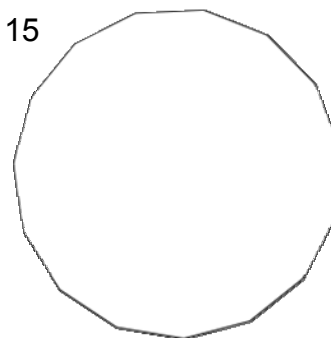




## Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Um polígono regular de 15 lados (que também tem 15 vértices) designa-se por pentadecágono regular. Quantos segmentos de recta são definidos 15 vértices do pentadecágono que não sejam lados do polígono?



- (A)  ${}^{15}C_2 - 15$                       (B)  ${}^{15}A_2 - 15$   
(C)  $15^2 - 15$                       (D)  $15! - 15$

2. Numa carteira estão cinco moedas de € 1. Três são portuguesas, uma é francesa e a outra é italiana. **Retiram-se** ao acaso **duas** moedas da carteira. Qual das seguintes é distribuição de probabilidades da variável  $X$ : «Número de moedas portuguesas retiradas»?

(A)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_2}$	$\frac{7}{{}^5C_2}$	$\frac{2}{{}^5C_2}$

(B)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_2}$	$\frac{6}{{}^5C_2}$	$\frac{3}{{}^5C_2}$

(C)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_2}$	$\frac{7}{{}^5C_2}$	$\frac{2}{{}^5C_2}$

(D)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{{}^5C_2}$	$\frac{6}{{}^5C_2}$	$\frac{3}{{}^5C_2}$

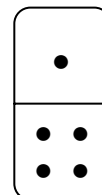


## Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Um jogo de dominó é constituído por 28 peças. Dessas, 7 têm um símbolo repetido (chamadas “dobles”) e as restantes 21 têm as combinações desses 7 símbolos em duas posições (como sugere a figura). Cada símbolo é composto por 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 pintas.



1.1 Quantos conjuntos de 4 peças de dominó têm exactamente um único “doble” e as restantes 3 sem nenhum dos símbolos iguais aos do “doble”?

1.2 De uma caixa com as 28 peças de um jogo de dominó, são retiradas duas, sucessivamente e ao acaso. Considere os seguintes acontecimentos

A: «A primeira peça tem 12 pintas no total»

B: «A primeira peça tem 11 pintas no total»

C: «A segunda peça um dos símbolos com 6 pintas»

Indique, justificando, o valor de  $P(C|A \cup B)$ . Apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível.

Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicita os valores das probabilidades envolvidas nessa fórmula.

2. Considere a função  $f$  definida em  $\mathbb{R}^+$  por  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{2 \log x + x^2}{2x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

2.1 Indique justificando se a função é continua no ponto de abcissa 1, explicitando se é contínua à esquerda e à direita de 1.

2.2 Estude a existência de assíntotas não verticais do gráfico de  $f$ .

3. O número de habitantes de uma localidade com ligação à Internet, em milhares, é bem modelado pela função  $N(t) = \frac{6}{3 + e^{-0,5t+3}}$ , sendo  $t$  o número de anos decorridos desde o início do ano 2000.

3.1 Determine o número de habitantes com ligação à Internet na localidade referida no início de 2007 (apresente o resultado em milhares com aproximação às décimas).

3.2 Recorrendo ao teorema de Bolzano-Cauchy, prove que entre 2001 e 2005, de acordo com o modelo, o número de habitantes ligados à Internet foi 1000, pelo menos por uma vez.

3.3 Sabendo que com o passar do tempo todos os cidadãos da localidade tendem a dispor de ligação à Internet, indique uma justificação matemática para esta afirmação referindo o número de habitantes da localidade.

	Questões	Cotações
<b>Grupo I</b>	.....	.....65
	Cada resposta correcta.....	13
	Cada resposta errada, anulada ou não respondida.....	0
<b>Grupo II</b>	.....	.....135
	1.....	.....38
	1.1.....	18
	1.2.....	20
	2.....	.....20
	2.1.....	20
	2.2.....	20
	3.....	.....20
	3.1.....	17
	3.2.....	20
	3.3.....	20