Matemática Aplicada às Ciências Sociais - 11º Ano
Probabilidades
Propostas de resolução

Exercícios de exames

1.

1.1. Como a família Silva participou em quatro romarias e se pretende calcular a probabilidade de ter ido sem companhia em apenas uma ocasião, essa circunstância pode ter ocorrido na primeira romaria, na segunda, na terceira ou na quarta.

Sabemos que a probabilidade da família ir com companhia é de 70%, ou seja, 0,7, pelo que a probabilidade de ir sem companhia é de $1 - 0{,}7 = 0{,}3$

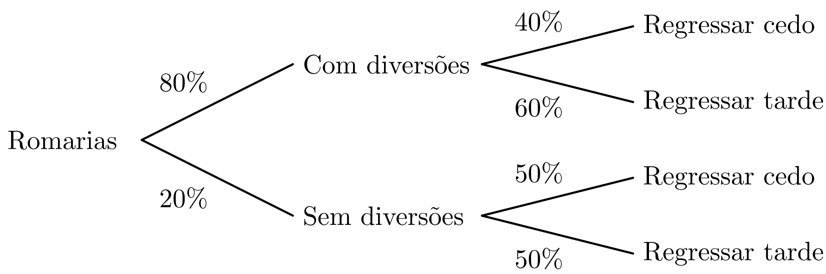
Assim, a probabilidade da família ter ido sem companhia em apenas uma das quatro ocasiões é:

$$\overbrace{0{,}3 \times 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7}^{\text{sem companhia na 1.}^{\text{a}}} + \overbrace{0{,}7 \times 0{,}3 \times 0{,}7 \times 0{,}7}^{\text{sem companhia na 2.}^{\text{a}}} + \overbrace{0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}3 \times 0{,}7}^{\text{sem companhia na 3.}^{\text{a}}} + \overbrace{0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}3}^{\text{sem companhia na 4.}^{\text{a}}} =$$

$$= 4 \times (0{,}3 \times 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7) = 4 \times 0{,}3 \times 0{,}7^3 = 0{,}4116$$

Assim, a probabilidade solicitada, na forma de percentagem é 41,16%

1.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em considerar, ao acaso, uma visita da família Silva a uma romaria, e os acontecimentos:
D:≪A família Silva vai a uma romaria com diversões≫
T:≪A família Silva regressa a casa tarde≫

Temos, que a probabilidade de a família Silva ir a uma romaria com diversões, sabendo que regressa tarde a casa, na forma de dízima, arredondada às centésimas, é:

$$P(D|T) = \frac{P(D \cap T)}{P(T)} = \frac{P(D \cap T)}{P(T \cap D) + P\left(T \cap \overline{D}\right)} = \frac{0{,}8 \times 0{,}6}{0{,}8 \times 0{,}6 + 0{,}2 \times 0{,}5} = \frac{0{,}48}{0{,}58} \approx 0{,}83$$

Exame – 2018, Ép. especial

2.

2.1. Como se sabe a pessoa escolhida ocupa um lugar no balcão, temos $42+46=88$ casos possíveis. Como de entre estas pessoas 42 são mulheres, ou seja, existem 42 casos favoráveis, pelo que a probabilidade, arredondada às centésimas, é:

$$\frac{42}{88} \approx 0{,}48$$

Resposta: **Opção B**

2.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um espectador da sessão, e os acontecimentos:
O:≪O espectador comprou o bilhete online≫
P:≪O espectador comprou um bilhete para a plateia≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(O)=0{,}8$ e $P\left(P|\overline{O}\right)=\dfrac{3}{4}=0{,}75$
Temos ainda, de acordo com a tabela, que: $P(P)=\dfrac{73+59}{73+59+42+46}=0{,}6$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{O}\right)=1-P(O)=1-0{,}8=0{,}2$
- $P\left(P\cap\overline{O}\right)=P\left(\overline{O}\right)\times P\left(P|\overline{O}\right)=0{,}2\times 0{,}75=0{,}15$
- $P(P\cap O)=P(P)-P\left(P\cap\overline{O}\right)=0{,}6-0{,}15=0{,}45$

	P	$\overline{P}$	
O	0,45		0,8
$\overline{O}$	0,15		0,2
	0,6		1

Desta forma, a probabilidade de escolher, ao acaso, uma pessoa presente na sessão e essa pessoa ocupar um lugar na plateia, sabendo-se que ela adquiriu o seu bilhete online, é:

$$P(P|O)=\frac{P(P\cap O)}{P(O)}=\frac{0{,}45}{0{,}8}\approx 0{,}5625$$

A que corresponde uma probabilidade, em percentagem, de 56,25%

2.3. A probabilidade de apenas uma das mulheres escolhidas ocupar um lugar na plateia é a soma das probabilidade da primeira mulher selecionada estar na plateia e a segunda no balcão, com a probabilidade da primeira mulher selecionada estar no balcão e a segunda estar na plateia.

