

Matemática Aplicada às Ciências Sociais - 10º Ano

Modelos financeiros

Propostas de resolução

Exercícios de exames

1. Como a família Silva é composta por cinco pessoas e os automóveis do tipo 1, têm capacidade para apenas quatro passageiros, será necessário alugar dois automóveis deste tipo (o que não é um problema porque duas pessoas possuem carta de condução).

Assim, calculando os custos associados a cada uma das propostas, temos:

Automóvel	Consumo total (litros)	Consumo - custo (euros)	Aluguer por dia (euros)	Custo total (euros)
Tipo 1 (1 unidade)	$4,7 \times \frac{1300}{100} = 4,7 \times 13 = 61,1$	$61,1 \times 1,3 = 79,43$	$40 \times 6 = 240$	$79,43 + 240 = 319,43$
Tipo 1 (2 unidades)	—	—	—	$319,43 \times 2 = 638,46$
Tipo 2 (1 unidade)	$6,8 \times \frac{1300}{100} = 6,8 \times 13 = 88,4$	$88,4 \times 1,3 = 114,92$	$85 \times 6 = 510$	$114,92 + 510 = 624,92$

Assim, como se sabe que a família Silva optou pela proposta mais económica, podemos concluir que alugou um automóvel do tipo 2.

Exame – 2018, Ép. especial

2. Calculado as despesas totais previstas para cada uma das propostas, temos:

Proposta A	Proposta B
Custos totais de aluguer (10 dias): $10 \times 420 = 4200 \text{ €}$	Valor do aluguer (10 dias): $V = 3000 \times 1,14^{10} - 3000 \approx 8122 \text{ €}$
Custo acrescido (valor fixo): 4800 €	Despesas com água e eletricidade (10 dias): $10 \times 71 = 710 \text{ €}$
Despesas com água e eletricidade: 0 €	
Custo total: $4200 + 4800 + 0 = 9000 \text{ €}$	Custo total: $8122 + 710 = 8832 \text{ €}$

Assim, de acordo com os cálculos anteriores, podemos verificar que a opção do diretor da companhia, pela proposta B, foi a decisão mais económica.

Exame – 2018, 2ª Fase



3. Calculando o valor do capital final que Mariana obteve com o depósito bancário, com arredondamento às unidades, temos:

- C - capital investido: 2800 €
- i - taxa de juro anual: 0,04
- k - número de capitalizações por ano: 2 (juros pagos semestralmente)
- n - número de anos: $2016 - 2010 = 6$

Pelo que o capital final é:

$$C_6 = 2800 \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{2 \times 6} \approx 3551 \text{ €}$$

Calculando o valor do capital final que Mariana teria obtido se tivesse adquirido UP, vem que:

- Valor de cada UP no início de 2010: 14 €
- Número de UP que teria comprado: $\frac{2800}{14} = 200$
- Valor de cada UP no início de 2016: 17 €
- Valor da venda de 200 UP por 17 € cada: $200 \times 17 = 3400 \text{ €}$

Assim, podemos concluir que a Mariana optou pela alternativa mais rentável.

Exame – 2018, 1ª Fase

4. Relativamente ao jovem que pretende comprar bilhetes para 4 dias úteis e o passe para o fim de semana, temos que o gasto total desta opção é:

$$4 \times 12 + 24 = 48 + 24 = 72 \text{ €}$$

Ou seja, neste caso, a opção de comprar o passe válido para todos os dias não é mais vantajosa.

Em relação ao jovem que pretende comprar bilhetes para os 5 dias úteis e para o sábado, temos que o gasto total desta opção é:

$$5 \times 12 + 16 = 60 + 16 = 76 \text{ €}$$

Assim, neste caso, a opção de comprar o passe válido para todos os dias é mais vantajosa.

