



Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. O símbolo dos Jogos Olímpicos é formado por cinco anéis de cinco cores diferentes (amarelo, azul, preto, verde e vermelho), dispostos em duas filas (a de cima com 3 anéis e a de baixo com 2).



O Joaquim pretende reproduzir o símbolo, mas apenas sabe que os anéis amarelo e verde ficam na fila de baixo (sem saber qual dos dois fica à direita) e os restantes na de cima. Se atribuir as cores ao acaso (mas respeitando estas restrições) qual é a probabilidade de que o símbolo seja reproduzido correctamente?

- (A) $\frac{1}{2 \times 3}$ (B) $\frac{1}{2 \times 3!}$ (C) $\frac{1}{5!}$ (D) $\frac{1}{2 \times 3 \times 5!}$

2. Numa caixa estão três bolas azuis – com os números 1, 2 e 3 – e cinco bolas brancas – com os números 4, 5, 6, 7 e 8.

É retirada ao acaso uma bola a caixa. Considere os seguintes acontecimentos:

I : «A bola retirada tem número ímpar»

B : «A bola retirada é branca»

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $P(I|B) = \frac{1}{2}$ (B) $P(I \cap B) = \frac{1}{2}$
(C) $P(B|I) = \frac{1}{2}$ (D) $P(I \cup B) = \frac{1}{2}$

3. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}^+ definida por $f(x) = \log_a x$ com $a > 1$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $f(c+d) = f(c) + f(d)$

(B) $f(c+d) = f(c) \cdot f(d)$

(C) $f(c \cdot d) = f(c) + f(d)$

(D) $f(c \cdot d) = f(c) \cdot f(d)$

4. Considere a função g , definida em \mathbb{R} por $g(x) = \begin{cases} 2^x + k & \text{se } x < 1 \\ \log_2(x) + 2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

em que $k \in \mathbb{R}$.

Qual deve ser o valor de k para que a função seja contínua?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

5. De duas funções reais de variável real a e b sabe-se que:

- o domínio das duas funções é $\mathbb{R} \setminus \{1\}$,
- a e b são funções contínuas,
- $\lim_{x \rightarrow 1} a(x) = \lim_{x \rightarrow 1} b(x) = -\infty$.

Qual das seguintes afirmações é **necessariamente** verdadeira?

(A) O gráfico da função $a+b$ tem uma assíntota vertical.

(B) O gráfico da função $a-b$ tem uma assíntota vertical.

(C) O gráfico da função $a \times b$ não tem assíntotas verticais.

(D) O gráfico da função $\frac{a}{b}$ não tem assíntotas verticais.

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. De um baralho de 52 cartas extraem-se simultaneamente 3.

1.1 Quantos são os conjuntos diferentes de três cartas que têm dois ases?

1.2 Qual a probabilidade de que as três sejam do mesmo naipe (apresente o resultado arredondado às centésimas)?

2. Numa cultura de bactérias foi introduzida uma dose adicional de alimento, fazendo variar N – o número de bactérias em milhões de unidades em função do tempo t – horas passadas desde o instante em que foi adicionado o alimento, de acordo com a expressão $N(t) = t^3 \cdot e^{-t} + 1$.

2.1 Qual era o número de bactérias 45 minutos após a adição do alimento (apresente o resultado em milhões com aproximação às décimas).

2.2 Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t)$ e explique o seu significado no contexto da situação descrita.

2.3 Recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, mostre que nas primeiras 4 horas houve pelo menos um instante em que a população de bactérias foi 2 milhões.

3. Seja h a função de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = 1 + \frac{x}{2} + e^{-x}$.

3.1 Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, **mostre** que o gráfico da função tem uma assíntota oblíqua.

3.2 No gráfico da função h existe um único ponto em que a ordenada é o dobro da abcissa. Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora determine as coordenadas desse ponto (apresente valores arredondados às centésimas) e explicita os detalhes da sua resolução que entender pertinentes. Deve apresentar um esboço do(s) gráfico(s) que visualizar no monitor da calculadora.

	Questões	Cotações
Grupo I65
	Cada resposta correcta.....	13
	Cada resposta errada, anulada ou não respondida.....	0
Grupo II135
	1.....38
	1.1.....	18
	1.2.....	20
	2.....57
	2.1.....	17
	2.2.....	20
	2.3.....	20
	3.....40
	3.1.....	20
	3.2.....	20