos os valores da média e do desvio padrão dos vencimentos mensais dos da empresa Y:

$$\bar{x} = 846,13 \text{ e } \sigma = 85,79$$

Assim, temos que o valor médio dos vencimentos nas duas empresas é igual (porque a média é igual), mas a dispersão dos valores dos vencimentos é maior na empresa X (porque o desvio padrão é maior), ou seja, os valores dos vencimentos estão mais concentrados, em torno do valor médio, na empresa Y.

Exame – 2013, Ép. especial

28. Como existem 12 registos, para que a média do número de habitantes por cada ponto de acesso seja 512,5, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{12} = 512,5 \Leftrightarrow S = 512,5 \times 12 \Leftrightarrow S = 6150$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, obtemos o valor do registo em falta, ou seja o valor de a :

$$a = 6150 - 531 - 518 - 481 - 535 - 493 - 500 - 490 - 525 - 502 - 493 - 550 = 532$$

Assim, inserindo numa lista da calculadora gráfica todos os valores:

531 518 481 535 493 500 490 532 525 502 493 550

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos o valor do desvio padrão do número de habitantes servidos por cada um dos pontos de acesso desse concelho, em 2004, que arredondado às unidades, é:

$$\sigma = 21$$

Exame – 2013, 2.ª Fase



29. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos números de filhos, e noutra lista as frequências absolutas simples:

Números de filhos	Frequência absoluta simples
1	66
2	46
3	38
4	38
5	12

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e do desvio padrão dos número de filhos da amostra:

$$\bar{x} = 2,42 \text{ e } s \approx 1,3$$

Procedendo da mesma forma com os dados corrigidos, ou seja substituindo os valores da primeira por 0, 1, 2, 3 e 4, e calculando novamente as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os novos valores da média e do desvio padrão dos número de filhos da amostra:

$$\bar{x} = 1,42 \text{ e } s \approx 1,3$$

Assim temos que:

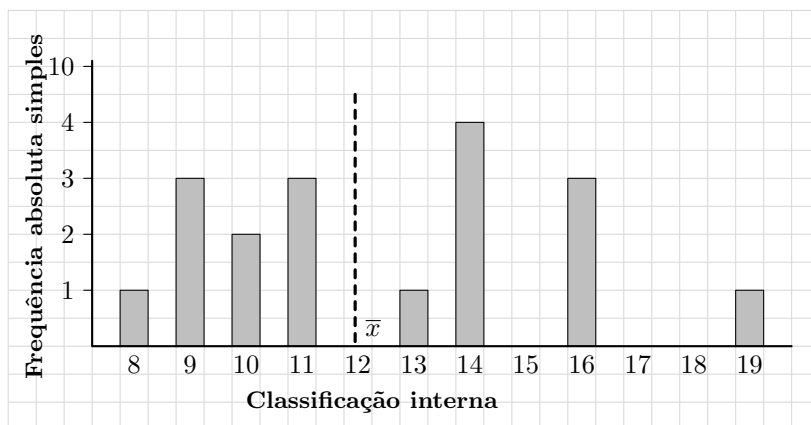
- a média dos dados corrigidos é inferior à média inicial em 1 unidade, porque todos os valores são exatamente inferiores em 1 unidade para a mesma frequência absoluta;
- o desvio padrão é igual nas duas situações, porque mede os desvios dos dados em relação à média, e considerando a alteração da média, a posição relativa de cada dado em relação à média é igual nas duas situações.

Exame – 2013, 1.^a Fase



30. Fazendo a contagem de cada um das classificações internas dos alunos da escola de Xisto na disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, obtemos a seguinte tabela de frequências absolutas simples, o que nos permite traçar o diagrama de barras seguinte:

Classificação interna	Frequência absoluta simples
8	1
9	3
10	2
11	3
12	0
13	1
14	4
15	0
16	3
17	0
18	0
19	1



Inserindo numa lista da calculadora gráfica as classificações internas, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores da tabela anterior, e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor aproximado da média: $\bar{x} \approx 12,4$

Representando o valor da média no diagrama de barras (a tracejado), podemos verificar que os dados se encontram dispersos e que a média não se encontra junto da maior concentração dos dados, pelo que a sua representatividade do conjunto destes dados é pouco significativa.

Exame – 2012, 2.^a Fase

31.