Exame – 2017, Ép. especial

5. Determinando, em euros, o valor da primeira prestação e o valor da segunda prestação, podemos verificar que, como a taxa de juro a 360 dias é de 10%, então a taxa de juro a $\frac{360}{4} = 90$ dias é de $\frac{10}{4} = 2,5\%$

Assim, temos que:

- C - custo da viagem: 600 euros
- $n - 1$ (1ª prestação) e 2 (2ª prestação)
- j - taxa de juro a 90 dias: 2,5%, ou seja, 0,025

E desta forma, os valores das duas primeiras prestações é:

- 1ª prestação: $P_1 = 600 \times [0,25 + 0,025 \times (1,25 - 0,25 \times 1)] = 165$ euros
- 2ª prestação: $P_2 = 600 \times [0,25 + 0,025 \times (1,25 - 0,25 \times 2)] = 161,25$ euros

Exame – 2017, 2ª Fase



6. Calculando o valor dos bilhetes que o Manuel pretende comprar, de acordo com cada uma das promoções, temos:

- Promoção 1:
 - Custos dos bilhetes para adultos (2 adultos integrados no bilhete familiar e um de acordo com o precário, porque o bilhete familiar é aplicável apenas a dois adultos): $25 \times 2 + 27 = 77$ euros
 - Custos dos bilhetes para crianças (3 crianças integradas no bilhete familiar): $16 \times 3 = 48$ euros
 - Custo total: $77 + 48 = 125$ euros
- Promoção 2:
 - Custos dos bilhetes para adultos (sem desconto): $27 \times 3 = 81$ euros
 - Custos dos bilhetes para crianças (sem desconto): $19 \times 3 = 57$ euros
 - Custo total (sem desconto): $81 + 57 = 138$ euros
 - Custo final (com desconto): $138 - 138 \times 0,15 = 117,3$ euros

Assim, podemos verificar que a promoção 2 permite obter um valor mais baixo para a compra dos bilhetes, pelo que é a opção mais vantajosa.

Exame – 2017, 1ª Fase

7. Determinando o valor debitado na conta da Eduarda, temos:

- O valor de 1200 PRC em euros: $1200 \times 0,8 = 960$ euros
- O valor da taxa de 0,96%: $960 \times 0,0096 = 9,216$ euros

Assim, como o valor debitado é a soma do valor em euros e das duas taxas aplicadas, o valor total, em euros, arredondado às centésimas, é:

$$960 + 9,216 + 3,52 \approx 972,74 \text{ euros}$$

Exame – 2016, 2ª Fase

8. Determinando o custo total, em euros, do aluguer do palco principal, temos:

- custo da taxa diária de utilização para 6 dias: $U = 1250 \times 6 = 7500 \text{ €}$
- deslocação do equipamento para uma distância de 50 km:
 - 30 km pagos a 25 €: $D_1 = 30 \times 25 = 750 \text{ €}$
 - 20 km pagos a 27,5 €: $D_2 = 20 \times 27,5 = 550 \text{ €}$custos totais com a deslocação: $D = 750 + 550 = 1300 \text{ €}$
- custos com a montagem e a desmontagem do palco (8 funcionários num total de 5 horas, ou seja, de acordo com a tabela o valor de cada hora é 150 €): $M = 8 \times 5 \times 150 = 6000 \text{ €}$

Assim, a soma das três parcelas anteriores, ou seja, o custo total, em euros, do aluguer do palco principal, é:

$$\text{Custo total} = U + D + M = 7500 + 1300 + 6000 = 14800 \text{ €}$$

Exame – 2016, 1ª Fase



9. Calculando o PVP do automóvel nos dois países, temos:

	Portugal	País onde vive o Ivo
Preço base	18 000 €	18 000 €
ISV	9251 €	$9251 \times 1,28 = 11\,841,28$ €
IVA	23%	18%
PVP	$(18\,000 + 9251) \times 1,23 = 33\,518,73$ €	$18\,000 \times 1,18 + 11\,841,28 = 33\,081,28$ €

Assim, podemos concluir que o preço final (PVP) do automóvel que interessa ao Ivo é mais barato no país onde reside do que em Portugal.

