



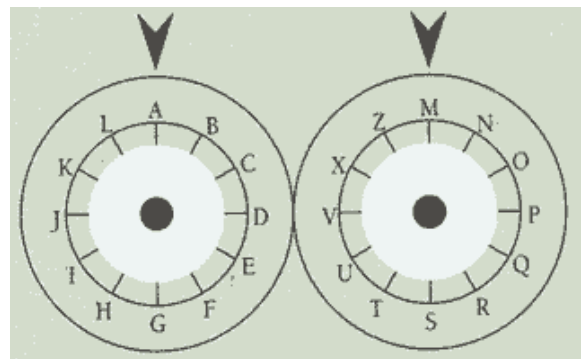
Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Num grupo de 20 congressistas, 8 só falam inglês, 5 só falam francês e 7 falam as duas línguas. Quantos pares diferentes de congressistas conseguem conversar sem o auxílio de um interprete?

- (A) ${}^8C_2 + {}^5C_2 + {}^7C_2$ (B) $7 \cdot ({}^8C_2 + {}^5C_2)$
(C) ${}^{20}C_2 - 40$ (D) ${}^{20}C_2 - ({}^8C_2 + {}^5C_2)$

2. Um cofre tem duas rodas com as letras indicadas na figura ao lado. O Código que permite abrir o cofre é obtido seleccionando uma letra da primeira roda e uma letra da segunda roda. Uma pessoa tenta abrir o cofre possuindo a informação de que a primeira letra do código de abertura, isto é, da roda da esquerda, é vogal.



Qual é a probabilidade de acertar à primeira tentativa ?

- (A) $\frac{6}{36}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{36}{144}$ (D) $\frac{3}{144}$

3. O valor de $5^{2+\log_5(w+1)}$ é igual a:

(A) $5^2 + w + 1$

(B) $25w + 25$

(C) $25 \log_5(w+1)$

(D) $25 + \log_5(w+1)$

4. Considere a função definida por $f(x) = e^{\sin(x)}$.

A recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $-p$ é:

(A) $y = -x - p + 1$

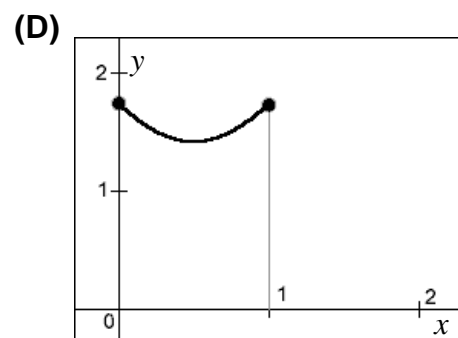
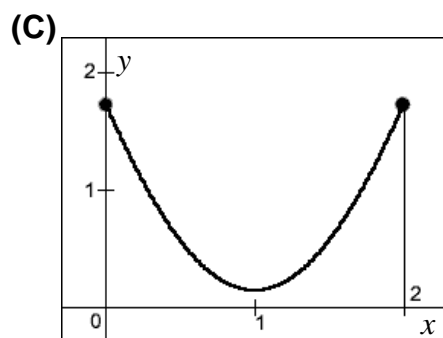
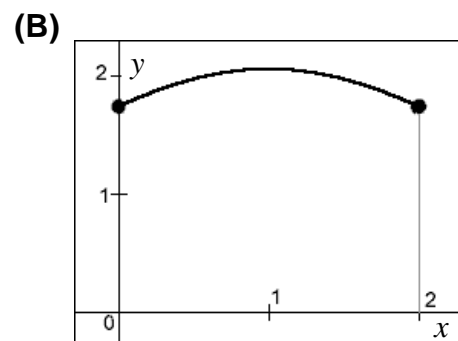
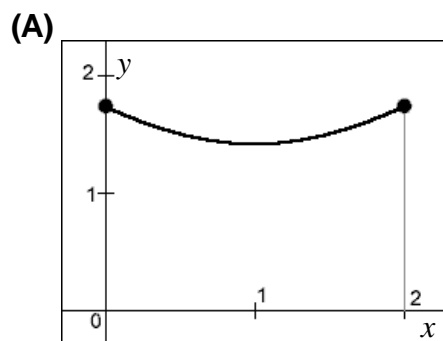
(B) $y = -x - e + 1$

(C) $y = x + p + 1$

(D) $y = x + e + 1$

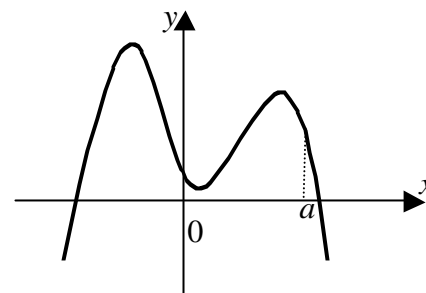
5. Considere um estrutura cúbica de lado 2. Uma formiga movimenta-se sobre as arestas dessa estrutura.

