



**Grupo I**

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Sendo  $A$  e  $B$  dois acontecimentos de uma experiência aleatória,  
 $P(A) = 1 - P(B)$ ,  
(A) Quando  $A \cap B = \emptyset$ .  
(B) Quando  $A$  e  $B$  são independentes.  
(C) Quando  $A$  e  $B$  são contrários.  
(D) Sempre.
  
2. Qual das seguintes sequências de números inteiros constituem a sequência inicial de uma linha do triângulo de Pascal?  
(A) 1 20 190  
(B) 1 25 600  
(C) 1 30 900  
(D) 1 35 6545
  
3. Num torneio de damas cada participante defrontou cada um dos outros por duas vezes (uma com as peças brancas e outra com as pretas). Sabendo que participaram 15 pessoas, quantas partidas se realizaram?  
(A)  $15 \times 2$                       (B)  ${}^{15}C_2$                       (C)  ${}^{15}A_2$                       (D)  ${}^{15}A'_2$

4. Seja  $k = \log_a x$  um número real. Qual o valor de  $a^{2k}$  ?

- (A) 2      (B)  $x$       (C)  $2x$       (D)  $x^2$

5. Considere a função  $f(x) = \frac{4}{2-3x}$  e uma sucessão  $u_n$  tal que  $\lim u_n = 0$ .

O que podemos afirmar sobre  $\lim f(u_n)$  ?

(A) Não existe  $\lim f(u_n)$  .

(B)  $\lim f(u_n) = 0$  .

(C)  $\lim f(u_n) = \frac{2}{3}$  .

(D)  $\lim f(u_n) = 2$  .

6. Considere a função  $a(t) = \frac{5t^2}{3t^2 + 2t + 1}$  . Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} a(t) = -\infty$

(B)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} a(t) = -1$

(C)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} a(t) = \frac{5}{3}$

(D)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} a(t) = 0$

7. A função  $y = \frac{x-4}{x-4}$  não é contínua no intervalo  $[0,4]$  porque:

(A) Não é contínua no intervalo  $]0,4[$ .

(B) Não é contínua no ponto de abcissa 4.

(C) Não é contínua à direita do ponto de abcissa 4.

(D) Não é contínua à esquerda do ponto de abcissa 4.

## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Num aviário, foi estudada a produção de ovos.

Concluiu-se que a distribuição dos pesos dos ovos é aproximadamente normal. Foi também possível concluir que a percentagem de ovos estragados é de aproximadamente meio ponto percentual.

Como campanha publicitária para a páscoa decidiram pintar os ovos de azul, vermelho e verde. São pintados o mesmo número de ovos de cada cor e a sua distribuição pelas caixas de seis unidades é aleatória.

1.1 Calcule quantas caixas diferentes de 6 ovos, podem sair do aviário com pelo menos um ovo azul (consideram-se caixas diferentes, caixas em que na mesma posição estão ovos de cor diferente).

1.2 Determine a probabilidade de uma caixa ter todos os ovos da mesma cor (apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível).

1.3 Foi analisado um lote de 50 ovos e encontraram-se 3 estragados. Determine a probabilidade disso acontecer (apresente o resultado sob a forma de dízima arredondada às centésimas).

1.4 Como promoção do produto foi decidido utilizar para outros fins os ovos cujos pesos estivessem fora do intervalo  $[\bar{x}-2s, \bar{x}+2s[$ . Num texto breve e claro indique justificando as alterações que a média e o desvio padrão da distribuição dos pesos dos ovos embalados irá sofrer em relação à situação anterior em que se embalavam todos os ovos.

2. Dois acontecimentos  $X$  e  $Y$  de uma determinada experiência aleatória dizem-se independentes se  $P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y)$ . Logo prova-se que  $X$  e  $Y$  também são independentes se  $P(X|Y) = P(X)$  (sendo  $P(X|Y)$  a probabilidade de ocorrer o acontecimento  $X$  dada a ocorrência do acontecimento  $Y$ ), da seguinte forma:

$$P(X|Y) \underset{\substack{\uparrow \\ (1)}}{=} \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} \underset{\substack{\uparrow \\ (2)}}{=} \frac{P(X) \cdot P(Y)}{P(Y)} = P(X) \times 1 \underset{\substack{\uparrow \\ (4)}}{=} P(X)$$

Para a demonstração anterior indique a hipótese, a tese e a justificação para cada uma das igualdades assinaladas.

3. Numa determinada pastelaria a temperatura ambiente é mantida constante por um aparelho de ar condicionado. Um estudo realizado nesta pastelaria permitiu concluir que a temperatura do café (em graus centígrados)  $t$  minutos após ter sido colocado na chávena é dado pela expressão  $A(t) = 21 + 50e^{-0.04t}$ , para valores de  $t$  não negativos (onde  $e$  designa o número de Nepper).

3.1 Determine a que temperatura o café é colocado na chávena.

3.2 Com o decorrer do tempo, a temperatura do café tende a igualar a temperatura ambiente.

3.2.1 Indique, justificando, a temperatura ambiente.

3.2.2 Ao fim de 4 horas o café já arrefeceu completamente? Justifique a sua resposta.

3.3 Quanto tempo decorre desde que o café é colocado na chávena até que atinge os 60 graus centígrados? Apresente o resultado em minutos e segundos.

4. Considere a função  $g(x) = \begin{cases} \log_2\left(8 - \frac{x}{2}\right) + 1, & \text{se } x \leq 14 \\ k, & \text{se } x > 14 \end{cases}$  de domínio IR.

- 4.1 Indique, recorrendo à calculadora gráfica  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  (descreva o procedimento utilizado).
- 4.2 Determine o valor de  $k$  de modo a que a função seja contínua no ponto de abcissa  $x = 14$ .

	<b>Questões</b>	<b>Cotações</b>
<b>Grupo I</b>	.....	.....63
	Cada resposta correcta .....	9
	Cada resposta errada .....	-3
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
<b>Grupo II</b>	.....	.....137
	1.....	....45
	1.1.....	10
	1.2.....	10
	1.3.....	10
	1.4.....	15
	2.....	....24
	3.....	....45
	3.1.....	10
	3.2.....	20
	3.2.1.....	10
	3.2.2.....	10
	3.3.....	15
	4.....	....23
	4.1.....	11
	4.2.....	12