Exame – 2015, 1ª Fase

10. Calculando o valor patrimonial tributário do imóvel do Francisco, de acordo com a avaliação do perito, e fazendo o arredondamento para a dezena superior, temos:

$$V_t = A \times C_a \times C_l \times C_q \times C_v \times V_c = 312,32 \times 1 \times 1,4 \times 1,1 \times 0,85 \times 603 \approx 246\,530 \text{ €}$$

Assim, o valor do IMI que o Francisco deverá pagar em 2014, ou seja, 0,6% do valor patrimonial tributário arredondado, é:

$$\text{IMI} = 246\,530 \times 0,006 = 1479,18 \text{ €}$$

Exame – 2014, 1ª Fase

11. Calculando o prémio monetário para cada vencimento, e para cada uma das alternativas, temos:

Empresa X			
Vencimento mensal (em euros)	Número de trabalhadores	Prémio monetário da alternativa 1	Prémio monetário da alternativa 2
500	4	$500 \times 0,025 = 12,5$ €	Total dos vencimentos: $500 \times 4 + 512 \times 6 + 752 \times 3 + 840 + 1520 + 3850 = 13\,538$ € 2,5% do total dos vencimentos: $13\,538 \times 0,025 = 338,45$ € Parte de cada trabalhador: $\frac{338,54}{16} \approx 21,15$ €
512	6	$512 \times 0,025 = 12,8$ €	
752	3	$752 \times 0,025 = 18,8$ €	
840	1	$840 \times 0,025 = 21$ €	
1520	1	$1520 \times 0,025 = 38$ €	
3850	1	$3850 \times 0,025 = 96,25$ €	

Assim, podemos verificar que:

- a alternativa 1 é mais vantajosa para os trabalhadores que ganham 840, 1520 e 3580 euros, ou seja, para 3 trabalhadores
- a alternativa 2 é mais vantajosa para os trabalhadores que ganham 500, 512 e 752 euros, ou seja, para $4 + 6 + 3 = 13$ trabalhadores

Desta forma podemos concluir que a alternativa 2 é a mais vantajosa para o maior número de trabalhadores.

Exame – 2013, Ép. especial



12. De acordo com as garantias oferecidas pela instituição PIPA, temos que:

- Capital final: $C_n = 1680\text{€}$
- Capital inicial: $C_n = 1500\text{€}$
- Número de períodos de capitalização: $n = \frac{6}{3} = 2$, ou seja 2 trimestres relativos a 6 meses
- i - Taxa de juro referente ao período de capitalização

Desta forma, como o capital final é dado pela expressão $C_n = C + C \times n \times i$, temos que:

$$1680 = 1500 + 1500 \times 2 \times i$$

E assim, resolvendo a equação, determinamos o valor da taxa de juro trimestral (i):

$$1680 = 1500 + 1500 \times 2 \times i \Leftrightarrow 1680 - 1500 = 3000 \times i \Leftrightarrow 180 = 3000 \times i \Leftrightarrow \frac{180}{3000} = i \Leftrightarrow 0,06 = i$$

Logo, a taxa de juro trimestral, na forma de percentagem, é 6%

Exame – 2013, 1ª Fase

13. Determinando o preço de venda ao público em 2011 e o preço de venda ao público em 2010 do veículo indicado, temos:

		Em 2010	Em 2011
Preço base do veículo (1) (em euros)		18 014,40	18 014,40
Imposto sobre cilindrada do veículo(2) (em euros)	1598 cc	1934	$1598 \times 4,34 - 4964,37 =$ $= 1970,95$
Imposto sobre emissões CO ₂ Combustível: gasóleo (3) (em euros)	119 g/km	1372	$119 \times 49,16 - 4450,15 =$ $= 1399,89$
Total ISV: (4) = (2) + (3)		$1934 + 1372 =$ $= 3306$	$1970,95 + 1399,89 =$ $= 3370,84$
Soma (1) + (4)		$18014,40 + 3306 =$ $= 21 320,40$	$18014,40 + 3370,84 =$ $= 21 385,24$
Taxa de IVA a aplicar sobre a soma		21%	23%
Total de IVA (5)		$21 320,40 \times 0,21 \approx$ $\approx 4477,28$	$21 385,24 \times 0,23 \approx$ $\approx 4918,61$
Preço de venda ao público (1) + (4) + (5) (em euros)		$21 320,40 + 4477,28 =$ $= 25 797,68$	$21 385,24 + 4918,61 =$ $= 26 303,85$

Assim, a diferença entre o preço de venda ao público em 2011 e em 2010 do veículo indicado, é:

$$26 303,85 - 25 797,68 = 506,17$$

Ou seja, em 2011 o veículo era 506,17 euros mais caro do que em 2010.