Assim, a probabilidade de apenas uma das mulheres escolhidas ocupar um lugar na plateia é:

$$\overbrace{\frac{73}{73+42}\times\frac{42}{72+42}}^{1.^{\text{a}}\text{ na plateia e }2.^{\text{a}}\text{ no balcão}} + \overbrace{\frac{42}{73+42}\times\frac{73}{73+41}}^{1.^{\text{a}}\text{ no balcão e }2.^{\text{a}}\text{ na plateia}} \approx 0{,}468$$

A que corresponde uma probabilidade, em percentagem, arredondada às unidades, de 47%

Exame – 2018, 2.ª Fase

3.

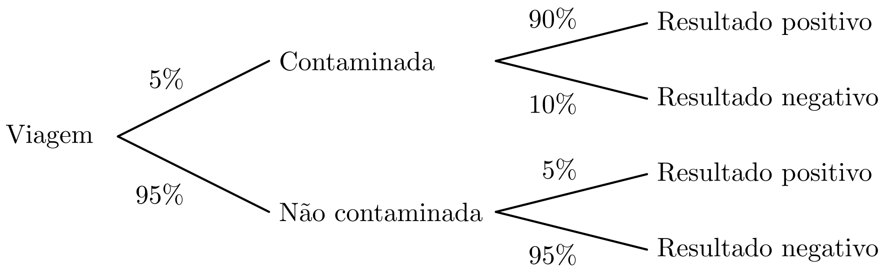
3.1. Como existem 60 viajantes dos quais $\frac{1}{5}$ eram homens, então temos que:

- o número de homens é: $\frac{1}{5} \times 60 = \frac{60}{5} = 12$
- o número de mulheres é: $60 - 12 = 48$

Assim, a probabilidade na forma de dízima, com arredondamento às centésimas, de escolher ao acaso dois viajantes do grupo, e ambos serem mulheres, é:

$$\underbrace{\frac{48}{60}}_{\substack{\text{1.º viajante} \\ \text{escolhido ser mulher}}} \times \underbrace{\frac{47}{59}}_{\substack{\text{2.º viajante} \\ \text{escolhido ser mulher,} \\ \text{sabendo que o} \\ \text{primeiro também} \\ \text{é mulher}}} \approx 0{,}64$$

3.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, uma pessoa que tenha viajado e feito o exame, e os acontecimentos:
C:≪A pessoa está contaminada pela doença≫
R:≪O teste tem resultado positivo≫

Temos que, a probabilidade de Mariana estar contaminada pela doença, sabendo-se que o resultado do teste não foi positivo, na forma de dízima, com arredondamento às milésimas, é:

$$P\left(C|\overline{R}\right) = \frac{P\left(C \cap \overline{R}\right)}{P\left(\overline{R}\right)} = \frac{P\left(C \cap \overline{R}\right)}{P\left(C \cap \overline{R}\right) + P\left(\overline{C} \cap \overline{R}\right)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}1}{0{,}05 \times 0{,}1 + 0{,}95 \times 0{,}95} = \frac{0{,}005}{0{,}9075} \approx 0{,}006$$

Exame – 2018, 1ª Fase

4.

4.1. Como o número de espectadores presentes no domingo foi 70% do número de espectadores presentes no fim de semana, então sabemos que os $100 - 70 = 30\%$ de espectadores que não estiveram no domingo estiveram obrigatoriamente no sábado.

Como no sábado estiveram 72% do número de espectadores presentes no fim de semana, dos quais 30% não estiveram no domingo, então a percentagem de espectadores que estiveram presentes tanto no sábado como no domingo é:

$$72 - 30 = 42\%$$

Resposta: **Opção B**

4.2.

4.2.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um dos espectadores presentes no fim de semana, e os acontecimentos:
S:≪O espectador esteve presente no sábado≫
D:≪O espectador viu um filme em 3D≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(S) = 0{,}72$ e $P(D|S) = 0{,}15$, $P\left(\overline{S} \cap \overline{D}\right) = 0{,}21$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P(D \cap S) = P(S) \times P(D|S) = 0{,}72 \times 0{,}15 = 0{,}108$
- $P\left(S \cap \overline{D}\right) = P(S) - P(S \cap D) = 0{,}72 - 0{,}108 = 0{,}612$
- $P\left(\overline{D}\right) = P\left(S \cap \overline{D}\right) + P\left(\overline{S} \cap \overline{D}\right) = 0{,}612 + 0{,}21 = 0{,}822$

	S	$\overline{S}$	
D	10,8%		
$\overline{D}$	61,2%	21%	82,2%
	72%		100%

Desta forma, a probabilidade de um dos espectadores que estiveram presentes no fim de semana, ter estado presente no sábado, sabendo-se que não viu um filme em 3D, é:

$$P\left(S|\overline{D}\right) = \frac{P\left(S \cap \overline{D}\right)}{P\left(\overline{D}\right)} = \frac{0{,}612}{0{,}822} \approx 0{,}74453$$

E assim, o valor da probabilidade em percentagem, arredondado às centésimas, é de 74,45%

4.2.2. Considerando os acontecimentos do item anterior, e os valores das probabilidade indicados na tabela anterior, temos:

