

**Grupo I**

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Seja  $a = \text{sen}(x)$ . Qual das seguintes expressões é diferente de  $a$ ?

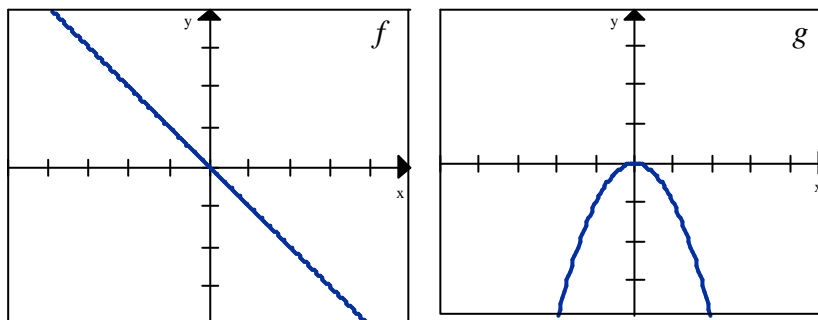
(A)  $\text{sen}(p - x)$

(B)  $\text{sen}(x - p)$

(C)  $\cos\left(\frac{p}{2} - x\right)$

(D)  $\cos\left(x - \frac{p}{2}\right)$ .

2. Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas pelos gráficos seguintes:



Considere um valor  $a < 0$ . Qual das seguintes afirmações é falsa?

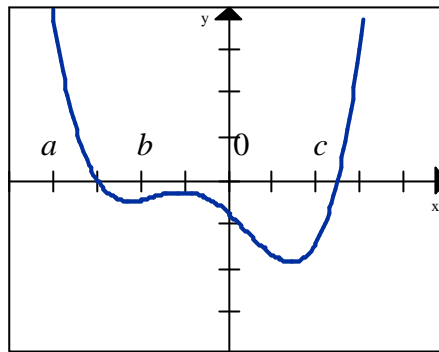
(A)  $(f - g)(a) > 0$

(B)  $(f \cdot g)(a) > 0$

(C)  $(f \circ g)(a) > 0$

(D)  $(f^{-1})(a) > 0$

3. Considere o gráfico seguinte onde se representa parte do gráfico da função  $f$ .



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $f(a) \cdot f'(a) > 0$
- (B)  $f(b) \cdot f'(b) > 0$
- (C)  $f(0) \cdot f'(0) > 0$
- (D)  $f(c) \cdot f'(c) > 0$

4. Qual é o domínio da função  $y = \sqrt{-\frac{2}{x+5}}$  ?

- (A)  $] -\infty, -5[$
- (B)  $] -5, +\infty[$
- (C)  $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$
- (D)  $\{ \}$

5. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) Uma progressão geométrica de termos negativos pode ser um infinitésimo.
- (B) Uma progressão geométrica de razão maior que 1 pode ser um infinitamente grande negativo.
- (C) Uma progressão geométrica de razão negativa não pode ser um infinitésimo.
- (D) Uma progressão geométrica com o primeiro termo negativo não pode ser um infinitamente grande positivo.

## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Considere o plano  $\alpha$  de equação  $x - 2y + 2z = 3$ .
  - 1.1 Determine umas equações cartesianas de uma recta pertencente ao plano.
  - 1.2 Determine uma equação de um plano paralelo ao plano  $\alpha$  que contenha a origem.
  
2. Com um arame de 20 cm pretende-se construir um rectângulo.
  - 2.1 Mostre que a área do rectângulo em função da base é dada por  $A(b) = 10b - b^2$ .
  - 2.2 Entre que valores pode variar a base do rectângulo?
  - 2.3 Determine, recorrendo à derivada da função, a medida da base do rectângulo de área máxima.
  
3. O António é um piloto com 120 horas de voo. Vai assinar um contrato com uma nova empresa em que se estabelece que por semana vai voar exactamente 30 horas. Seja  $v_n$  a sucessão que dá o total de número de horas de voo do António, no início da  $n$ -ésima semana no novo emprego.
  - 3.1 Mostre que  $v_n = 90 + 30n$  (sugestão: note que o número de horas de voo é uma progressão aritmética).
  - 3.2 Determine o número de horas de voo do António no final da 15ª semana no novo emprego.
  - 3.3 Averigúe analiticamente se 400 é um termo da sucessão.
  - 3.4 Estude a monotonia da sucessão  $v_n$ .
  
4. Prove que a sucessão  $w_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{2}{5n}$  é um infinitésimo.

Questões	Cotações
<b>Grupo I</b> .....	.....45
Cada resposta correcta .....	9
Cada resposta errada .....	-3
Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
<b>Grupo II</b> .....	.....155
1.....	.....32
1.1.....	16
1.2.....	16
2.....	.....46
2.1.....	16
2.2.....	13
2.3.....	17
3.....	.....60
3.1.....	16
3.2.....	13
3.3.....	14
3.4.....	17
4.....	.....17

### Teoremas sobre sucessões

**T1:**  $U_n \rightarrow +\infty$  e  $V_n \geq U_n \Rightarrow V_n \rightarrow +\infty$

**T2:**  $U_n \rightarrow +\infty \Rightarrow U_n + a \rightarrow +\infty$

**T3:**  $U_n \rightarrow +\infty$  e  $b > 0 \Rightarrow bU_n \rightarrow +\infty$

**T4:**  $a > 1 \Rightarrow a^n \rightarrow +\infty$

**T5:**  $V_n \rightarrow 0$  e  $|U_n| \leq |V_n| \Rightarrow U_n \rightarrow 0$

**T6:**  $U_n \rightarrow 0 \Rightarrow kU_n \rightarrow 0$

**T7:**  $U_n \rightarrow +\infty \Rightarrow \frac{1}{U_n} \rightarrow 0$

**T8:**  $V_n \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{1}{V_n} \rightarrow +\infty$

**T9:**  $|a| < 1 \Rightarrow a^n \rightarrow 0$

**T10:**  $U_n \rightarrow 0 \wedge V_n \rightarrow 0 \Rightarrow U_n + V_n \rightarrow 0$

**T11:**  $U_n \rightarrow 0 \wedge V_n \rightarrow 0 \Rightarrow U_n \cdot V_n \rightarrow 0$