



## GRUPO I

As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.

- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

10

1 Sabendo que  $\sin \alpha = \frac{1}{7}$ , qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A)  $\sin \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \frac{1}{7}$

(B)  $\cos \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \frac{1}{7}$

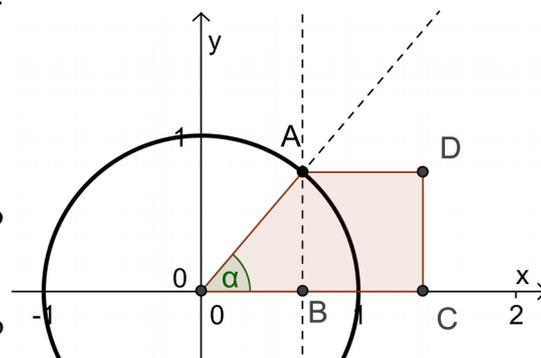
(C)  $\sin \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\frac{1}{7}$

(D)  $\cos \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\frac{1}{7}$

10

2 Na figura ao lado está representado em referencial o.n.  $xOy$ :

- parte do círculo trigonométrico
- o ponto  $A$  pertencente ao círculo trigonométrico
- os pontos  $B$  e  $C$ , ambos pertencentes ao semieixo positivo  $Ox$
- o segmento  $[AD]$  paralelo ao eixo  $Ox$  e o segmento  $[CD]$  paralelo ao eixo  $Oy$ , tais que  $\overline{AD} = \overline{CD}$
- o ângulo  $\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$



Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio  $[OADC]$  em função de  $\alpha$ ?

(A)  $\sin^2 \alpha + \cos \alpha$

(B)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha$

(C)  $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2} + \sin^2 \alpha$

(D)  $\frac{2 \cos \alpha + \sin \alpha}{2} \times \cos \alpha$



10

3 Considere a circunferência de centro na origem e que contém o ponto  $P(-2, 4)$ . Qual das seguintes retas é tangente à circunferência no ponto  $P$ ?

- (A)  $y = 2x + 4$       (B)  $y = 2x + 8$       (C)  $y = \frac{1}{2}x + 5$       (D)  $y = \frac{1}{2}x$

10

4 Qual das retas seguintes é paralela ao plano  $x + y + z - 1 = 0$ ?

- (A)  $(x, y, z) = (0, 1, -1) + k(1, 1, -1), k \in \mathbb{R}$   
 (B)  $(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x, y, z) = (1, 1, 1) + k(1, 2, -3), k \in \mathbb{R}$   
 (D)  $(x, y, z) = (1, 2, -3) + k(1, -2, 3), k \in \mathbb{R}$

10

5 Considere o plano  $\alpha$  de equação  $2x + 8y + z = 5$  e a reta  $r : \frac{x}{2} = \frac{y+8}{8} = z$ .

A interseção do plano  $\alpha$  e da reta  $r$  é o ponto  $A$ . Qual das opções seguintes representa as coordenadas do ponto  $A$ ?

- (A)  $(2, 0, 1)$       (B)  $(2, 8, 1)$       (C)  $(0, -8, 0)$       (D)  $(0, 0, 5)$

#### GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exato.

15

1. Sabendo que  $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$  e que  $\beta \in \left] \frac{5\pi}{2}, 3\pi \right[$ , determine o valor exato de  $\operatorname{tg} \beta$ .

15

2. Indique todas as soluções da equação  $3 \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$

20

3. Considere os pontos  $A(1, 3)$  e  $B(3, -3)$ .

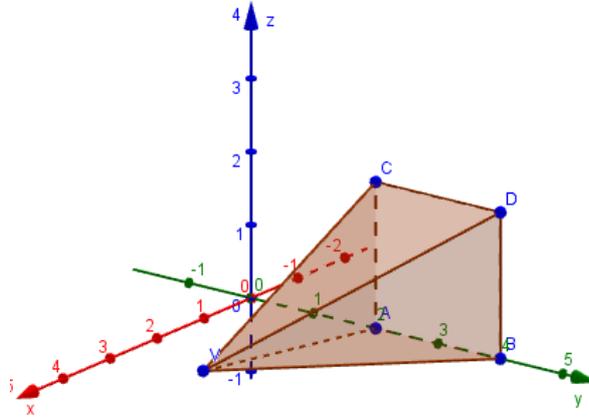
3.1. Determine a equação reduzida da reta  $t$ , tal que a reta  $t$  e a reta  $AB$  são perpendiculares e que o ponto de intersecção está sobre o eixo dos  $yy$ .

15

3.2. Determine o ângulo formado pelos vetores  $\overrightarrow{AB}$  e pelo vetor  $\vec{u} = (1, 3)$ . Apresente o resultado em graus, com aproximação ao minuto de grau.



4. Considere a pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$  representada na figura seguinte. Tal como a figura sugere, as coordenadas dos vértices são  $A(0, 2, 0)$ ,  $B(0, 4, 0)$ ,  $C(0, 2, 2)$ ,  $D(0, 4, 2)$  e  $V(5, 3, 1)$ .



20

- 4.1. Indique as coordenadas de um ponto  $V'$ , pertencente à superfície esférica de centro em  $V$  e tangente ao plano  $ABC$ .

15

- 4.2. Defina por uma condição cartesiana a reta que contém a altura da pirâmide.

15

- 4.3. Determine a equação do plano perpendicular à reta  $CV$  que contém o ponto  $A$ .

20

- 4.4. Mostre que a equação do plano  $CDV$  é  $x + 5z = 10$  e determine as coordenadas do ponto em que este plano intersecta o eixo das cotas.

15

- 4.5. Calcule a área da secção definida na pirâmide pelo plano  $z = 1$ .