- $P(D) = 1 - P\left(\overline{D}\right) = 1 - 0{,}82 = 0{,}178$
- $P\left(D \cap \overline{S}\right) = P(D) - P(D \cap S) = 0{,}178 - 0{,}108 = 0{,}07$

Logo, como o CineJov teve 4000 espectadores, o número de espetadores que não estiveram presentes no sábado e viram um filme em 3D, é:

$$4000 \times 0{,}07 = 280$$

Assim, a probabilidade de escolher, ao acaso, dois desses espectadores é:

$$\frac{280}{4000} \times \frac{279}{3999} \approx 0{,}00488$$

Desta forma, o valor da probabilidade, em percentagem, arredondado às centésimas é 0,49%

Exame – 2017, Ép. especial

5. A probabilidade de serem escolhidos dois alunos, ambos do mesmo sexo, é a soma das probabilidade de serem ambos rapazes com a probabilidade de serem ambos raparigas.

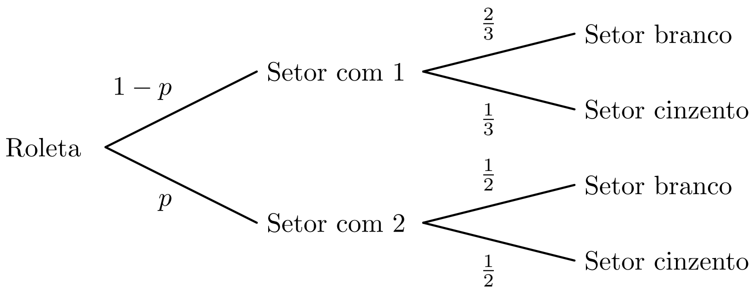
Desta forma, como foram escolhidos dois alunos de entre os que foram ao cinema uma vez no ano, ou seja de entre um conjunto de $46 + 17 = 63$ alunos (46 raparigas e 17 rapazes), a probabilidade é:

$$\overbrace{\frac{46}{63} \times \frac{45}{62}}^{\substack{\text{1.º e 2.º alunos} \\ \text{serem raparigas}}} + \overbrace{\frac{17}{63} \times \frac{16}{62}}^{\substack{\text{1.º e 2.º alunos} \\ \text{serem rapazes}}} \approx 0{,}5996$$

Assim, a probabilidade de serem ambos do mesmo sexo, em percentagem, arredondado às unidades é 60%

Exame – 2017, 2ª Fase

6. Designando por p a probabilidade de se obter um sector numerado com o algarismo 2, e esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em rodar a roleta e observar o setor assinalado pela seta, e os acontecimentos:
B:≪O setor estar colorido a branco≫
D:≪O setor estar numerado com o algarismo 2≫

Como $P(B) = \frac{5}{8}$, e também $P(B) = P(B \cap D) + P\left(B \cap \overline{D}\right) = \frac{2}{3} \times (1-p) + \frac{1}{2} \times p$

Temos que, a probabilidade de se obter um sector numerado com o algarismo 2, ou seja, o valor de p, é dado por:

$$\frac{2}{3} \times (1-p) + \frac{1}{2} \times p = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \frac{2-2p}{3} + \frac{p}{2} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \frac{16-16p}{24} + \frac{12p}{24} = \frac{15}{224} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 16 - 16p + 12p = 15 \Leftrightarrow 16 - 15 = 16p - 12p \Leftrightarrow 1 = 4p \Leftrightarrow p = \frac{1}{4} \Leftrightarrow p = 0{,}25$$

E assim, o valor da probabilidade de se obter um sector numerado com o algarismo 2, na forma de percentagem é 25%

Exame – 2017, 2ª Fase

7.

7.1.

7.1.1. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário, e os acontecimentos:
H: ≪A pessoa escolhida ser homem≫
A: ≪A pessoa escolhida preferir a montanha-russa Anaconda≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P\left(\overline{H}|A\right) = 30\% = 0{,}3$ e que $P(A) = 40\% = 0{,}4$

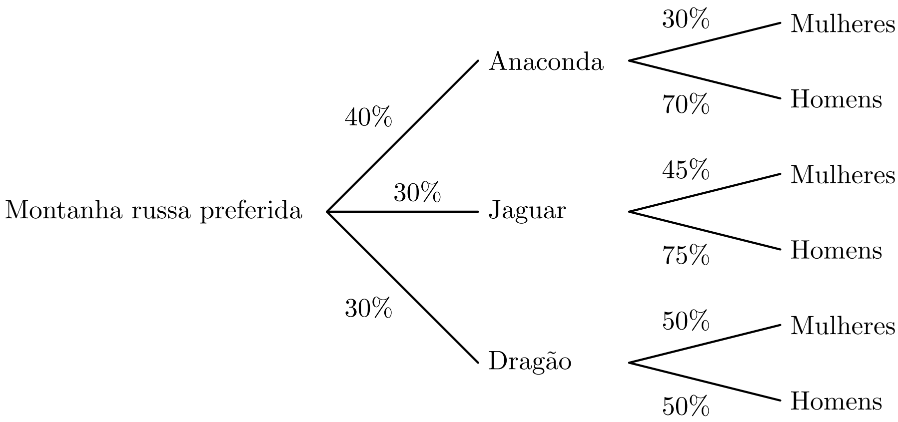
Como $P(H|A) = 1 - P\left(\overline{H}|A\right) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$, a probabilidade da pessoa escolhida ser homem e preferir a montanha-russa Anaconda, é:

$$P(H \cap A) = P(H|A) \times P(A) = 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}28 = 28\%$$

