



**Grupo I**

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. O Joaquim tem dois irmãos e decidiram ir ao cinema os três acompanhados das três namoradas. Compraram seis bilhetes para lugares seguidos da mesma fila, de quantas formas se podem sentar ficando os casais juntos?

- (A)  $3 \times 2$                       (B)  $3! \times 2$                       (C)  $3 \times 2^3$                       (D)  $3! \times 2^3$

2. Numa caixa estão três bolas indistinguíveis ao tacto, uma branca e duas pretas.

É retirada uma bola aleatoriamente. Se a bola retida for a branca, é repostada na caixa, se for a preta, não.

Uma segunda bola é retirada.

Considere os acontecimentos:

$P_1$ : «Sair bola preta na primeira extracção»

$B_2$ : «Sair bola branca na segunda extracção»

Qual é o valor de  $P(B_2|P_1)$  ?

- (A)  $\frac{1}{6}$                       (B)  $\frac{1}{4}$                       (C)  $\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{2}$

3. Seja  $a > 1$  e  $k \in \mathbb{R}$ . A expressão  $\log_a \frac{a^2}{k}$  é igual a:

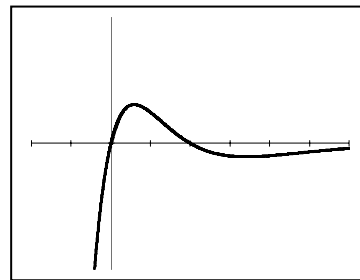
- (A)  $2 - \log_a k$       (B)  $a - \log_a k$       (C)  $\frac{2}{\log_a k}$       (D)  $\frac{a}{\log_a k}$

4. Seja  $h(x)$  uma função de domínio  $\mathbb{R}^+$  cujo gráfico admite como assíntota não vertical a recta  $y = -2x + 3$ .

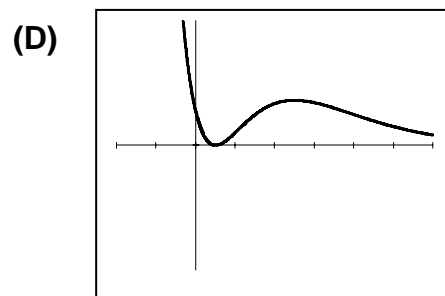
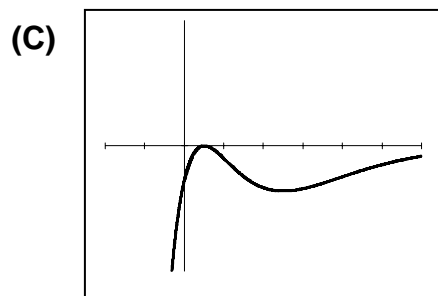
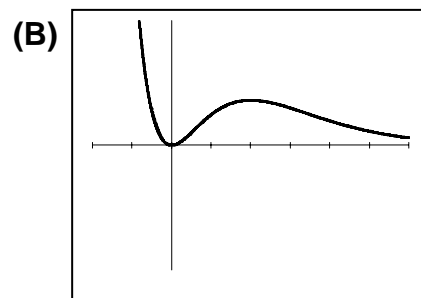
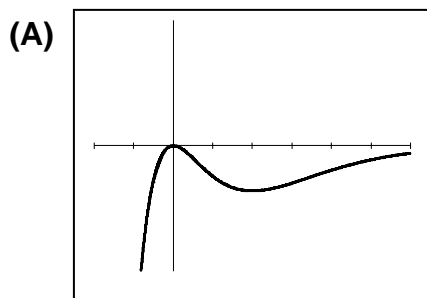
O que podemos afirmar sobre a função  $h$  ?

- (A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$       (B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -2$   
 (C)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = -\infty$       (D)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = 3$

5. Considere a representação gráfica de uma função  $f'$ , derivada da função  $f$ .



Qual dos seguintes pode ser a representação gráfica da função  $f$  ?



## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. O Joaquim tem um saco com cinco bolas, duas com o número 1 e três com o número 2, indistinguíveis ao tacto.

São retiradas duas bolas do saco simultaneamente.

1.1 Qual é a probabilidade de retirar exactamente as bolas com o número 1?

1.2 Construa a tabela da distribuição de probabilidade da variável aleatória  $S$  - «Soma dos números das duas bolas».

2. Num exercício militar com a duração de 17 horas, um submarino fez variar a sua altitude (em metros) em função do tempo decorrido desde o início do exercício (em horas) de acordo com a expressão

$$a(t) = 9t - 40 \ln\left(t + \frac{1}{2}\right) - 50, \text{ para } t \in [0,17].$$

2.1 Qual a profundidade a que o submarino se encontrava quando terminou o exercício (apresente o resultado arredondado às unidades)?

2.2 No decorrer do exercício, o comandante deve emitir um alerta para a base quando estiver a uma altitude de -50 metros. Recorrendo à calculadora gráfica determine passado quanto tempo decorrido do início do exercício deve o comandante emitir o(s) alerta(s). Explique como procedeu apresentando esboço(s) do(s) gráfico(s) que visualizou para resolver a questão e apresente o(s) valor(es) arredondados aos minutos.

2.3 Mostre que  $a'(t) = 9 - \frac{40}{t + \frac{1}{2}}$ .

2.4 Determine o extremo da função por processos exclusivamente analíticos.

3. Considere a função de domínio  $\mathbb{R}$ ,  $g(x) = e^x - x$ .

3.1 Mostre que o ponto  $P\left(-1, \frac{1+e}{e}\right)$  pertence ao gráfico da função.

3.2 A função tem assíptotas verticais? Justifique a resposta.

3.3 Estude a existência de assíptotas não verticais ao gráfico da função.

	Questões	Cotações
<b>Grupo I</b>	.....	.....60
	Cada resposta correcta .....	12
	Cada resposta errada .....	-4
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
<b>Grupo II</b>	.....	.....140
	1.....	.....30
	1.1.....	14
	1.2.....	16
	2.....	.....63
	2.1.....	15
	2.2.....	16
	2.3.....	16
	2.4.....	16
	3.....	.....47
	3.1.....	14
	3.2.....	16
	3.3.....	17