



Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Num torneio de damas, cada participante defrontou cada um dos outros por duas vezes (uma com as peças brancas e outra com as pretas). Sabendo que participaram 10 pessoas no torneio, quantas partidas se realizaram?

- (A) 10×2 (B) ${}^{10}C_2$ (C) ${}^{10}A_2$ (D) ${}^{10}A'_2$

2. Admita que, numa dada altura do ano, a variável «*temperatura média das localidades*» na zona costeira sul da ilha da Madeira segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 24º Celsius. Suponha que um turista visita, aleatoriamente, uma dessas localidades. Relativamente à temperatura desta localidade, é mais provável que ela seja:

- (A) inferior a 27º Celsius (B) superior a 27º Celsius
(C) inferior a 22º Celsius (D) superior a 22º Celsius

3. Seja $f(x)$ uma função ímpar de domínio IR . Sabendo que $y = 2$ é assíntota da função, qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ (D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4. Para qual das seguintes funções se tem $h(a) \cdot h''(a) < 0$, para $a > 1$?

(A) $h(x) = x, x \in \mathbb{R}$

(B) $h(x) = e^x, x \in \mathbb{R}$

(C) $h(x) = \ln(x), x \in \mathbb{R}^+$

(D) $h(x) = \text{sen}(x), x \in \mathbb{R}$

5. Seja w um número complexo tal que $\text{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}$.

Qual é o valor de $\text{Arg}\left(\frac{-1}{w}\right)$?

(A) $-\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{4\pi}{3}$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. O Joaquim gravou um CD com 12 músicas. 5 são de bandas portuguesas, 8 de hip-hop e duas com a duas características referidas. Colocou-o num leitor no modo aleatório, que reproduz aleatoriamente as faixas, sem as repetir.

1.1 Qual é a probabilidade de as músicas das bandas portuguesas serem tocadas todas de seguida (ou seja, sem nenhuma estrangeira entre elas)?

1.2 Quando começou a tocar a primeira música, o Joaquim percebeu logo que a música não era de hip-hop, mas não identificou imediatamente a música. Qual a probabilidade de ser de uma banda portuguesa?

1.3 Os acontecimentos

- H: «A primeira música a tocar é de hip-hop»
- P: «A primeira música a tocar é de uma banda portuguesa»

são independentes? Justifique a sua resposta.

2. A luminosidade de uma estrela é medida pela sua magnitude absoluta (M). A observação da mesma estrela a partir da Terra revela um brilho que é medido através da magnitude aparente (m). A segunda depende da primeira e varia em função da distância (d , em parsec) entre a estrela e a Terra de acordo com a expressão $M = m + 5 - 5 \log d$.

2.1 Sabendo que a Estrela Polar tem magnitude aparente de 2,15 e magnitude absoluta de -3,64, determina um valor aproximado às unidades, da distância, em parsec, da Estrela Polar à Terra.

2.2 A que distância da Terra a magnitude absoluta e a magnitude aparente de uma estrela são iguais?

2.3 Nas duas alíneas seguintes, considere apenas as estrelas com magnitude aparente igual a $m = 1$.

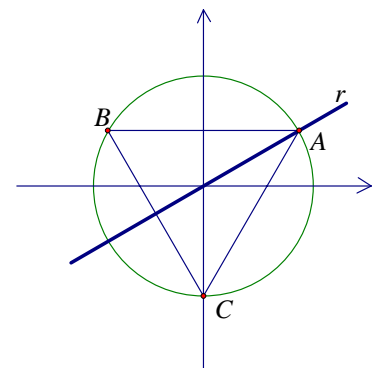
2.3.1 Estude a monotonia da função por processos analíticos e explique a variação da magnitude absoluta em função da distância à Terra.

2.3.2 Determine a expressão analítica da função que permite calcular a distância d de uma estrela à Terra em função da sua magnitude absoluta M .

3. Considere o número complexo $w = 8 \operatorname{cis} \frac{\pi}{2}$.

3.1 Calcule $|w + 3|$.

3.2 Na figura ao lado estão as representações geométricas das três raízes cúbicas de w . Defina por uma condição a recta r , sabendo que é perpendicular ao segmento de recta $[BC]$ e contém o ponto médio desse segmento.



3.3 Seja $z = a - i$. Determine o valor de a , para que $\operatorname{Arg}(z \cdot w) = \frac{\pi}{4}$

(i designa a unidade imaginária).

	Questões	Cotações
Grupo I60
	Cada resposta correcta	12
	Cada resposta errada	-4
	Cada resposta anulada ou não respondida.....	0
Grupo II140
	1.....42
	1.1.....	14
	1.2.....	14
	1.3.....	14
	2.....56
	2.1.....	14
	2.2.....	14
	2.3.....	28
	2.3.1.....	14
	2.3.2.....	14
	3.....42
	3.1.....	14
	3.2.....	14
	3.3.....	14