Resposta: **Opção B**

7.1.2. Como cada uma das pessoas indicou a sua preferência por uma e só uma das montanhas-russas, temos que a percentagem que preferiram o Dragão é $100 - 40 - 30 = 30\%$

Assim, esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Desta forma, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário, e os acontecimentos:
M: ≪A pessoa escolhida ser mulher≫
A: ≪A pessoa escolhida preferir a montanha-russa Anaconda≫
D: ≪A pessoa escolhida preferir a montanha-russa Dragão≫
J: ≪A pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar≫

Temos que a probabilidade de a pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar, sabendo-se que é mulher, na forma de fração irredutível, é:

$$P(J|M) = \frac{P(J \cap M)}{P(M)} = \frac{P(J \cap M)}{P(J \cap M) + P(A \cap M) + P(D \cap M)} =$$
$$= \frac{0{,}3 \times 0{,}45}{0{,}3 \times 0{,}45 + 0{,}4 \times 0{,}3 + 0{,}3 \times 0{,}5} = \frac{0{,}135}{0{,}405} = \frac{1}{3}$$

7.2. A probabilidade da Beatriz escolher a montanha-russa Jaguar é $80\% = 0{,}8$ e a probabilidade de fazer uma escolha diferente é $1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

Assim, como se pretende calcular a probabilidade da Beatriz ter escolhido a montanha-russa Jaguar, no máximo, uma vez, em três escolhas, temos a probabilidade pretendida é a soma das probabilidades de 4 acontecimentos:

- **Não ter escolhido** a montanha-russa Jaguar em nenhuma das três escolhas
- Ter escolhido a montanha-russa Jaguar **apenas na primeira** escolha
- Ter escolhido a montanha-russa Jaguar **apenas na segunda** escolha
- Ter escolhido a montanha-russa Jaguar **apenas na terceira** escolha

Assim o valor da probabilidade é:

$$\overbrace{0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2}^{\text{Nunca escolheu}} + \overbrace{0{,}8 \times 0{,}2 \times 0{,}2}^{\text{Apenas na 1.ª}} + \overbrace{0{,}2 \times 0{,}8 \times 0{,}2}^{\text{Apenas na 2.ª}} + \overbrace{0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}8}^{\text{Apenas na 3.ª}} = 0{,}104$$

Desta forma o valor da probabilidade, em percentagem, é 10,4%

Exame – 2017, 1.ª Fase

8.

8.1. Para conseguir ocupar as três horas de emissão, o diretor deve selecionar os dois filmes ou então um filme e os três documentários.
Assim, designando os dois filmes por F1 e F2 e os três documentários por D1, D2 e D3, podemos organizar uma lista de contagem para determinar o número de sequências possíveis com os programas do mesmo tipo exibidos consecutivamente, ou seja, com os filmes no início ou no fim do alinhamento:

F1 - F2	F1 - D1 - D2 - D3	F2 - D1 - D2 - D3	D1 - D2 - D3 - F1	D1 - D2 - D3 - F2
F2 - F1	F1 - D1 - D3 - D2	F2 - D1 - D3 - D2	D1 - D3 - D2 - F1	D1 - D3 - D2 - F2
	F1 - D2 - D1 - D3	F2 - D2 - D1 - D3	D2 - D1 - D3 - F1	D2 - D1 - D3 - F2
	F1 - D2 - D3 - D1	F2 - D2 - D3 - D1	D2 - D3 - D1 - F1	D2 - D3 - D1 - F2
	F1 - D3 - D1 - D2	F2 - D3 - D1 - D2	D3 - D1 - D2 - F1	D3 - D1 - D2 - F2
	F1 - D3 - D2 - D1	F2 - D3 - D2 - D1	D3 - D2 - D1 - F1	D3 - D2 - D1 - F2

Podemos verificar que o número de sequências possíveis pode se calculado como $2 + 4 \times 6$, correspondente aos 2 alinhamento dos dois filmes somado com 6 alinhamentos dos 3 documentários multiplicados por 4, correspondente a colocar os dois filmes antes e depois dos documentários, ou seja, o número de sequências nas condições do enunciado são:

$$2 + 4 \times 6 = 2 + 24 = 26$$

8.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um dos 100 espectadores, e os acontecimentos:
M:≪O espectador ser mulher≫
$F1$:≪O espectador preferiu o primeiro filme≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(M) = 0{,}4$, $P\left(\overline{F1}|M\right) = 0{,}3$ e $P\left(\overline{M} \cap \overline{F1}\right) = 0{,}42$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{M}\right) = 1 - P(M) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$
- $P\left(\overline{F1} \cap M\right) = P\left(\overline{F1}|M\right) \times P(M) = 0{,}3 - 0{,}4 = 0{,}12$
- $P(M \cap F1) = P(M) - P\left(M \cap \overline{F1}\right) = 0{,}4 - 0{,}12 = 0{,}28$
- $P\left(\overline{M} \cap F1\right) = P\left(\overline{M}\right) - P\left(\overline{M} \cap \overline{F1}\right) = 0{,}6 - 0{,}42 = 0{,}18$
- $P(F1) = P(M \cap F1) + P\left(\overline{M} \cap F1\right) = 0{,}28 + 0{,}18 = 0{,}46$