- 31.1. Como a amostra tem $6 + 10 + 6 + 2 = 24$ alunos, para que a média das idades seja 48,5, temos que a soma (S) de todos os registos é calculada por:

$$\frac{S}{24} = 48,5 \Leftrightarrow S = 48,5 \times 24 \Leftrightarrow S = 1164$$

Assim, subtraindo ao valor de S os valores dos registos conhecidos, obtemos a soma das idades com o valor p :

$$1164 - 14 \times 6 - 15 \times 10 - 16 \times 6 = 834$$

Assim, como existem dois alunos com idade p , temos que o valor de p é:

$$2 \times p = 834 \Leftrightarrow p = \frac{834}{2} \Leftrightarrow p = 417$$



- 31.2. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores do número de irmãos, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de alunos":

Número de irmãos	Frequência absoluta (n.º de alunos)
1	3
2	6
3	8
4	3
5	0
6	4

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e do desvio padrão para a amostra da escola da Maria: $\bar{x} = 2,125$ e $s \approx 1,569$

Procedendo da mesma forma com os dados relativos à amostra de outra escola, temos as listas seguintes:

Número de irmãos	Frequência absoluta (n.º de alunos)
0	1
1	4
2	14
3	4
4	1
5	0

e calculando os valores da média e do desvio padrão, temos: $\bar{x} = 2$ e $s \approx 0,834$

Assim, podemos verificar que as duas amostras apresentam o um número médio de irmãos semelhante, mas os dados da amostra da escola da Maria estão mais dispersos em relação à média; ou seja, a variabilidade dos dados é maior na amostra escola da Maria, porque o valor do desvio padrão é maior.

Exame – 2012, 1.ª Fase

32.

- 32.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores do número de leitores de DVD, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de habitações":

Número de leitores de DVD	Frequência absoluta (n.º de habitações)
0	330
1	450
2	47
3	173

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da mediana e dos quartis do número de leitores de DVD, por habitação:

$$\tilde{x} = 1; q_1 = 0 \text{ e } q_2 = 1$$



- 32.2. Usando as listas do item anterior e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos ainda os valores da média e dos desvio padrão do número de leitores de DVD, por habitação, na amostra:

$$\bar{x} \approx 1,06 \text{ e } s \approx 1,03$$

Inserindo agora numa lista da calculadora gráfica os valores do número de televisores, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de habitações":

Número de leitores de DVD	Frequência absoluta (n.º de habitações)
0	5
1	417
2	450
3	128

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos ainda os valores da média e dos desvio padrão do número de televisores, por habitação, na amostra:

$$\bar{x} \approx 1,70 \text{ e } s \approx 0,69$$

Assim, relacionando o valor do desvio padrão com cada um dos gráficos, podemos observar que como os dados estão concentrados nos valores intermédios da distribuição, ou seja, em torno da média, o desvio padrão tem um valor mais baixo; e relativamente ao número de leitores de DVD, como existe uma quantidade significativa de dados localizados em valores relativamente afastados da média, o valor do desvio padrão é, comparativamente ao anterior, mais elevado.

Exame – 2011, 2.ª Fase

33.

- 33.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores do número de livros lidos, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de alunos":

Número de livros lidos	Frequência absoluta (n.º de alunos)
1	10
2	8
3	6
7	4
8	3
10	1
11	3
12	5

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor da média para os 40 alunos da escola, arredondada às unidades: $\bar{x} \approx 5$

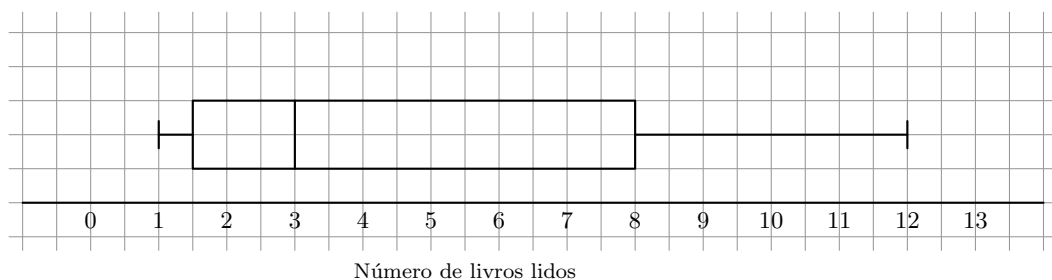
Assim podemos verificar que a média, nesta amostra, não é um bom indicador do *número de livros lidos por aluno*, nas férias de Verão, porque o valor da média não se encontra junto da maior concentração dos dados, o que acontece devido ao facto da maior parte dos dados não se localizar junto do centro da distribuição, onde se situa o valor da média.



- 33.2. Usando as listas do item anterior e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos ainda os valores do mínimo, do 1.º quartil, da mediana, do 3.º quartil e do máximo:

Mínimo	1
1.º quartil	1,5
Mediana	3
3.º quartil	8
Máximo	12

E desta forma podemos desenhar o diagrama de extremos e quartis:



Da observação do diagrama podemos verificar que os dados se encontram mais concentrados para os valores mais baixos, ou seja, os 50% dos dados com valores inferiores estão dispersos entre os valores 1 e 3, e os 50% dos dados com valores maiores estão dispersos entre os valores 3 e 12.

