ESCOLA SECUNDÁRIA DE ALCÁCER DO SAL

Teste de Avaliação

12º B e D   04/02/2005   Ano Lectivo de 2004/2005

Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. No jogo do “euro milhões”, cada apostador assinala 5 números de um conjunto de 50 e 2 estrelas de um conjunto de 9 (ver figura ao lado).

Os prémios são fixados em função do número de acertos nos dois tipos de números assinalados, de acordo com a tabela seguinte:

Prémio	Acertos		
	Números		Estrelas
1º	5	+	2
2º	5	+	1
3º	5	+	0
4º	4	+	2
	…		

Qual é a probabilidade de um apostador com uma aposta simples ganhar o 3º prémio?

(A) $\dfrac{{}^{50}C_5}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$ **(B)** $\dfrac{{}^{7}C_2}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$

(C) $\dfrac{{}^{5}C_5}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$ **(D)** $\dfrac{{}^{9}C_2}{{}^{50}C_5 \times {}^{9}C_2}$

2. Se o Joaquim responder aleatoriamente às cinco questões de escolha múltipla deste teste, qual é a probabilidade de errar apenas uma delas?

(A) $5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)$

(B) ${}^5C_4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4$

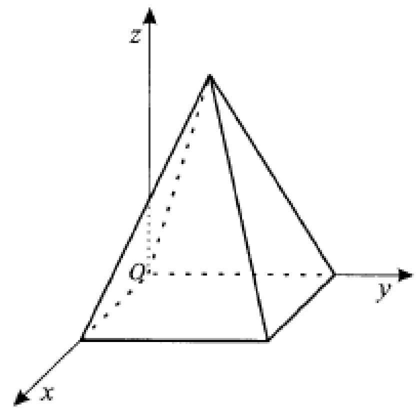
(C) $5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^4$

(D) ${}^5C_4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{1}{4}\right)$

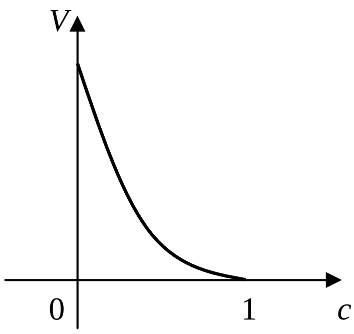
3. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular de altura 1, cuja base está contida no plano xOy.

Para cada $c \in [0,1]$ seja $V(c)$ o volume da parte da pirâmide constituída pelos pontos de cota **superior ou igual** a c.

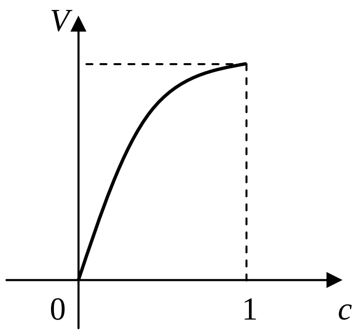
Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função V ?



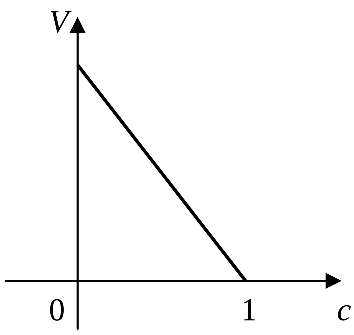
(A)



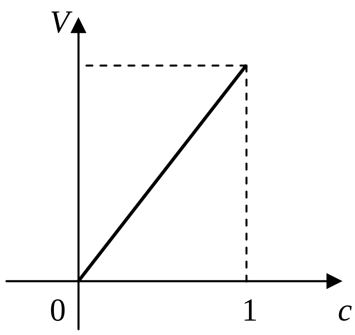
(B)



(C)



(D)



4. Sendo $f(x) = 3\log_4 x$, qual das seguintes igualdades é verdadeira?

(A) $f(a+b) = f(a) + f(b)$

(B) $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$

(C) $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$

(D) $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$

5. Seja $f(x)$ uma função de domínio IR^-, e $y = mx + b$ uma assímptota do gráfico da função f. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) Se $m < 0$, então $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

(B) Se $m < 0$, então $\lim_{x \to -\infty} f(x) = b$

(C) Se $m > 0$, então $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

(D) Se $m > 0$, então $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Numa pastelaria a temperatura ambiente é mantida constante por acção de um aparelho de ar condicionado. Admita que a temperatura, em graus centígrados, de um café servido nessa pastelaria, t minutos após ter sido colocado na chávena, é dada por: $f(t) = 21 + 50e^{-0,04t}, t \in [0,+\infty[$.

1.1 Determine a temperatura do café no instante em que é colocado na chávena.

1.2 Um café foi servido e por esquecimento foi deixado em repouso durante uma hora. Prove recorrendo ao teorema de Bolzano que a temperatura desse café foi, num instante desse período de tempo, de 30º C.

1.3 Com o decorrer do tempo, a temperatura do café tende a igualar a temperatura ambiente. Indique, justificando, o valor da temperatura ambiente.

1.4 O Sr. Joaquim gosta de beber o café a uma temperatura entre os 50º C e os 60º C. Durante quanto tempo o café está a uma temperatura do agrado do Sr. Joaquim? Apresente o resultado arredondado aos minutos. Resolva a questão graficamente e explique como procedeu. Pode incluir na sua resposta esboços dos gráficos visualizados durante a resolução.

2. Considere a função *f*, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} e^x-3 & \text{se} \quad x<0 \\ x-2 & \text{se} \quad 0\leq x\leq 3 \\ \mathrm{k}\cdot\ln(x) & \text{se} \quad x>3 \end{cases}$$

2.1 Averigúe a existência de limite da função *f* no ponto de abcissa 0.

2.2 Determine o valor exacto de k, por forma a que a função seja contínua no ponto de abcissa 3.

2.3 Averigúe analiticamente a existência de soluções negativas da equação $f(x)=1$ **.**

3. O Joaquim participou num torneio de xadrez com 12 participantes, na primeira ronda todos os participantes jogaram uma única vez com cada um dos restantes.

3.1 Quantos foram os jogos que se realizaram na primeira ronda em que o Joaquim não participou?

3.2 Sabendo que o irmão do Joaquim também participou no torneio e que a ordem dos jogos foi sorteada aleatoriamente, qual é a probabilidade de o primeiro jogo do Joaquim ter sido contra o seu irmão?

	Questões	**Cotações**
Grupo I	....	60
	Cada resposta correcta	12
	Cada resposta errada	-4
	Cada resposta anulada ou não respondida..	0
Grupo II	....	140
	1..	62
	1.1..	15
	1.2..	15
	1.3..	16
	1.4..	16
	2..	48
	2.1..	16
	2.2..	16
	2.3..	16
	3..	30
	3.1..	15
	3.2..	15