	M	$\overline{M}$	
$F1$	0,28	0,18	0,46
$\overline{F1}$	0,12	0,42	
	0,4	0,6	1

Desta forma, a probabilidade de, escolhendo ao acaso um desses espectadores, o mesmo ser mulher sabendo que preferiu o primeiro filme, é:

$$P(M|F1) = \frac{P(M \cap F1)}{P(F1)} = \frac{0{,}28}{0{,}46} \approx 0{,}609$$

E assim, o valor da probabilidade em percentagem, arredondado às unidades, é de 61%

Exame – 2016, Ép. especial

9. Considerando a experiência aleatória que consiste em selecionar, ao acaso, um dos candidatos, e os acontecimentos:
M:≪O candidato é mulher≫
S:≪O candidato é sénior≫

Como o número de mulheres é $4+b$, considerando t como o número total de candidatos, temos que:

$$P\left(S|M\right) = \frac{P\left(S \cap M\right)}{P(M)} = \frac{\frac{b}{t}}{\frac{4+b}{t}} = \frac{b}{4+b}$$

Como, de acordo com o enunciado, $P\left(S|M\right) = \frac{1}{5}$, vem que:

$$\frac{b}{4+b} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5b = 4+b \Leftrightarrow 4b = 4 \Leftrightarrow b = \frac{4}{4} \Leftrightarrow b = 1$$

Da mesma forma, temos que:

$$P\left(\overline{M}|S\right) = \frac{P\left(\overline{M} \cap S\right)}{P(S)} = \frac{\frac{a}{t}}{\frac{a+b}{t}} = \frac{a}{a+b}$$

Como $b=1$ e, de acordo com o enunciado $P\left(\overline{M}|S\right) = \frac{4}{5}$, temos que:

$$\frac{a}{a+1} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 5a = 4(a+1) \Leftrightarrow 5a = 4a+4 \Leftrightarrow 5a-4a = 4 \Leftrightarrow a = 4$$

Assim, o número de candidatos seniores é:

$$a+b = 4+1 = 5$$

Exame – 2016, 2ª Fase

10.

10.1. De acordo com os dados da tabela, temos que:

- o número total de pessoas é $1540+2720+840+680 = 5780$
- o número de pessoas que estavam na tenda Dance é $1540+2720 = 4260$

Assim, a probabilidade de duas pessoas, escolhidas aleatoriamente, uma a seguir à outra, estarem na tenda Dance é:

$$\underbrace{\frac{4260}{5780}}_{\substack{\text{1.ª pessoa}\\ \text{estar na}\\ \text{tenda Dance}}} \times \underbrace{\frac{4259}{5779}}_{\substack{\text{2.ª pessoa}\\ \text{estar na}\\ \text{tenda Dance,}\\ \text{sabendo que}\\ \text{a 1.ª também}\\ \text{estava.}}} \approx 0{,}54$$

Logo, a probabilidade na forma de percentagem, arredondado às unidades, é 54%

10.2. Como a afluência à tenda Tecno correspondeu a 20% do total das pessoas que se dividiram pelas três tendas, o total das pessoas que estiverem nas tendas Dance e Chill (5780 de acordo com os cálculos do item anterior) corresponde a 80% do total.

Assim temos que o número de pessoas que estiveram nas três tendas (t), é:

$$\frac{t}{5780} = \frac{100}{80} \Leftrightarrow t = \frac{5780 \times 100}{80} \Leftrightarrow t = 7225$$

Logo, o número de pessoas que estiveram na tenda Tecno, é:

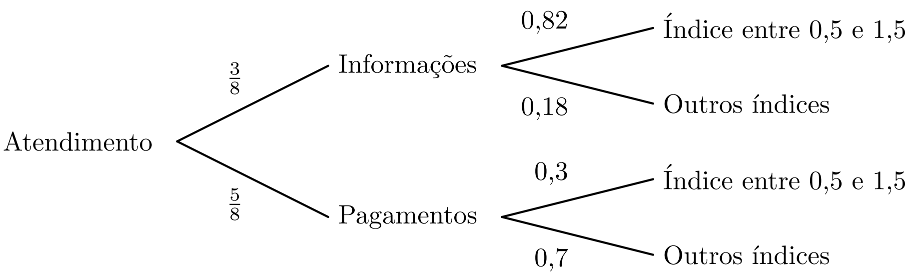
$$7225 \times 0{,}2 = 1445$$

Como $\frac{3}{5}$ eram mulheres, o número de homens que estiveram na tenda Tecno é $\frac{2}{5}$ do valor anterior, ou seja:

$$1445 \times \frac{2}{5} = 578$$

Exame – 2016, 1ª Fase

11. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um atendimento de um comerciante, e os acontecimentos:
N:≪O atendimento destina-se a obter informação sobre a abertura de novas empresas comerciais≫
I:≪O atendimento é feito a um comerciante de uma empresa com um índice compreendido entre 0,5 e 1,5≫

