

**Grupo I**

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Considere a seguinte representação de parte de duas linhas do triângulo de Pascal:

$$\begin{array}{cccc} \dots & a & 276 & \dots \\ \dots & 25 & b & \dots \end{array}$$

Sabendo que 25 é o segundo número dessa linha, o valor de b é :

- (A) 277 (B) 300 (C) 301 (D) 325
2. Dois acontecimentos A e B de uma experiência aleatória, são incompatíveis se:
- (A) $A \cap B \neq \emptyset$ (B) $A \subset \overline{B}$
(C) $P(A) + P(B) = 1$ (D) $P(A) - P(B) = 0$
3. Uma caixa contém 5 bolas brancas e 5 bolas pretas, indistinguíveis ao tacto. Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa. Considere os seguintes acontecimentos:
- B_1 – a bola retirada em primeiro lugar é branca
 B_2 – a bola retirada em segundo lugar é branca.
- Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(B_2|B_1)$?

(A) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

4. Sejam a e b dois números reais tais que $e^a = b$.

Qual é o valor de e^{ab} ?

- (A) b^b (B) $b + e^b$ (C) $e^b \cdot a$ (D) $a + e^b$

5. Seja $a(x)$ uma função afim, cujo gráfico é assíntota do gráfico da função g , cujo domínio é \mathbb{R}^+ .

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira ?

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) + a(x)] = +\infty$

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - a(x)] = 0$

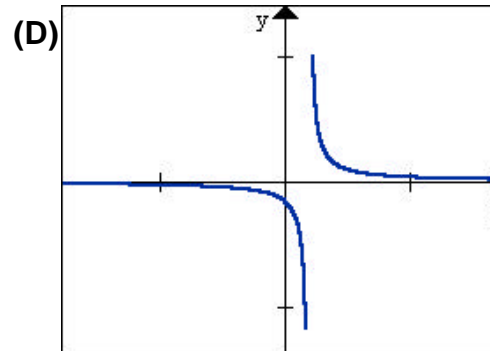
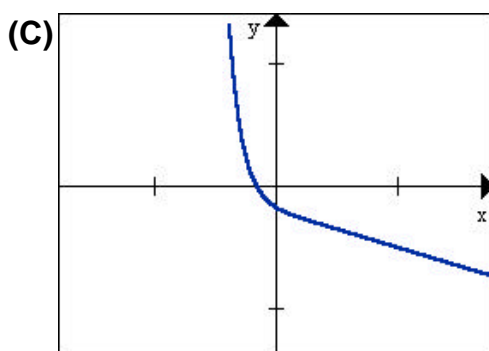
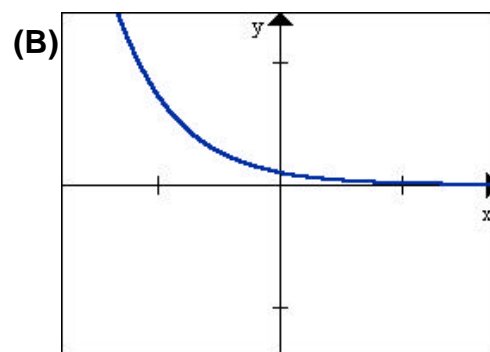
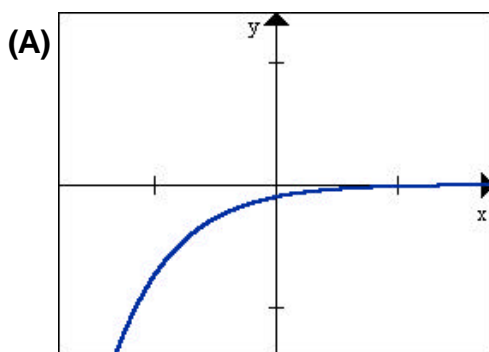
(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) \times a(x)] = -\infty$

(D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{g(x)}{a(x)} \right] = 0$

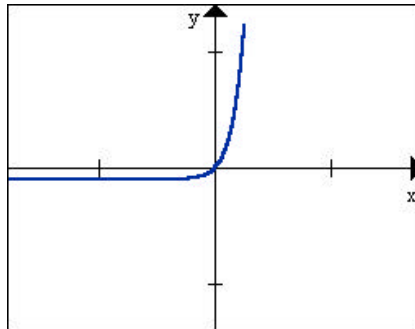
6. De uma função h sabe-se que:

- o domínio é \mathbb{R}
- $h'(0) < 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$

