

## Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal

### Teste de Matemática A

1 de junho de 2022

11.º Ano - Turma A

---

1. Qual das seguintes equações tem duas soluções no intervalo  $\left[-2\pi, \frac{\pi}{2}\right]$  ?
- (A)  $\cos x = -\frac{1}{7}$       (B)  $\cos x = -1$       (C)  $\cos x = \frac{1}{7}$       (D)  $\cos x = \frac{\pi}{3}$
2. Considere a reta  $r$  definida pela equação  $(x,y,z) = (0,0,3) + k(3, -1, -1), k \in \mathbb{R}$
- 2.1. Indique as coordenadas de um ponto da reta  $r$  que não pertença ao eixo  $Oz$
- 2.2. Qual das seguintes equações define um plano paralelo à reta  $r$ ?
- (A)  $y - z = 0$       (B)  $x + y - z - 3 = 0$
- (C)  $x - 3y = 0$       (D)  $3x - y - z = 0$
- 2.3. Determine a amplitude do ângulo  $OAB$ , em que o  $O$  é a origem do referencial,  $A$  é o ponto em que a reta  $r$  interseca o eixo  $Oz$  e  $B$  é o ponto de coordenadas  $(1,1,1)$
- Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.  
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.
3. Considere a sucessão  $(u_n)$  de termo geral  $u_n = \frac{1}{n+1}$
- Estude a sucessão  $(u_n)$  quanto à monotonia.
4. Determine o valor da razão de uma progressão aritmética, sabendo que o primeiro termo é 10 e que a soma dos primeiros 19 termos é zero.

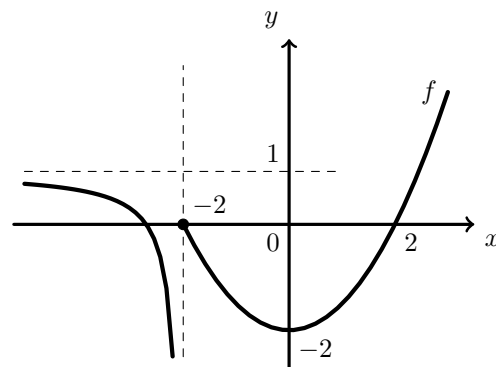
5. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$  e contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

As retas de equações  $x = -2$  e  $y = 1$  são as únicas assíntotas do gráfico de  $f$ .

Seja  $(u_n)$  uma sucessão tal que  $\lim f(u_n) = -2$ .

Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão  $(u_n)$ ?

- (A)  $-2 + \frac{1}{n}$       (B)  $-\frac{2}{n}$   
 (C)  $n^2 - 2$       (D)  $(n - 2)^2$



6. Considere a função de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  definida por  $g(x) = \frac{4 - x}{x + 1}$

6.1. Determine, sem recorrer à calculadora, o conjunto dos números reais que verificam a condição

$$g(x) \leq -2$$

Apresente a sua resposta na forma de intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

6.2. Considere a função  $h(x) = \sqrt{x} \times g(x)$ , de domínio  $[0, +\infty[$ .

O contradomínio da função  $h$  é  $] - \infty, k]$ . Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, determine o valor de  $k$ .

Apresente o valor de  $k$  arredondado às centésimas. Apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora bem como as coordenadas do(s) ponto(s) relevantes para a sua resposta.

7. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$

Sabe-se que a função  $f(3) = 4$  é o máximo absoluto da função.

Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{3 - x}$  ?

- (A)  $-4$       (B)  $-3$       (C)  $-1$       (D)  $0$



8. Considere a função de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  definida por  $g(x) = \frac{(x-2)^2}{x}$

Seja  $P$  o ponto do gráfico da função  $g$  que tem abscissa igual a 1

Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função  $g$  no ponto  $P$

9. Seja  $h$  a função definida, em  $\mathbb{R}$ , por  $h(x) = -x(x^2 - 6x + 9)$

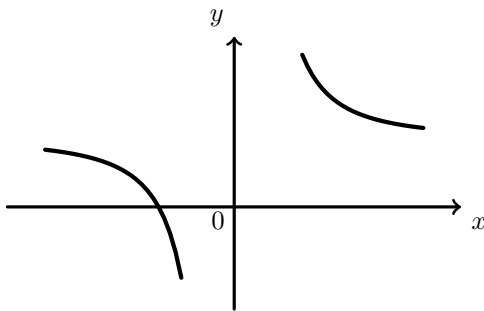
Estude a função  $h$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

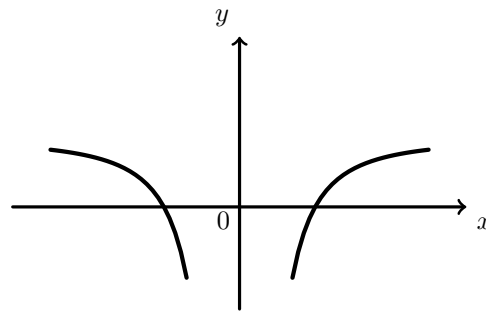
10. De uma função  $f$ , sabe-se que  $f'(x) = \frac{1}{x}$ , e que o domínio de ambas as funções é  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $f$ ?

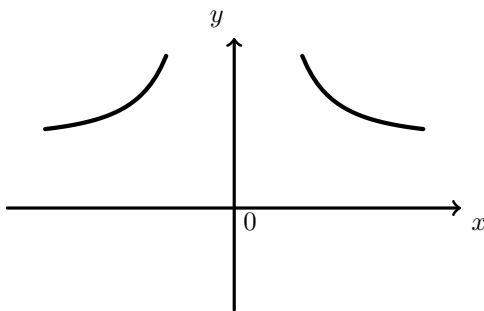
(A)



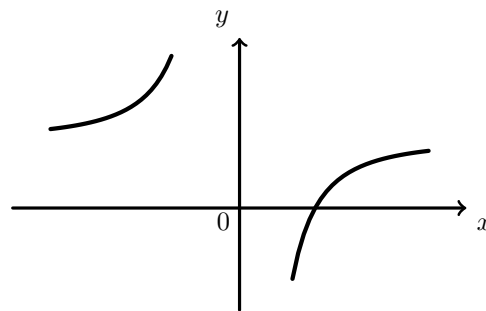
(B)



(C)



(D)



11. Sejam  $g$  e  $h$  duas funções deriváveis em  $\mathbb{R}$

Sabe-se que:

- $g(4) = g'(4) = 1$
- $h(x) = \frac{x}{g(x)}$ , para todo o valor real de  $x$

Qual é a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto de abscissa 4?

- (A)  $y = 3x + 16$       (B)  $y = 3x - 8$       (C)  $y = -3x - 8$       (D)  $y = -3x + 16$



**Formulário:**

---

**Progressões**

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão ( $u_n$ ):

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

**Regras de derivação**

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n u^{n-1} u'$$

**COTAÇÕES**

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.	8.	9.	10.	11.	TOTAL
13	15	13	15	15	15	13	15	15	13	16	16	13	13	<b>200</b>
CP	CP	CP	CP	CP	PR	PR	CP	C	PR	CP	CP	PR	PR	

Tipologia dos itens:

**CP:** Conceitos e procedimentos;

**PR:** Resolução de Problemas e Raciocínio;

**C:** Comunicação.