Temos que a probabilidade, na forma de fração irredutível, de esse atendimento ter sido feito a um comerciante que procurava informação sobre a abertura de novas empresas, sabendo-se que o índice da sua empresa está compreendido entre 0,5 e 1,5, é:

$$P(N|I) = \frac{P(N \cap I)}{P(I)} = \frac{P(N \cap I)}{P(N \cap I) + P\left(\overline{N} \cap I\right)} = \frac{\frac{3}{8} \times 0{,}82}{\frac{3}{8} \times 0{,}82 + \frac{5}{8} \times 0{,}3} = \frac{0{,}3075}{0{,}495} = \frac{41}{66}$$

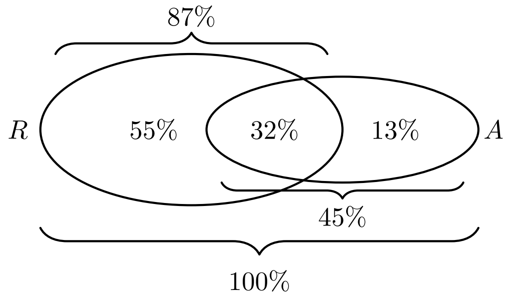
Exame – 2015, Ép. especial

12.

12.1. Como em todos os serviços foi utilizado pelo o transporte rodoviário ou o transporte aéreo, e a soma das respetivas percentagens é $87+45=132\%$, temos que a percentagem de serviços em que foram utilizados os dois tipos de transporte é:

$$132-100=32\%$$

Assim, a percentagem de transportes em que foi utilizado exclusivamente o transporte rodoviário é $87-32=55\%$, e da mesma forma, a percentagem de transportes em que foi utilizado exclusivamente o transporte aéreo é $45-32=13\%$.



Logo a probabilidade, em percentagem, de, escolhido um serviço prestado ao acaso, este ter sido efetuado recorrendo apenas a um dos dois tipos de transporte é:

$$55+13=68\%$$

12.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma mercadoria transportada pela PTM em 2013, e os acontecimentos:
R:≪A mercadoria foi transportada por meio rodoviário≫
D:≪A mercadoria chegou ao destino dentro do prazo estabelecido≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(R)=0{,}78$, $P(D)=0{,}778$ e $P(D|R)=0{,}8$

Assim, organizando os dados na tabela ao lado, obtemos:

- $P(D\cap R)=P(R)\times P(D|R)=0{,}78\times 0{,}8=0{,}624$
- $P\left(\overline{R}\cap D\right)=P\left(\overline{D}\right)-P(R\cap D)=0{,}778-0{,}624=0{,}154$

	D	$\overline{D}$	
R	0,624		0,78
$\overline{R}$	0,154		
	0,778		1

Desta forma, a probabilidade de, escolhida ao acaso uma mercadoria, esta não ter sido transportada por meio rodoviário, sabendo-se que chegou ao seu destino dentro do prazo acordado, é:

$$P\left(\overline{R}|D\right)=\frac{P\left(\overline{R}\cap D\right)}{P(D)}=\frac{0{,}154}{0{,}778}\approx 0{,}198$$

Logo, a probabilidade na forma de percentagem, arredondado às unidades, é 20%

12.3. Sabendo que a probabilidade de um serviço marcado utilizar o transporte rodoviário é de 0,8, a probabilidade de um serviço não usar este transporte é de $1-0{,}8=0{,}2$.

Assim, a probabilidade de, ao serem marcados três serviços, em exatamente dois deles ser utilizado o transporte rodoviário, deve considerar as hipóteses de que este transporte seja usado nas 1.ª e 2.ª marcações, nas 1.ª e 3.ª marcações ou então nas 2.ª e 3.ª marcações.

Assim o valor da probabilidade é:

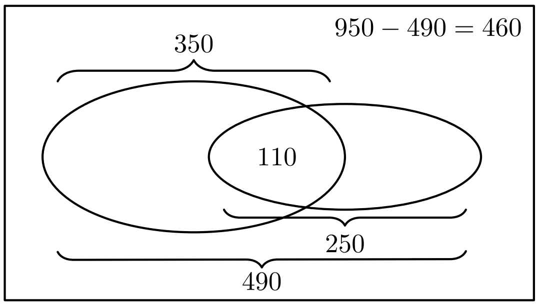
$$\overbrace{0{,}8\times 0{,}8\times 0{,}2}^{\text{Usar na 1.ª e na 2.ª}}+\overbrace{0{,}8\times 0{,}2\times 0{,}8}^{\text{Usar na 1.ª e na 3.ª}}+\overbrace{0{,}2\times 0{,}8\times 0{,}8}^{\text{Usar na 2.ª e na 3.ª}}=3\times 0{,}2\times 0{,}8\times 0{,}8=0{,}384$$

Desta forma o valor da probabilidade, em percentagem, é 38,4%

Exame – 2015, 2.ª Fase

13.