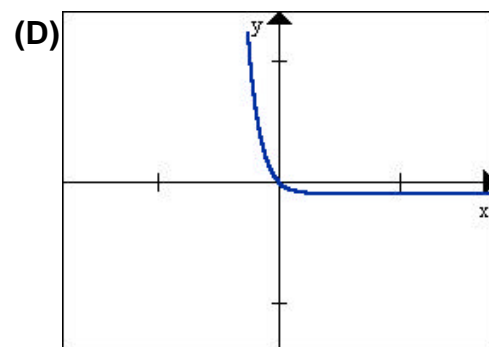
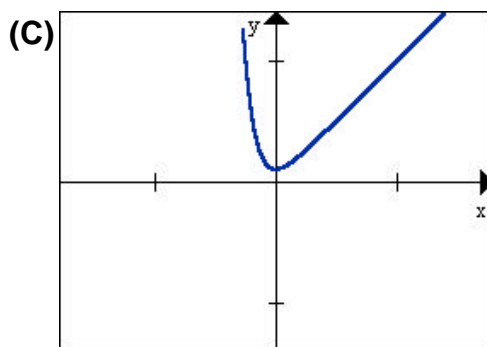
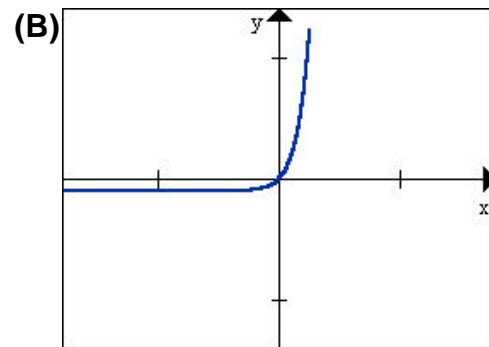
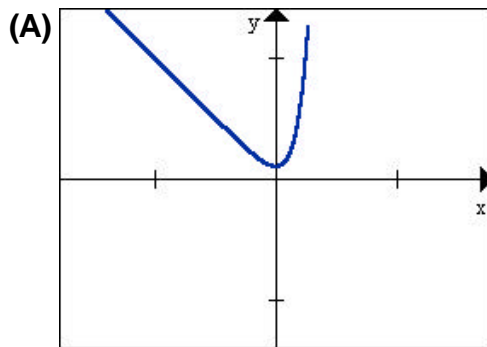
Indique qual dos seguintes poderá ser o gráfico de h .



7. Considere a figura seguinte na qual está parte da representação gráfica de g' , função derivada da função g .



Em qual das figuras seguintes está a representação de parte do gráfico da função g ?



Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. O jogo de “sueca” é jogado com um baralho de 40 cartas. No início do jogo, cada jogador recebe um conjunto de 10 cartas usualmente denominado por uma “mão”. Um dos naipes é escolhido no início do jogo como trunfo.

1.1 Quantas “mãos” de sueca diferentes é possível um jogador receber ?

1.2 Qual é a probabilidade de no início do jogo um jogador receber uma “mão” de sueca com os 4 ases? (apresente o resultado sob a forma de percentagem arredondado às décimas).

1.3 Qual é a probabilidade de num conjunto de 10 partidas de sueca o trunfo ser paus pelo menos por 2 vezes? (apresente o resultado sob a forma de dízima arredondado às décimas).

2. Uma sonda espacial foi colada em órbita por uma nave espacial. A sua altitude em relação à terra A (em km), é dada pela função

$$A(t) = 10t \cdot \ln\left(\frac{t}{10}\right) + 400, \text{ em função do tempo } t \text{ (em horas) após a}$$

libertação da sonda.

2.1 Determine analiticamente, recorrendo à noção de limite, a altitude da nave espacial no momento em que libertou a sonda.

2.2 Recorrendo ao teorema de Bolzano, prove que nas primeiras 24 horas após a libertação da sonda houve um instante em que a sonda esteve a 600 km de altitude.

2.3 A sonda esteve a uma altitude de 500 km ? Quanto tempo após ter sido colocada em órbita? Use a calculadora gráfica para responder a estas questões. Explique o(s) procedimento(s) adoptados e apresente um esboço do(s) gráfico(s) visualizado(s).

2.4 Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t)$ e interprete o cálculo e o resultado no contexto da situação descrita pela função.

2.5 Mostre que $A'(t) = 10(\ln(t) - \ln(10) + 1)$.

2.6 Determine, por processos analíticos, a altitude mínima a que a sonda esteve após a sua colocação em órbita (conservar no mínimo duas casas decimais nos arredondamentos que tiver de efectuar; apresente o resultado com aproximação às décimas).

	Questões	Cotações
Grupo I63
	Cada resposta correcta	9
	Cada resposta errada	-3
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
Grupo II137
	1.....45
	1.1.....	13
	1.2.....	17
	1.3.....	15
	2.....92
	2.1.....	12
	2.2.....	17
	2.3.....	15
	2.4.....	15
	2.5.....	16
	2.6.....	17