Exame – 2012, 2ª Fase



14. Averiguando a hipótese do depósito ter sido remunerado com uma taxa de juro fixa, calculamos a taxa de juro (j) correspondente ao acréscimo de capital do final de 2004 para o final de 2005:
Como $25\,625 - 25\,000 = 625$, temos que:

$$25\,000 \times j = 625 \Leftrightarrow j = \frac{625}{25\,000} \Leftrightarrow j = 0,025$$

Podemos agora verificar que a taxa de juro de 2,5% é compatível com a evolução do depósito do senhor Jerónimo, e calcular o capital acumulado nos três anos seguintes:

Evolução do depósito do senhor Jerónimo (instituição A)	A_n	Cálculo
A_0 : Capital depositado no final de 2004	€25 000,00	—
A_1 : Capital acumulado no final de 2005	€25 625,00	$21\,000,00 \times 1,025 =$ $= 25\,625,00$
A_2 : Capital acumulado no final de 2006	€26 265,63	$25\,625,00 \times 1,025 \approx$ $\approx 26\,265,63$
A_3 : Capital acumulado no final de 2007	€26 922,27	$26\,265,63 \times 1,025 \approx$ $\approx 26\,922,27$
A_4 : Capital acumulado no final de 2008	€27 595,32	$26\,922,27 \times 1,025 \approx$ $\approx 27\,595,32$
A_5 : Capital acumulado no final de 2009	€28 285,20	$27\,595,32 \times 1,025 \approx$ $\approx 28\,285,20$
A_6 : Capital acumulado no final de 2010	€28 992,33	$28\,285,20 \times 1,025 \approx$ $\approx 28\,992,33$
A_7 : Capital acumulado no final de 2011	€29 717,14	$28\,992,33 \times 1,025 \approx$ $\approx 29\,717,14$

Assim, o capital acumulado no final de 2011, no depósito bancário do senhor Jerónimo, arredondado às unidades, é 29 717 euros.

Exame – 2011, 2ª Fase



15.

15.1. Determinando o valor de aluguer que o António paga, nas quatro semanas, em cada uma das modalidades, temos:

	Modalidade A	Modalidade B
1. ^a semana:	€125	€5
2. ^a semana:	$125 + 20 = 145$ €	$2 \times 5 = 10$ €
3. ^a semana:	$145 + 20 = 165$ €	$2 \times 10 = 20$ €
4. ^a semana:	$165 + 20 = 185$ €	$2 \times 20 = 40$ €

Assim, consultando a tabela anterior podemos verificar que o valor de aluguer que o António paga, na quarta semana, em cada uma das modalidades, é:

- Modalidade A: €185
- Modalidade B: €40

15.2. Da mesma forma, calculando o valor de aluguer que o António paga, nas oito semanas, em cada uma das modalidades, e a soma das rendas, temos:

	Modalidade A	Modalidade B
1. ^a semana:	€125	€5
2. ^a semana:	€145	€10
3. ^a semana:	€165	€20
4. ^a semana:	€185	€40
5. ^a semana:	$185 + 20 = 205$ €	$2 \times 40 = 80$ €
6. ^a semana:	$205 + 20 = 225$ €	$2 \times 80 = 160$ €
7. ^a semana:	$225 + 20 = 245$ €	$2 \times 160 = 320$ €
8. ^a semana:	$245 + 20 = 265$ €	$2 \times 320 = 640$ €
Soma:	€1560	€1275

Desta forma podemos concluir que a modalidade B é a que permite ao António pagar menos no somatório dos valores de aluguer pagos em 8 semanas.