13.1. A soma do número de encartados em 1990 com a soma de encartados do sexo feminino é $350 - 250 = 600$. Como existem 110 respondentes que são simultaneamente do sexo feminino e encartados em 1990, o número de respondentes que são mulheres ou encartados em 1990, é:



$$600 - 110 = 490$$

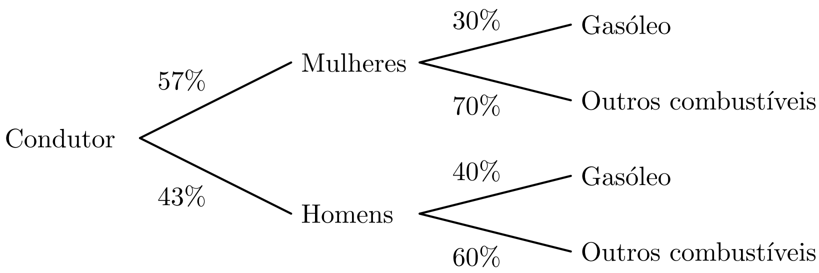
Assim, o número de habitantes encartados que responderam ao inquérito eram homens não encartados em 1990, é:

$$950 - 490 = 460$$

13.2. De acordo com o modelo, a percentagem a percentagem de novos encartados que são mulheres em 2000, ou seja, 20 anos após 1980, é:

$$M(20) = \frac{58}{1 + 1{,}7e^{-0{,}23\times 20}} \approx 57\%$$

Desta forma, esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um condutor que tirou a carta no ano 2000, e os acontecimentos:
M:≪O condutor é do sexo feminino≫
G:≪O condutor é conduz um automóvel a gasóleo≫

Temos que a probabilidade de o encartado ser do sexo feminino, sabendo-se que não conduz um automóvel a gasóleo, na forma de dízima, arredondado às centésimas, é:

$$P\left(M|\overline{G}\right) = \frac{P\left(M\cap\overline{G}\right)}{P\left(\overline{G}\right)} = \frac{P\left(M\cap\overline{G}\right)}{P\left(M\cap\overline{G}\right) + P\left(\overline{M}\cap\overline{G}\right)} = \frac{0{,}57\times 0{,}7}{0{,}57\times 0{,}7 + 0{,}43\times 0{,}6} = \frac{0{,}399}{0{,}657} \approx 0{,}61$$

Exame – 2015, 1ª Fase

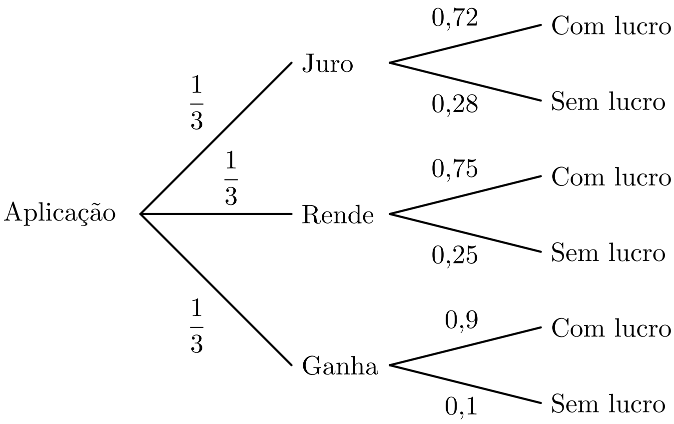
14.

14.1. Como a probabilidade de lucro de uma aplicação financeira é 0,90 se pertence ao banco Ganha, a probabilidade de não obter lucro neste banco é $1 - 0{,}9 = 0{,}1$

Logo, como nesse dia, foram feitas 3500 aplicações financeiras pela seguradora no banco Ganha, o número dessas aplicações financeiras que se estima que não obtenham lucro é:

$$3500 \times 0{,}1 = 350 \text{ aplicações}$$

14.2. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, uma aplicação financeira, e os acontecimentos:
J:≪A aplicação pertence ao banco Juro≫
R:≪A aplicação pertence ao banco Rende≫
G:≪A aplicação pertence ao banco Ganha≫
L:≪A aplicação teve lucro≫

Temos, que a probabilidade de a aplicação financeira pertencer ao banco JURO, sabendo que a aplicação financeira obteve lucro, na forma de fração irredutível, é:

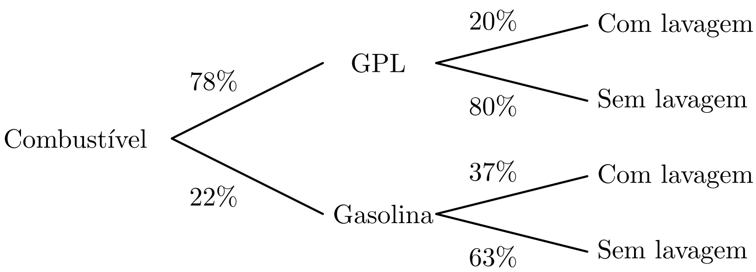
$$P(J|L) = \frac{P(J \cap L)}{P(L)} = \frac{P(J \cap L)}{P(J \cap L) + P(R \cap L) + P(G \cap L)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times 0{,}72}{\frac{1}{3} \times 0{,}72 + \frac{1}{3} \times 0{,}75 + \frac{1}{3} \times 0{,}9} = \frac{0{,}24}{0{,}79} = \frac{24}{79}$$

Exame – 2014, 2ª Fase

15.

