Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal

MATEMÁTICA - 9º Ano

Teste de Avaliação —— 28/03/2017

Parte I - 25 minutos - É permitido o uso de calculadora

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

---

1. Para saber se os valores de c, a e i permitem ao Gil representar todos os dados que recolheu, devemos multiplicar a por c, para sabermos a amplitude desse "conjunto de valores". De seguida, devemos adicionar o valor de i, para saber o valor máximo do último intervalo, de maneira a averiguar se o "conjunto de valores"consegue comportar o valor máximo das classificações recolhidas pelo Gil (100%).

   Analisando opção a opção:

   - Opção (A)

     $$11 \times 8 = 88$$

     $$88 + 5 = 93$$

     Ficamos a saber que este conjunto de dados tem amplitude 88, sendo 5 o valor inicial da primeira classe e 93 o valor máximo da última classe. Assim, como o valor máximo é 100%, este conjunto de valores **não** permite ao Gil representar todos os dados que recolheu.

   - Opção (B)

     $$11 \times 7 = 77$$

     $$77 + 10 = 87$$

     Ficamos a saber que este conjunto de dados tem amplitude 77, sendo 10 o valor inicial da primeira classe e 87 o valor máximo da última classe. Assim, como o valor máximo é 100%, este conjunto de valores **não** permite ao Gil representar todos os dados que recolheu.

   - Opção (C)

     $$14 \times 6 = 84$$

     $$84 + 10 = 94$$

     Ficamos a saber que este conjunto de dados tem amplitude 84, sendo 10 o valor inicial da primeira classe e 94 o valor máximo da última classe. Assim, como o valor máximo é 100%, este conjunto de valores **não** permite ao Gil representar todos os dados que recolheu.

- Opção (D)

$$13 \times 7 = 91$$

$$91 + 10 = 101$$

Ficamos a saber que este conjunto de dados tem amplitude 91, sendo 10 o valor inicial da primeira classe e 101 o valor máximo da última classe. Assim, como o valor máximo é 100%, este conjunto de valores **permite** ao Gil representar todos os dados que recolheu.

Reposta: Opção **(D)**

2. Como A pertence ao gráfico da reta r e tem abcissa 4,2

$$y = 3 \times 4{,}2 - 10 \Leftrightarrow y = 12{,}6 - 10 \Leftrightarrow y = 2{,}6$$

Assim, o ponto A tem coordenadas (4,2;2;6).

Como A também pertence ao gráfico da função de proporcionalidade inversa e a constante da mesma se obtém por $x \times y$:

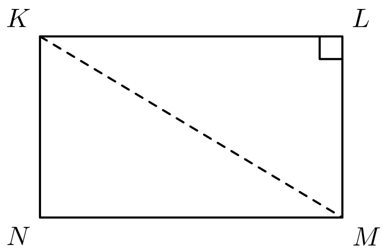
$$4{,}2 \times 2{,}6 = 10{,}92$$

Resposta: O valor da constante de proporcionalidade da função f é 10,92

3. Se $[KLMN]$ é um retângulo, a sua diagonal divide-o em dois triângulos retângulos.
Assim, como conhecemos a medida da diagonal (ou hipotenusa do triângulo retângulo $[KLM]$) e um ângulo interno do triângulo $[KLM]$, podemos calcular as medidas dos outros lados, para podermos calcular a área.

$$\sin\ 77° = \frac{\overline{KL}}{7} \Leftrightarrow \overline{KL} = 7 \times \sin\ 77°$$

$$\cos\ 77° = \frac{\overline{LM}}{7} \Leftrightarrow \overline{LM} = 7 \times \cos\ 77°$$



Para calcular a área do retângulo, multiplicamos o lado maior pelo menor, neste caso, $\overline{KL} \times \overline{LM}$

$$7 \times \sin\ 77° \times 7 \times \cos\ 77°$$

$$\approx 10{,}7\ cm^2$$

Resposta: A área do retângulo é, aproximadamente, 10,7 cm^2

4.

4.1. A área total do cilindro é calculada pela soma da área da superfície lateral, que é um retângulo, com dois círculos congruentes, que são as suas bases.