Exame – 2010, 2^a Fase

16.

16.1. Completando a tabela apresentada, relativamente à situação A e à situação B, temos:

	Vencimento na situação A (€)	Vencimento na situação B (€)
1. ^o mês	1280,00	450,00
2. ^o mês	1280,00	$450 \times 1,1 = 495$
3. ^o mês	1280,00	$495 \times 1,1 = 544,50$
4. ^o mês	1280,00	$544,50 \times 1,1 = 598,95$



16.2. Calculando o valor do IRS relativo ao vencimento, temos:

$$1280 \times 0,17 = 217,60 \text{ €}$$

Pelo que o valor que o Manuel efetivamente recebeu, foi:

$$1280 - 217,60 = 1062,40 \text{ €}$$

Exame – 2009, 1ª Fase

17.

17.1. Utilizando o procedimento simplificado apresentado, o valor de IRS que o Rui e a Luísa pagaram, relativo ao ano de 2005, admitindo que não houve quaisquer deduções a fazer à coleta, é:

Cálculo do rendimento global do casal:

- Contribuinte A (marido), com um rendimento total de € 10 950.
- Contribuinte B (mulher), com um rendimento total de € 10 000.
- O rendimento global deste casal é € 20 950 (€ 10 950 + € 10 000).

Cálculo do rendimento coletável:

- O rendimento coletável é € 10 475 (20 950 : 2).

Cálculo da coleta do casal:

- Consultar a tabela dada e identificar que o rendimento coletável do casal se encontra no 3.º escalão (taxa a aplicar: 23,5%; parcela a abater: € 799,78);
- Aplicar a taxa de imposto ao rendimento coletável do casal:
 $€10\,475 \times 0,235 \approx €2461,63$;
- Subtrair, do valor anteriormente obtido, a parcela a abater:
 $€2461,63 - €799,78 = €1661,85$
- A coleta do casal obtém-se multiplicando por 2 o valor anterior:
 $€1661,85 \times 2 = €3323,70$.

Cálculo do IRS:

- IRS = coleta – deduções = € 3323,70.
Neste caso simplificado, como não existem deduções a fazer, a coleta coincide com o valor do IRS.



17.2. Fazendo o cálculo do IRS com a prestação do serviço, e sem a prestação do serviço, temos;

	IRS com a prestação do serviço	IRS sem a prestação do serviço
Rendimento global (€)	$12\,500 + 500 =$ $= 13\,000$	$12\,500 + 500 + 1000 =$ $= 14\,000$
Rendimento coletável (€)	$13\,000 : 2 =$ $= 6\,500$	$14\,000 : 2 =$ $= 7\,000$
Escalão	2	3
Taxa a aplicar (%)	13	23,5
Parcela a abater (€)	108,78	799,78
Taxa sobre o rendimento coletável (€)	$6\,500 \times 0,13 =$ $= 845$	$7\,000 \times 0,235 =$ $= 1\,645$
Dedução da parcela a abater (€)	$845 - 108,78 =$ $= 736,22$	$1\,645 - 799,78 =$ $= 845,22$
Coleta do casal (€)	$736,22 \times 2 =$ $= 1\,472,44$	$1\,645 - 799,78 =$ $= 1\,690,44$
Rendimento antes da aplicação do imposto (€)	13 000	14 000
Rendimento após da aplicação do imposto (€)	$13\,000 - 1\,472,44 =$ $= 11\,527,56$	$14\,000 - 1\,690,44 =$ $= 12\,309,56$

Assim, podemos concluir que o Manuel não tem razão, pois apesar do rendimento relativo ao serviço a prestar no Natal implicar a passagem para o 3.º escalão de IRS, e conseqüentemente o aumento da taxa de IRS, também aumenta a parcela a abater ao rendimento coletável, o que faz com que, após o dedução do imposto, o rendimento seja maior no caso de haver a prestação do serviço (12 309,56 €), do que se não existir o rendimento relativo a este serviço (12 309,56 €).

Exame – 2007, 1ª Fase

