



Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Numa determinada época, os três primeiros classificados do campeonato nacional de futebol da primeira divisão foram o Sporting, o Benfica e o Porto (não necessariamente por esta ordem). Os quarto e quinto classificados foram dois clubes de entre o Boavista, o Portimonense, o Belenenses e o Guimarães.

De quantas formas é possível ordenar os cinco primeiros classificados, atendendo às condições impostas?

(A) $3! \times {}^4A_2$

(B) ${}^3A_3 + {}^4A_2$

(C) $P_3 \times {}^4C_2$

(D) $6 + {}^4C_2$

2. Numa turma de 18 alunos, existem 10 rapazes e 4 moradores no Torrão (3 rapazes e uma rapariga). Qual é a probabilidade de que, ao escolher aleatoriamente uma rapariga da turma, ela more fora do Torrão?

(A) $\frac{7}{18}$

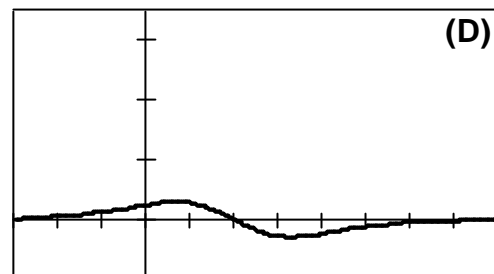
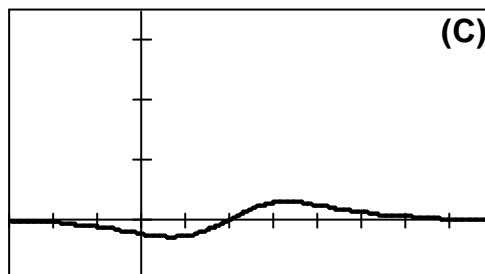
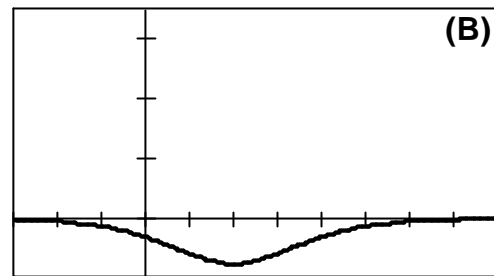
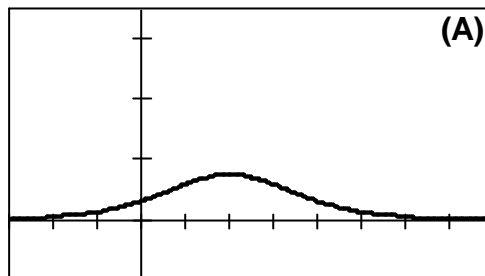
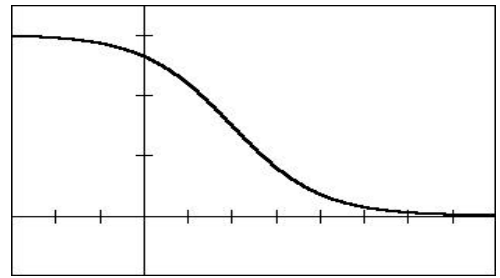
(B) $\frac{8}{18}$

(C) $\frac{1}{8}$

(D) $\frac{7}{8}$

3. Sejam X e Y dois acontecimentos de uma experiência aleatória. Em qual das seguintes situações não é possível garantir que X e Y são acontecimentos independentes?
- (A) $P(X) = P(Y)$ (B) $P(X | Y) = P(X)$
 (C) $P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y)$ (D) $P(X) = 1$
4. Considere a função $h(x) = k^x$, $k \in \mathfrak{R}$. Qual das seguintes proposições é verdadeira?
- (A) $h(a + b) = h(a) + h(b)$ (B) $h(a + b) = h(a) \cdot h(b)$
 (C) $h(a \cdot b) = h(a) + h(b)$ (D) $h(a \cdot b) = h(a) \cdot h(b)$
5. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 4 \\ 1 & \text{se } x > 4 \end{cases}$ e uma sucessão u_n , monótona decrescente, tal que $\lim u_n = 4$. O que podemos afirmar sobre $\lim f(u_n)$?
- (A) Não existe $\lim f(u_n)$.
 (B) $\lim f(u_n) = 4$.
 (C) $\lim f(u_n) = 1$.
 (D) $\lim f(u_n) = 2$.
6. Seja $a(x)$ uma função que admite como assíptota (não vertical nem horizontal) o gráfico da função $b(x)$, quando $x \rightarrow +\infty$. Qual das afirmações seguintes é sempre verdadeira ?
- (A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a(x) + b(x)) = 1$
 (B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a(x) - b(x)) = 1$
 (C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a(x) \cdot b(x)) = 1$
 (D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a(x)}{b(x)} \right) = 1$

7. Considere a função f cujo gráfico está representado ao lado.
- Qual dos seguintes gráficos poderá ser o gráfico de f'' , segunda derivada da função f ?



Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Considere o seguinte jogo:

É retirada uma carta de um baralho de 40.

Se sair uma figura o jogador paga € 3 à mesa; se sair um ás o jogador paga € 5 à mesa. Se sair qualquer outra carta, o jogador recebe da mesa € 2.

Após cada jogada a carta volta a ser colocada no baralho.

- 1.1 Indique, justificando, o valor da afirmação "Num conjunto de cinco jogadas, o acontecimento contrário de receber sempre € 2, é pagar sempre € 3 ou € 5".
- 1.2 Qual é a probabilidade de num conjunto de 10 jogadas, o jogador receber dinheiro da mesa por 5 vezes?
- 1.3 Construa uma tabela com a distribuição de probabilidades da variável X – Ganho do jogador em cada jogada.

2. Sabendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$, prove, sem recorrer à calculadora gráfica, que

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)^2}{x-1} = 0.$$

3. Considere a função $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 12 & \text{se } x \leq 3 \\ e^{-x+3} + 2 & \text{se } x > 3 \end{cases}$.

3.1 A função g é contínua no ponto de abcissa 3? Justifique.

3.2 Existe um objecto a , tal que $a \in]3,5[$ e $g(a) = \frac{5}{2}$.

3.2.1 Recorrendo ao teorema de Bolzano- Cauchy, prove a existência do objecto a .

3.2.2 Calcule o valor exacto de a .

3.3 Calcule $g'(-1)$ recorrendo à definição de derivada num ponto. Qual o significado do resultado obtido em relação ao gráfico da função g ?

3.4 Determine a equação da recta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa 2.

3.5 Averigúe a existência de assíntotas no gráfico da função g .

	Questões	Cotações
Grupo I63
	Cada resposta correcta	9
	Cada resposta errada	-3
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
Grupo II137
	1.....35
	1.1.....	11
	1.2.....	11
	1.3.....	13
	2.....15
	3.....87
	3.1.....	15
	3.2.....	27
	3.2.1.....	15
	3.2.2.....	12
	3.3.....	15
	3.4.....	15
	3.5.....	15