A área do retângulo é dada por $P \times a$, sendo P o perímetro do círculo da base e a a altura do cilindro. P calcula-se por $2 \times \pi \times r$, sendo r o raio do círculo da base.
A área dos círculos é dada por $\pi \times r^2$, sendo r o raio do círculo.
$a = 7\ cm$
$r = 5\ cm$

$$P = 2 \times \pi \times 5 \Leftrightarrow P = 10\pi\ cm$$

$$A_{\text{retângulo}} = 10\pi \times 7 \Leftrightarrow A_{\text{retângulo}} = 70\pi\ cm^2$$

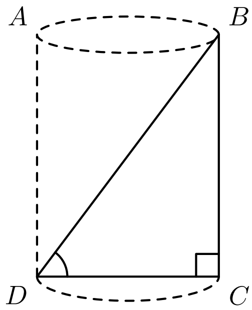
$$A_{\text{círculo}} = \pi \times 5^2 \Leftrightarrow A_{\text{círculo}} = 25\pi\ cm^2$$

$$A_{\text{total}} = 70\pi + 2 \times 25\pi \Leftrightarrow A_{\text{total}} \approx 377{,}0\ cm^2$$

Resposta: A área total do cilindro é, aproximadamente, 377 cm^2

4.2. Como conhecemos as medidas dos catetos do triângulo retângulo $[BDC]$, podemos calcular a medida do ângulo.

$\overline{DC} = 2r$, sendo r o raio do círculo da base
$\overline{DC} = 2 \times 5 = 10\ cm$
$\overline{BC} = 7cm$
$\tan\ B\widehat{D}C = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DC}}$
$\tan\ B\widehat{D}C = \dfrac{7}{10} \Leftrightarrow \tan^{-1}\left(\dfrac{7}{10}\right) = B\widehat{D}C \Leftrightarrow B\widehat{D}C \approx 35°$



5.

5.1. Se os conjuntos são de 2 maçãs, podemos agrupar:

- Verde + Verde
- Verde + Encarnada
- Verde + Amarela
- Encarnada + Encarnada
- Encarnada + Amarela

Resposta: O Gil pode retirar 5 pares diferentes de maçãs da fruteira.

5.2. Sendo A: "A maçã retirada ser amarela"
e V: "A maçã retirada ser verde":

$$\#A = 1 \qquad \#V = 5 \qquad \#\Omega = 10$$

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} \quad P(A) = \frac{1}{10} \qquad P(V) = \frac{\#V}{\#\Omega} \quad P(V) = \frac{5}{10}$$

Como os acontecimentos A e V são disjuntos, podemos calcular a soma das suas probabilidades, ou seja, a probabilidade da reunião dos acontecimentos (pois a cor da maçã retirada pode ser amarela **ou** verde).

$$P(A \cup V) = P(A) + P(V) = \frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Resposta: A probabilidade de o Gil retirar ao acaso uma maçã da fruteira e ela ser amarela ou verde é de $\dfrac{3}{5}$

6.

$$
\begin{aligned}
& x(2x-3)=6-2x \\
\Leftrightarrow\ & 2x^2-3x-6+2x=0 \\
\Leftrightarrow\ & 2x^2-x-6=0 \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 2\times(-6)}}{2\times 2} \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{1\pm\sqrt{1-8\times(-6)}}{4} \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{4} \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{1\pm\sqrt{49}}{4} \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{1-7}{4}\vee x=\frac{1+7}{4} \\
\Leftrightarrow\ & x=\frac{-6}{4}\vee x=\frac{8}{4} \\
\Leftrightarrow\ & x=-\frac{3}{2}\vee x=2
\end{aligned}
$$

S=$\left\{-\frac{3}{2};2\right\}$

7. O ponto equidistante dos três vértices de um triângulo é o circuncentro, pois é o centro da circunferência circunscrita, que passa em todos os três vértices.

   O circuncentro pode ser encontrado traçando as mediatrizes dos lados e encontrando o ponto de interseção das mesmas. Assim:

   Reposta: Opção **(D)**

8.