Podemos ainda observar que a distribuição é bastante assimétrica, porque a concentração de dados à esquerda da mediana é significativamente maior do que a concentração dos dados à direita da mediana.

- 33.3. Se cada um dos alunos envolvidos aumentar em 1 o número de livros lidos, a repercussão desta alteração sobre os valores da média e da mediana é um aumento de 1 unidade em ambas as medidas. Esta alteração pode ser verificada alterando a lista do número de livros lidos, acrescentando um valor aos valores constantes no gráfico, e na outra lista mantendo as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de alunos":

Número de livros lidos	Frequência absoluta (n.º de alunos)
2	10
3	8
4	6
8	4
9	3
11	1
12	3
13	5

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos novos valores para a média e para a mediana, que se constatam ser superiores em uma unidade relativamente aos calculados nos itens anteriores:

$$\bar{x} \approx 6 \text{ e } \tilde{x} = 4$$



34. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores relativos à taxa de alfabetização de adultos, relativos aos sete países:

$$15,4 \quad 74,8 \quad 43,5 \quad 17,8 \quad 11,5 \quad 89,6 \quad 61,2$$

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos o valor, arredondado às décimas, para o valor médio, em percentagem:

$$\bar{x} \approx 44,8$$

Exame – 2010, 2.ª Fase

35. Para podermos proceder de acordo com a informação inicial, calculamos a média das quantias depositadas:

$$\bar{x} = \frac{720 + 800 + 910}{3} = \frac{2430}{3} = 810 \text{ €}$$

Assim, de acordo com a informação inicial, se adicionarmos k euros ao depósito de cada um dos jovens a média também aumenta k euros, pelo que o valor de k a oferecer a cada uma dos jovens para que a média das quantias depositadas se fixe em €1100 é:

$$k = 1100 - 810 = 290$$

Exame – 2010, 1.ª Fase



36. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma A, e noutra lista as frequências absolutas:

N.º de mensagens recebidas	Frequência absoluta
6	1
7	1
9	2
10	3
11	1
12	2
13	6
15	2
16	3
17	1
18	2
19	1

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e o do desvio padrão, com aproximação às centésimas:

$$\bar{x} = 12,96 \text{ e } \sigma \approx 3,39$$

Procedendo da mesma forma para os dados relativos aos alunos da turma B, ou seja, inserindo os dados da tabela:

N.º de mensagens recebidas	Frequência absoluta (n.º de alunos)
10	1
11	2
12	4
13	12
14	3
15	2
16	1

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e o do desvio padrão, com aproximação às centésimas:

$$\bar{x} = 12,96 \text{ e } \sigma = 1,28$$

Assim, podemos conjecturar que a constatação do António resultou da observação de que os dados relativos à turma B estão mais concentrados em torno dos valores centrais, sendo progressivamente menos abundantes, à medida que os dados se afastam da zona central, enquanto que nos dados da turma A, esta tendência é menos acentuada, havendo maior dispersão dos dados, o que justifica um valor maior do desvio padrão nos dados da turma A, e por isso valores diferentes para o desvio padrão.



37. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores dos rendimentos mensais dos doze agregados familiares, ou seja, os valores da tabela:

1250 2800 1900 1650 1300 1800 1200 2500 1350 2100 1200 1500

e calculando as medidas estatísticas referentes aos valores desta lista, obtemos os valores da média e o da mediana:

$$\bar{x} = 1712,5 \text{ e } \tilde{x} = 1575$$

Fazendo a alteração do rendimento mensal do agregado familiar do António, ou seja, substituindo na lista da calculadora o valor 2800 por 8000 e calculando novamente as medidas estatísticas referentes aos valores desta lista, obtemos os valores da média e o da mediana, após a alteração:

$$\bar{x} = 2145,83 \text{ e } \tilde{x} = 1575$$

Como podemos verificar comparando os dois pares de valores, a alteração do rendimento mensal do agregado familiar do António produziu alterações no valor da média, mas não no valor da mediana.

Assim podemos identificar a média como uma medida de localização que tende a valorizar dados significativamente diferentes dos restantes e a mediana como uma medida de localização que tende a desvalorizar a importância de dados muito diferentes dos restantes.

Na situação concreta, a média não representa de forma adequada os dados, de uma perspetiva global, após a alteração, porque sobrevaloriza um dado em relação aos restantes. A mediana permite uma representação da maioria dos dados sem sobrevalorizar nenhum deles.

