



**Grupo I**

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Qual das seguintes equações define o plano  $KLM$ , sendo  $k(2,1,5)$  e

$\frac{x}{3} = 2y \wedge z = 1$  uma equação da recta  $LM$  ?

(A)  $x - 6y + z = 1$

(B)  $6x + y = 13$

(C)  $2x + y + 5z = 0$

(D)  $\frac{x}{2} + y + \frac{z}{5} = 3$

2. Considere a família de funções  $f(x) = 2 + \frac{k}{x-2}$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $k$  são valores

reais e  $k \neq 0$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

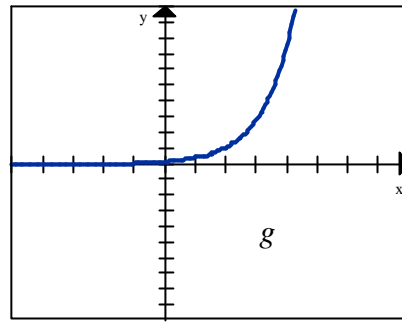
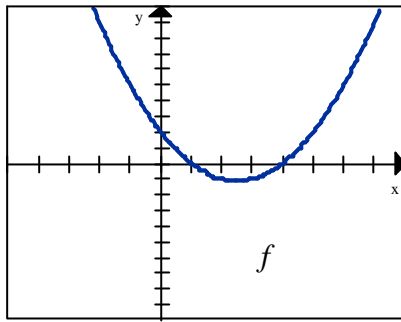
(A)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2^+$  se  $k > 0$ .

(B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2^+$  se  $k < 0$ .

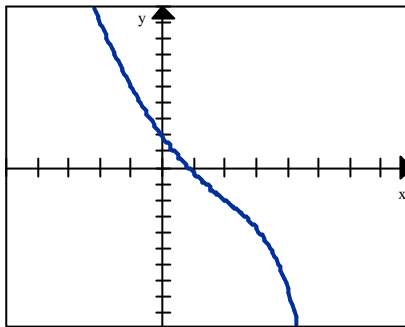
(C)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$  se  $k > 0$ .

(D)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$  se  $k < 0$ .

3. Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas pelos gráficos seguintes:



Considere ainda o gráfico seguinte.

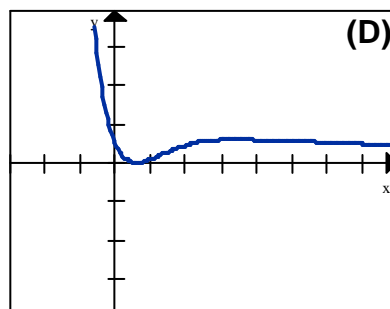
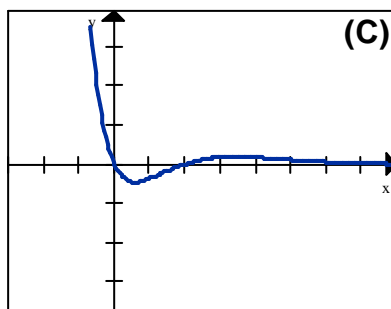
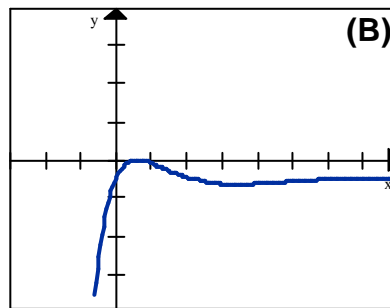
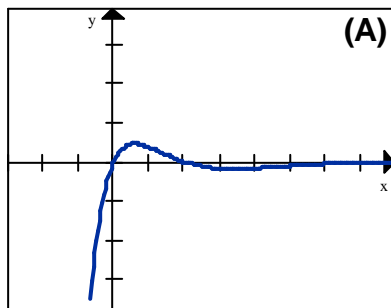
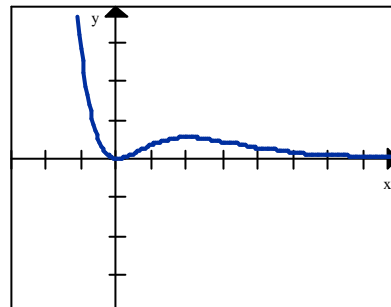


Qual das seguintes operações entre as funções  $f$  e  $g$  pode ser representada pelo gráfico anterior?

- (A)  $(f - g)(x)$       (B)  $(g - f)(x)$       (C)  $(f \circ g)(x)$       (D)  $(g \circ f)(x)$

4. O gráfico ao lado seguinte é uma representação gráfica da função  $h$ .

Qual dos seguintes gráficos pode representar a função  $h'$  (derivada da função  $h$ ) ?



5. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) Uma progressão aritmética de razão positiva, inferior a 1, é um infinitamente grande positivo.
- (B) Uma progressão geométrica de razão inferior a  $-1$ , é um infinitamente grande negativo.
- (C) Os termos de um infinitamente grande positivo, são a partir de certa ordem todos positivos.
- (D) Existem sucessões monótonas crescentes que são infinitésimos.

### Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Considere os pontos  $A(-\sqrt{3}, 0)$ ,  $B(0, k)$ ,  $k \in \mathfrak{R}^+$  e  $O(0, 0)$ .

1.1 Determine o valor do ângulo  $\angle ABO$  se  $k = 2$  (apresente o resultado em graus, aproximado ao minuto).

1.2 Determine o valor de  $k$  sabendo que o ângulo  $\angle BAO = \frac{\mathbf{p}}{3} \text{ rad}$ .

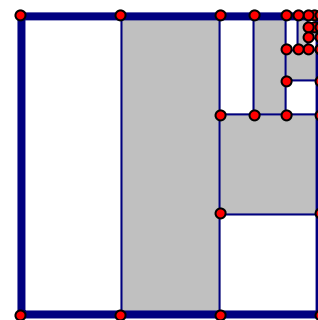
2. O número de moradores de uma urbanização,  $t$  anos após a sua inauguração é dado (aproximadamente) pela expressão  $P(t) = 100(5 + t - 0,25t^2)$ .

2.1 Quantas pessoas moravam na urbanização seis meses após a sua inauguração?

2.2 Determine, recorrendo à derivada da função, quanto tempo após ter sido inaugurada, a urbanização teve a sua população no valor mais alto.

3. Considere a figura ao lado.

- A figura foi construída a partir de um quadrado de lado 1.
- Nas “gerações” ímpares, dividimos o menor quadrado situado no canto superior esquerdo em três rectângulos iguais.
- Nas gerações pares, dividimos o menor rectângulo situado no canto superior esquerdo em três quadrados iguais.



3.1 Mostre que a área do polígono construído na  $n$ -ésima geração é

dada pela sucessão  $u_n = \frac{1}{3^n}$  (sugestão: verifique que se trata de uma progressão geométrica).

3.2 Determine o termo de ordem 10 .

3.3 Use a calculadora para averiguar se  $81^{-1}$  é um termo da sucessão. Explique como procedeu.

3.4 Estude analiticamente a monotonia da sucessão.

3.5 Determine a soma das áreas dos primeiros 5 polígonos construídos (apresente o resultado arredondado às milésimas).

3.6 Seja  $S_n$  a sucessão que permite calcular a soma das áreas dos  $n$  primeiros polígonos. Prove que  $S_n \rightarrow \frac{1}{2}$  .

	Questões	Cotações
<b>Grupo I</b>	.....	.....45
	Cada resposta correcta .....	9
	Cada resposta errada .....	-3
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
<b>Grupo II</b>	.....	.....155
	1.....	.....30
	1.1.....	15
	1.2.....	15
	2.....	.....30
	2.1.....	13
	2.2.....	17
	3.....	.....95
	3.1.....	18
	3.2.....	13
	3.3.....	15
	3.4.....	16
	3.5.....	15
	3.6.....	18

**T1:**  $U_n \rightarrow +\infty$  e  $V_n \geq U_n \Rightarrow V_n \rightarrow +\infty$

**T2:**  $U_n \rightarrow +\infty \Rightarrow U_n + a \rightarrow +\infty$

**T3:**  $U_n \rightarrow +\infty$  e  $b > 0 \Rightarrow bU_n \rightarrow +\infty$

**T4:**  $a > 1 \Rightarrow a^n \rightarrow +\infty$

**T5:**  $V_n \rightarrow 0$  e  $|U_n| \leq |V_n| \Rightarrow U_n \rightarrow 0$

**T6:**  $U_n \rightarrow 0 \Rightarrow kU_n \rightarrow 0$

**T7:**  $U_n \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{1}{U_n} \rightarrow 0$

**T8:**  $V_n \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{V_n} \rightarrow +\infty$

**T9:**  $|a| < 1 \Rightarrow a^n \rightarrow 0$

**T10:**  $U_n \rightarrow 0 \wedge V_n \rightarrow 0 \Rightarrow U_n + V_n \rightarrow 0$

**T11:**  $U_n \rightarrow 0 \wedge V_n \rightarrow 0 \Rightarrow U_n \cdot V_n \rightarrow 0$