   8.1. Analisando opção a opção:

   - Opção (A):
     O sen obtém-se pelo quociente do cateto oposto pela hipotenusa. Neste caso, o cateto oposto ao ângulo OAV é $[OV]$ e a hipotenusa é $[AV]$, logo, esta opção está errada.

   - Opção (B):
     O sen obtém-se pelo quociente do cateto oposto pela hipotenusa. Neste caso, o cateto oposto ao ângulo OAV é $[OV]$ e a hipotenusa é $[AV]$, logo, esta opção está certa.

   - Opção (C):
     A tan obtém-se pelo quociente do cateto oposto pelo cateto adjacente. Neste caso, o cateto oposto ao ângulo OAV é $[OV]$ e o adjacente é $[OA]$, logo, esta opção está errada.

   - Opção (D):
     A tan obtém-se pelo quociente do cateto oposto pelo cateto adjacente. Neste caso, o cateto oposto ao ângulo OAV é $[OV]$ e o adjacente é $[OA]$, logo, esta opção está errada.

   Resposta: Opção **(B)**

8.2. $V_{\text{pirâmide}} = \dfrac{A_{\text{base}} \times a}{3}$, sendo a a altura

Neste caso, a $A_{\text{base}} = l^2$, sendo l o lado do quadrado da base.
$l = 2\ cm$

$V = 12\ cm^3$

$$12 = \frac{2^2 \times a}{3}$$
$$\Leftrightarrow 12 \times 3 = 4 \times a$$
$$\Leftrightarrow a = \frac{36}{4}$$
$$\Leftrightarrow a = 9\ cm$$

Resposta: A altura da pirâmide mede 9 cm.

8.3. $V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times a$, sendo a a altura
Neste caso, a $A_{\text{base}} = l^2$, sendo l o lado do quadrado da base.
$l = 2\ cm$

$a = \dfrac{9}{2} = 4{,}5\ cm$

$$V = 2^2 \times 4{,}5$$
$$\Leftrightarrow V = 18\ cm^3$$

Resposta: O prima $[ABCDEFGH]$ tem 18 cm^3 de volume.

9.

9.1. Como o ângulo BAD está inscrito no arco BD:

$$\overset{\frown}{BD} = 2 \times B\hat{A}D$$

$$\overset{\frown}{CD} = 2 \times 60 = 120°$$

Como $\overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{BAD} = 360°$,

$$120 + \overset{\frown}{BAD} = 360 \Leftrightarrow \overset{\frown}{BAD} = 240°$$

Resposta: O arco BAD tem 240° de amplitude.

9.2. Como o ângulo BAC é um ângulo notável, sabemos a medida exata das razões trigonométricas relativas a esse mesmo ângulo.
Neste caso, conhecemos também a medida do segmento $[EC]$ que, no triângulo $[ABC]$, é a hipotenusa.
Como queremos saber a medida de $[BC]$, que é, relativamente ao ângulo BAC, o cateto oposto, devemos usar o **seno**.

$\sin\ 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\sin\ B\hat{A}C = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{BC}}{2\sqrt{3}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{2} = \overline{BC}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{2} = \overline{BC}$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{3 \times 2}{2}$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC} = 3$$

Reposta: O lado $[BC]$ mede 3 unidades de comprimento.

9.3. Como o ângulo ACB é um ângulo com vértice no exterior do círculo:

$$A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{DE}}{2}$$

Como $[ABC]$ é retângulo em B:

$$180 = 90 + 60 + A\hat{C}B \Leftrightarrow A\hat{C}B = 180 - 90 - 60 \Leftrightarrow A\hat{C}B = 30^\circ$$

Assim:

$$30 = \frac{90 - \overset{\frown}{DE}}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 30 \times 2 = 90 - \overset{\frown}{DE}$$
$$\Leftrightarrow 60 - 90 = -\overset{\frown}{DE}$$
$$\Leftrightarrow -\overset{\frown}{DE} = -30$$
$$\Leftrightarrow \overset{\frown}{DE} = 30^\circ$$

10. Como sabemos que $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}$:

$$\frac{1}{\sqrt{35}} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\frac{\sqrt{35}}{6}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{35}} \times \frac{\sqrt{35}}{6} = \operatorname{sen}\beta$$
$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}\beta = \frac{1}{6}$$