Sabendo que a formiga caminha ao longo de uma aresta e a atravessa na sua totalidade, sem voltar para trás, qual dos seguintes gráficos representa a distância y , da formiga ao centro do cubo, em função da distância x , percorrida nessa aresta?



6. O gráfico da figura ao lado é uma representação gráfica da função f . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $f(a) \times f'(a) > 0$
(B) $f(a) \times f''(a) > 0$
(C) $f'(a) \times f''(a) > 0$
(D) $f''(a) \times f'''(a) < 0$



7. Considere um número complexo z , diferente de zero.

Sabendo que $\arg(z) = p$, qual das seguintes afirmação é falsa?

- (A) $\operatorname{Re}(z) < 0$ (B) $\operatorname{Im}(z^2) > 0$ (C) $z = \bar{z}$ (D) $\arg(-z) = 0$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Uma equipa de remo é constituída por 8 atletas. Um deles (o timoneiro), apesar de estar no barco, não rema, apenas dá indicações aos colegas. Sentam-se os 7 em fila e na extremidade fica o timoneiro.

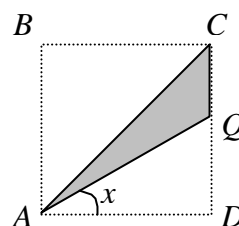
1.1 Está a ser planificada a próxima prova. De quantas formas é possível sentar os 8 seleccionados, sabendo que apenas 3 podem ocupar o lugar de timoneiro?

1.2 Os dois remadores mais pesados são irmãos. Ficou decidido que o timoneiro era o atleta mais leve. Se forem sorteados ao acaso os restantes lugares, qual é a probabilidade de que os dois irmãos fiquem sentados em posições seguidas? (apresente o resultado sob a forma de dízima arredondado às centésimas).

1.3 No próximo mês, a equipa terá que disputar três provas. Em cada uma delas é sorteado um remador para receber a taça. O António é o mais tímido. Construa uma tabela com a distribuição de probabilidade da variável X : “Número de vezes que o António será designado para receber a taça no próximo mês”. (apresente os resultados na forma de dízima arredondada às milésimas).

2. Considere a figura seguinte:

- $[ABCD]$ é um quadrado de lado 1
- o ponto Q move-se sobre o segmento $[CD]$
- x é a amplitude do ângulo DAQ em radianos



2.1 Mostre que o perímetro do triângulo QAC pode ser calculado em

função de x pela expressão $P(x) = \sqrt{2} + 1 - \operatorname{tg}(x) + \frac{1}{\cos(x)}$.

2.2 Calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} P(x)$ e interprete geometricamente o resultado obtido.

2.3 Mostre que $P'(x) = \frac{\operatorname{sen}(x) - 1}{\cos^2(x)}$ onde P' é a função derivada de P .

2.4 Utilize o resultado anterior para provar analiticamente que à medida que o ponto Q se desloca do ponto D para o ponto C , o perímetro do triângulo diminui.

2.5 Recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, mostre que existe um valor para o ângulo x , entre 0 rad e $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$, tal que o triângulo resultante tem perímetro 3.

3. Considere o número complexo $z = 8i$.

3.1 Mostre que $w_1 = \sqrt{3} + i$ e $w_2 = 2 \operatorname{cis} \frac{3\pi}{2}$ são duas raízes cúbicas de z e determine na forma algébrica a outra raiz cúbica.

3.2 Calcule o perímetro do triângulo formado pelos afixos das raízes cúbicas de z .

	Questões	Cotações
Grupo I63
	Cada resposta correcta	9
	Cada resposta errada	-3
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
Grupo II137
	1.....32
	1.1.....	10
	1.2.....	10
	1.3.....	12
	2.....84
	2.1.....	18
	2.2.....	16
	2.3.....	18
	2.4.....	16
	2.5.....	16
	3.....21
	3.1.....	10
	3.2.....	11