Exame – 2009, 1.ª Fase

38. Começando por determinar as frequências relativas simples de cada resposta para os rapazes (pela leitura do gráfico) e para as raparigas (calculando através dos resultados da tabela), obtemos a tabela seguinte:

Intensidade do gosto de ler	Freq. relativa simples (%) - sexo feminino -	Freq. relativa acumulada (%) - sexo masculino -	Freq. relativa simples (%) - sexo masculino -
Não gosto nada de ler.	3	12	12
Gosto pouco de ler.	11	38	38 – 12 = 26
Gosto de ler de vez em quando.	49	82	82 – 38 = 44
Gosto muito de ler.	31	97	97 – 82 = 15
Sou viciado na leitura.	6	100	100 – 97 = 3

Assim temos que a frase é verdadeira.

De facto a moda, tanto para rapazes como para raparigas, é a resposta "Gosto de ler de vez em quando", porque para ambos os sexos é a resposta com maior frequência relativa simples - 49% no caso das raparigas e 44% no caso dos rapazes.

Por outro lado as respostas que evidenciam gosto pela leitura ("Gosto de ler de vez em quando", "Gosto muito de ler" e "Sou viciado na leitura") apresentam maiores frequências relativas nas raparigas (49 + 31 + 6 = 86%) do que no caso dos rapazes (44 + 15 + 3 = 62%), pelo que é razoável concluir que «as raparigas revelaram um maior gosto pela leitura do que os rapazes».

Exame – 2008, 2.ª Fase

39.

- 39.1. Inserindo numa lista da calculadora gráfica os 22 registos dos tempos de recolha:

86, 86, 87, 87, 87, 89, 89, 90, 90, 94, 94, 95, 95, 95, 95, 103, 103, 106, 106, 108, 111, 116

e calculando as medidas estatísticas referentes a esta lista, obtemos os valores para o valor médio e para o desvio padrão (arredondados às décimas):

$$\bar{x} = 96 \text{ e } s \approx 8,98$$



39.2. Assim, usando os valores calculados no item anterior, temos que o intervalo $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$ é:

$$]96 - 8,98 ; 96 + 8,98[=]87,02 ; 104,98[$$

Logo, podemos verificar que existem 12 registos que pertencem ao intervalo (89, 89, 90, 90, 94, 94, 95, 95, 95, 95, 103 e 103). Assim calculando a percentagem, p , arredondada às unidades, correspondente, temos:

$$\frac{22}{14} = \frac{100}{p} \Leftrightarrow p = \frac{14 \times 100}{22} \Leftrightarrow p \approx 55$$

Desta forma, temos que, nesta distribuição, 55% dos registos pertencem ao intervalo $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[$.

Exame – 2008, 1.ª Fase

40. Em circunstâncias razoáveis a afirmação é falsa. Ou seja, observando que a mediana é 17, podemos afirmar que 50% dos alunos inquiridos têm 17 ou mais anos de idade.

Contudo, na situação especial de não existir qualquer aluno com 17 anos e existirem exatamente 150 alunos com 16 anos ou menos e 150 alunos com 18 anos ou mais, a mediana é 17, e, para amostras com estas características, a afirmação é verdadeira.

Exame – 2008, 1.ª Fase

41. Começamos por identificar a marca de classe relativa a cada classe de comprimentos dos parafusos, e introduzindo na calculadora os valores da marca de classe numa lista e as respetivas frequências absolutas noutra lista:

Marca de classe	Frequência absoluta
$\frac{5,0+5,1}{2} = 5,05$	3
$\frac{5,1+5,2}{2} = 5,15$	5
$\frac{5,2+5,3}{2} = 5,25$	9
$\frac{5,3+5,4}{2} = 5,35$	13
$\frac{5,4+5,5}{2} = 5,45$	18
$\frac{5,5+5,6}{2} = 5,55$	19
$\frac{5,6+5,7}{2} = 5,65$	17
$\frac{5,7+5,8}{2} = 5,75$	10
$\frac{5,8+5,9}{2} = 5,85$	3
$\frac{5,9+6,0}{2} = 5,95$	2
$\frac{6,0+6,1}{2} = 6,05$	1

e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor aproximado para a média do comprimento dos parafusos da amostra selecionada, com aproximação às décimas:

$$\bar{x} \approx 5,5 \text{ cm}$$

Exame – 2007, 2.ª Fase



42. Como a percentagem de respostas em cada nível da escala é a frequência relativa, podemos calcular a frequência relativa acumulada:

Escala	Percentagem	Freq. relativa acumulada
1	10	10
2	12	$10 + 12 = 22$
3	16	$22 + 16 = 38$
4	17	$38 + 17 = 55$
5	19	$55 + 19 = 74$
6	12	$74 + 12 = 86$
7	8	$86 + 8 = 94$
8	4	$94 + 4 = 98$
9	1	$98 + 1 = 99$
10	1	$99 + 1 = 100$

Assim, temos que:

- o primeiro quartil é 3, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 25%
- a mediana é 4, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 50%

Exame – 2006, 1.ª Fase

