



GRUPO I

As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.

- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas, a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

10

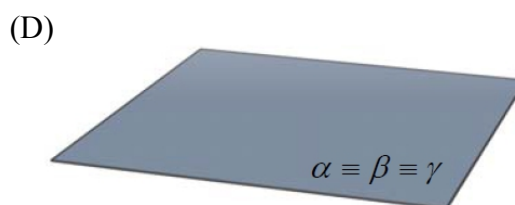
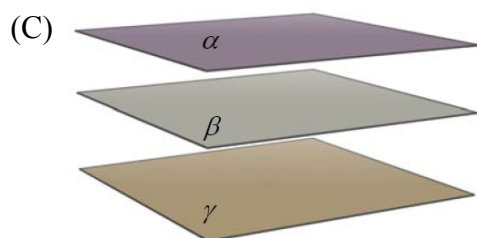
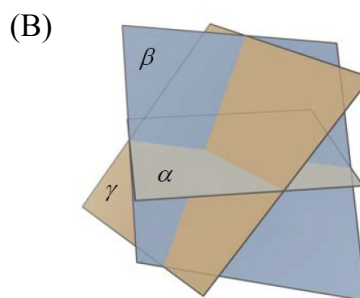
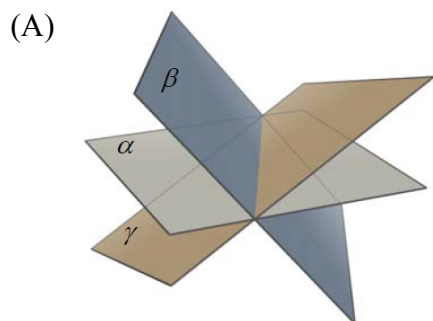
1 Considere os planos definidos pelas seguintes equações:

$$\alpha : 2x - 2y + z = 1$$

$$\beta : 4x - 4y + 2z = 1$$

$$\gamma : 6x - 6y + 3z = 1$$

Qual das seguintes representações geométricas corresponde à posição relativa dos 3 planos?



10

2 Sabendo que  $\operatorname{tg} x = \sqrt{8}$ , e que  $x \in ]\pi, 2\pi[$ , qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A)  $\cos x = \frac{1}{3}$       (B)  $\cos x = -\frac{1}{3}$       (C)  $\cos x = \frac{\sqrt{8}}{8}$       (D)  $\cos x = -\frac{\sqrt{8}}{8}$

3 Considere o plano  $\alpha : 2x - 2y + z = 1$ .

Qual das seguintes retas é aposta ao plano  $\alpha$  (está contida no plano)?

10

(A)  $(x, y, z) = (1, 1, 1) + k(2, -2, 1), k \in \mathbb{R}$

(B)  $(x, y, z) = (2, -2, 1) + k(1, 1, 1), k \in \mathbb{R}$

(C)  $(x, y, z) = (1, 1, 1) + k(1, 2, 2), k \in \mathbb{R}$

(D)  $(x, y, z) = (1, 2, 2) + k(1, 1, 1), k \in \mathbb{R}$

4 Considera o seguinte problema de programação linear:

*Uma empresa fabrica dois produtos A e B. Cada um destes produtos requer uma certa quantidade de tempo na linha de montagem e ainda mais algum para a sua finalização.*

*Cada produto do tipo A necessita de 5 horas na linha de montagem e de 2 horas para a finalização.*

*Cada produto de tipo B necessita de 3 horas na linha de montagem e de 4 horas para a finalização.*

*Numa semana, a empresa dispõe de 108 horas para a linha de montagem e 60 horas para a finalização. Toda a produção é vendida. O lucro de cada produto é de 120 € para o produto A e de 210 € para o B.*

10

*Quantas unidades, por semana, dos produtos A e B se devem produzir, de modo a que o lucro seja máximo?*

Sendo  $x$  o número de unidades a produzir do produto A e  $y$  o número de unidades a produzir da unidade B, em qual das seguintes opções está definido um conjunto de restrições e a função objetivo que traduz adequadamente o problema?

(A) Maximizar  $L = 120x + 210y$

$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 108 \\ 2x + 4y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

(B) Maximizar  $L = 108x + 60y$

$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 120 \\ 2x + 4y \leq 210 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

(C) Maximizar  $L = 120x + 210y$

$$\begin{cases} 5x + 2y \leq 108 \\ 3x + 4y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

(D) Maximizar  $L = 108x + 60y$

$$\begin{cases} 5x + 2y \leq 120 \\ 3x + 4y \leq 210 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Cotações

10

- 5 Considere a família de funções definidas pela expressão analítica  $f(x) = -3 - \frac{2}{ax - 1}$  em que  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Qual das seguintes características da função se mantém constante para diferentes valores de  $a$  ?
- (A) A monotonia. (B) O conjunto dos zeros.  
(C) A assíntota vertical do gráfico. (D) A assíntota horizontal do gráfico.

### GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

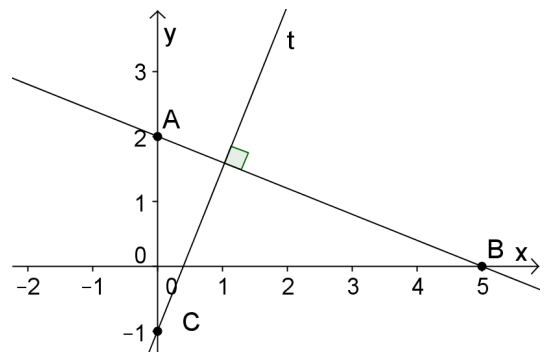
**Atenção:** quando não é apresentada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exato.

15

1. Determine todas as soluções reais da equação  $2 \operatorname{sen} x = -\sqrt{3}$ .

20

2. Considere a figura ao lado onde estão representados os pontos  $A(0, 2)$ ,  $B(5, 0)$  e  $C(0, -1)$ . Tal como a figura sugere a reta  $t$  é perpendicular à reta  $AB$  e passa pelo ponto  $C$ .



Determine a equação reduzida da reta  $t$ .

3. Considere o plano  $\omega : 3x - y - z = 2$ .

10

3.1. Indique as coordenadas de um ponto pertencente ao plano  $\omega$

15

3.2. Determine umas equações cartesianas da reta perpendicular ao plano  $\omega$  que contém o ponto  $A(-1, -2, -3)$ .

20

3.3. Indique se a interseção do plano  $\omega$ , com o plano  $xOz$ , com o plano  $z = 3$  é o conjunto vazio, ou um ponto, ou uma reta ou um plano. Justifique a sua escolha com os cálculos que efetuar.



Cotações

4. Considere a função definida em  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$  por  $f(x) = -3 - \frac{3}{x-4}$ .

15

4.1. Determine, sem recorrer à calculadora, as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico da função  $f$  com os eixos coordenados.

15

4.2. Resolva, sem recorrer à calculadora, a condição  $f(x) < 1$ . Apresente o resultado sob a forma de um intervalo (ou união de intervalos) de números reais.

20

4.3. No gráfico da função  $f$  existem dois pontos em que a abcissa e a ordenada são iguais. Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora determine as coordenadas desses dois pontos. Apresente os valores arredondados às centésimas e um esboço do(s) gráfico(s) que visualizar.

20

5. Determine, sem recorrer à calculadora gráfica, as coordenadas do(s) ponto(s) de interseção dos gráficos das funções  $g(x) = \frac{1}{x}$  definida em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $h(x) = \frac{3}{x-1}$  definida em  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