15.1. Esquematizando as probabilidades conhecidas num diagrama em árvore, temos:



Assim, considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um condutor que realizou abastecimento na ECOL, e os acontecimentos:
J:≪O condutor abasteceu o veiculo com gasolina ≫
L:≪O condutor fez um abastecimento com lavagem≫

Desta forma, a probabilidade de um condutor ter abastecido o seu veículo de gasolina, sabendo que utilizou a ECOL para fazer o abastecimento do seu veículo com lavagem, é:

$$P(G|L) = \frac{P(G \cap L)}{P(L)} = \frac{P(G \cap L)}{P(G \cap L) + P(\overline{G} \cap L)} = \frac{0{,}22 \times 0{,}37}{0{,}22 \times 0{,}37 + 0{,}78 \times 0{,}2} = \frac{0{,}0814}{0{,}2374} \approx 0{,}34288$$

A que corresponde a probabilidade na forma de percentagem, com arredondamento às centésimas, de 34,29

15.2. Como 15% dos funcionários têm veículo sem sensores de estacionamento e sem gancho de reboque, a percentagem dos funcionário que têm um veículo com sensores ou gancho (ou os dois) é:

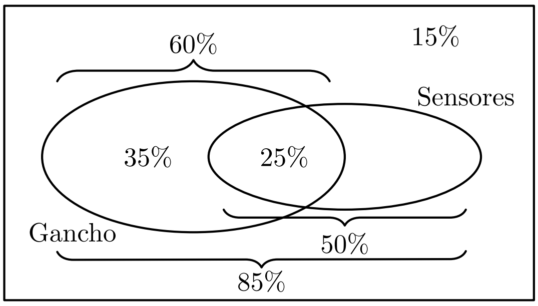
$$100 - 15 = 85\%$$

Assim, como a soma das percentagens dos veículos com sensores e com gancho é $60 + 50 = 110\%$, temos que a percentagem dos pedidos que incluem simultaneamente sensores e gancho é:

$$P(A) = 110 - 85 = 25\%$$

e a percentagem de funcionários com veículos apenas equipados com ganho é:

$$P(B) = 60 - 25 = 35\%$$



Desta forma, temos que o acontecimento B é mais provável.

Exame – 2014, 1ª Fase

16.

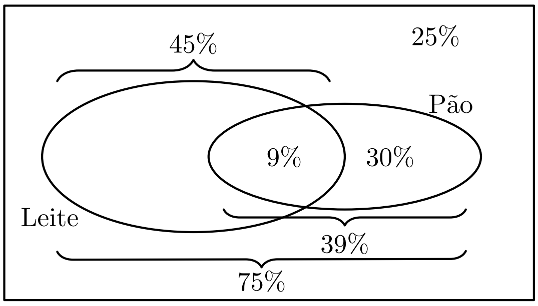
16.1. Como um quarto dos pedidos dos alunos não incluem pão nem leite, ou seja 25%, a percentagem dos pedidos que inclui pão ou leite (ou os dois) é:

$$100 - 25 = 75\%$$

Assim, temos que a percentagem dos pedidos que incluem pão e leite é 9%, e os que incluem apenas pão é $75 - 45 = 30\%$.

Assim, a percentagem dos pedidos dos alunos que incluem pão, corresponde à soma das percentagens anteriores:

$$9 + 30 = 39\%$$



16.2. Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um aluno que fez um pedido, e os acontecimentos:
F:≪O aluno ser rapariga≫
N:≪O pedido do aluno não incluí pão nem leite≫

Temos, de acordo com o enunciado, que: $P(F) = 0{,}6$ e $P(N) = 0{,}25$, $P\left(N|\overline{F}\right) = 0{,}375$

Assim, organizando os dados numa tabela obtemos:

- $P\left(\overline{F}\right) = 1 - P(F) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$
- $P\left(N \cap \overline{F}\right) = P\left(\overline{F}\right) \times P\left(N|\overline{F}\right) = 0{,}4 \times 0{,}375 = 0{,}15$

	F	$\overline{F}$	
N		0,15	0,25
$\overline{N}$			
	0,6	0,4	1

Desta forma, a probabilidade, na forma de fração irredutível, de o aluno escolhido ser rapariga e ter feito um pedido que não inclui pão nem leite, é:

$$P(F \cap N) = P(N) - P\left(N \cap \overline{F}\right) = 0{,}25 - 0{,}15 = 0{,}1 = \frac{1}{10}$$

Exame – 2013, Ép. especial